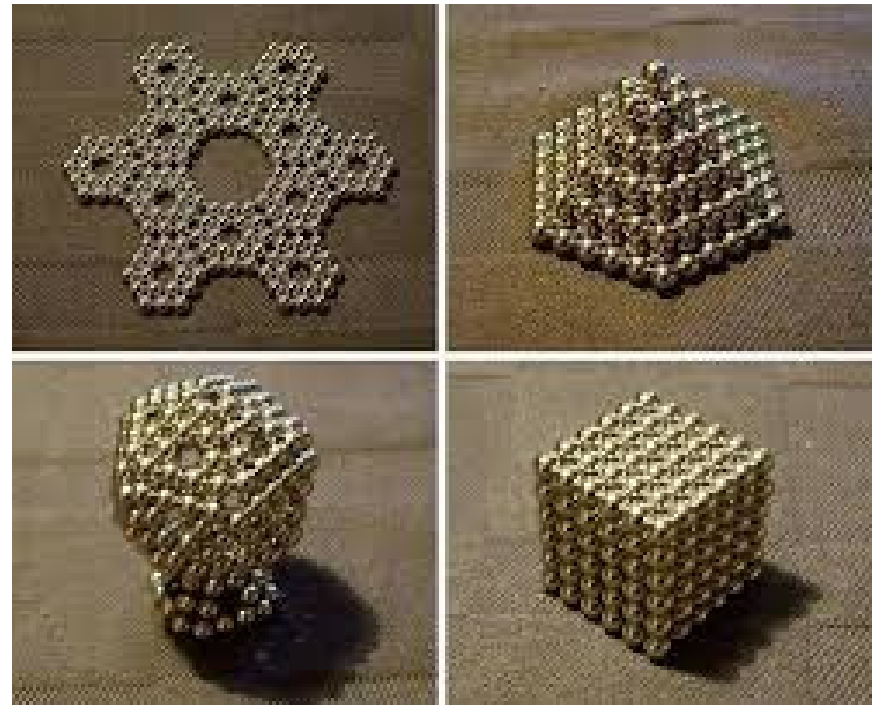


# Fizika 112

## 1. Előadás



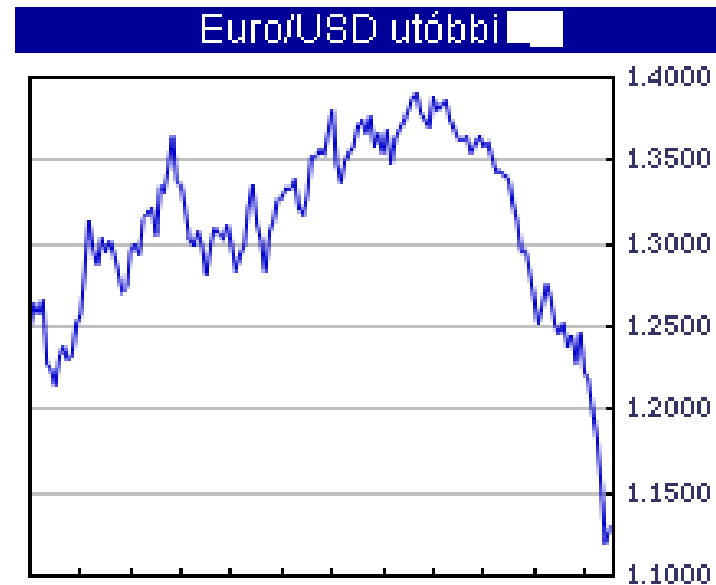
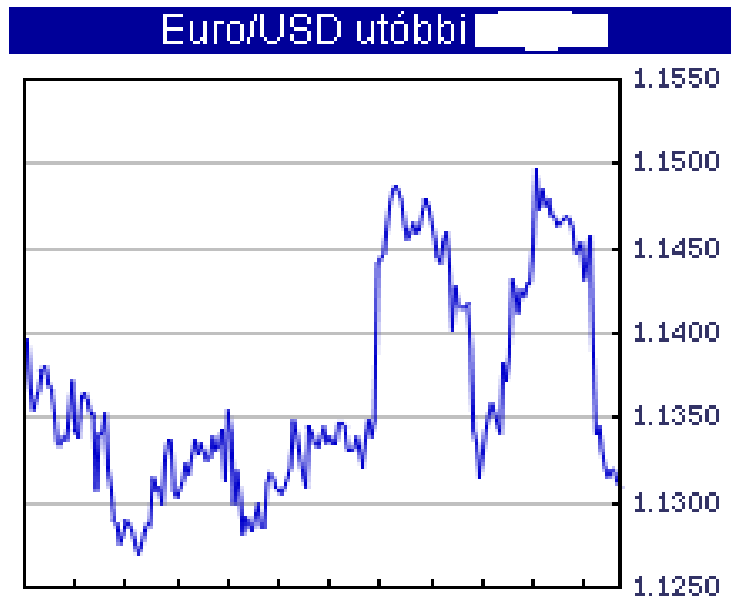
# Fontos-e egy manager-nek fizikát tanulnia???

?



?

# Miért fontos-e egy manager-nek fizikát tanulnia???

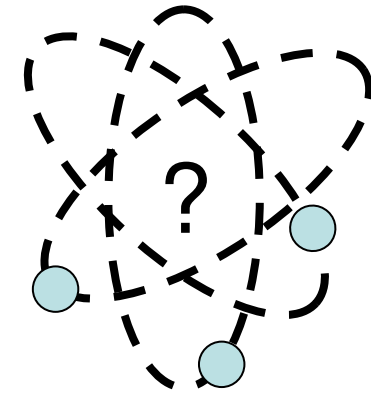


Az euro/usd keresztárfolyam görbéje.  
"A legnagyobb tőzsdei guruk sem tudják megállapítani, melyik az ötperces, melyik az egyórás, melyik az egynapos ... skálájú görbe."  
(Mérő László: A csodák logikája)

# Jelenségek háttere → modellalkotás



# Miért éppen fizika???



## *Fizikai kutatások*

Számítógépes hálózat



Tranzisztor



Nemlin. Egyenletek  
(áramlástan)



GPS  
(atomóra, rel. elm.)



## *Alkalmazások*

Internet (www. )

Félvezető elektronika

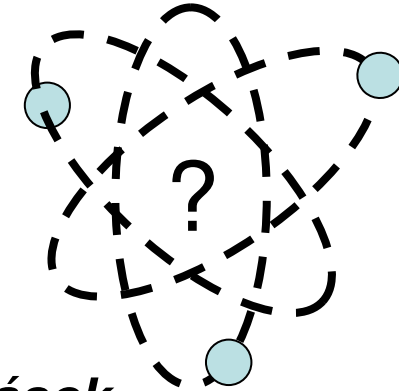
Számítógép

Helymeghatározás



40%

# Miért éppen fizika



## *Fizikai kutatások*

## *Alkalmazások*

CT (NMR)



Gyógyászat, rákdiagnosztika



Holográfia

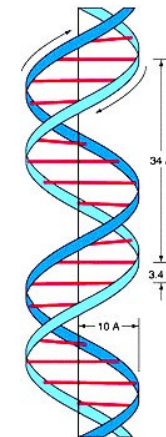


3D képalkotás, 3D TV  
bankkártya, stb.

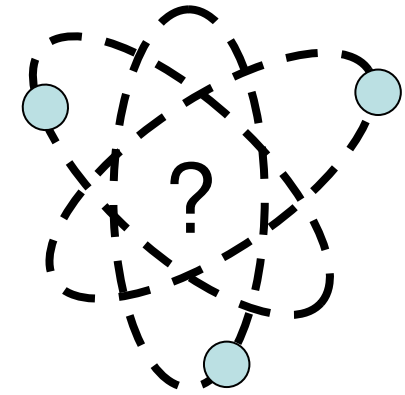
Anyagtudomány



Új anyagok, DNS



# Miért éppen fizika



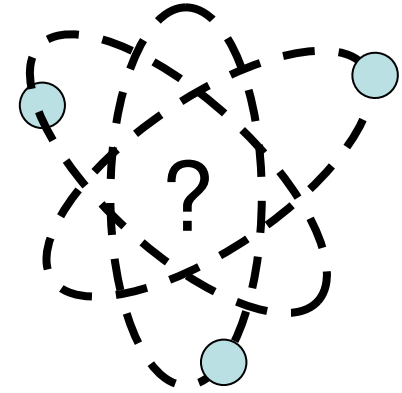
Káosz elmélet



Modell



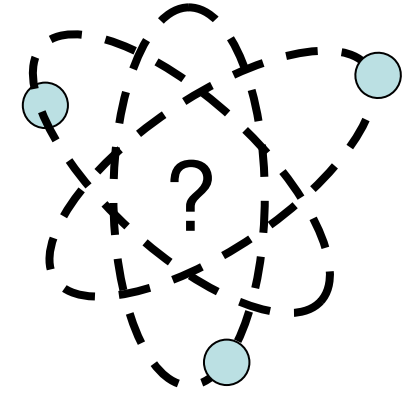
Miért éppen fizika



***Mert érdekes !!!***



# Miért éppen fizika



## *Mert izgalmas a jövő*

Kvantumszámítógép



Nagy számolási sebesség  
RSA kód feltörése, stb.

Nanofizika



Láthatatlan repülőgép  
Öntisztuló ruha  
"Öngyógyuló" számítógép

# Nyelvek???



Kínai mandarin, arab, hindi, angol, spanyol  
bengáli, portugál, orosz, japán, német...

$$100 \cdot 10^6 < N < 2 \cdot 10^9$$



Fizika (kémia, biológia, pszichológia, ...)

$$??? < N$$

$$\begin{aligned} \nabla \vec{E} &= \rho & \nabla \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{B} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \text{és} & \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned}$$



Matematika (fizika, MI)

$$??? < N$$

”és lőn fény...”

Min.: vektorok, differenciál és integrálszámítás

# A kinematika alapjai

## *A tömegpont helyének megadása az idő függvényében*

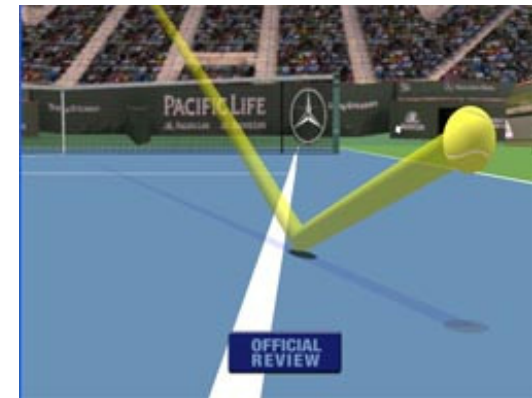
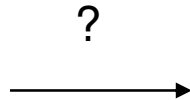
Tömegpont helyzete :  $\vec{r}(t)$

Elmozdulás:  $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$

Megtett út:  $s = \sum_i |\Delta\vec{r}_i|$  vagy  $s = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} |\Delta\vec{r}|$

Kinematika → tömegpont helyzete → pl. tenisz: "challenge"

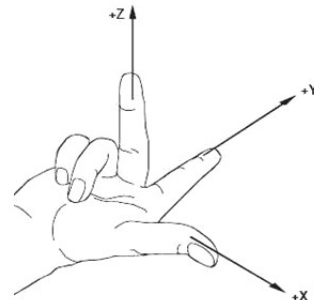
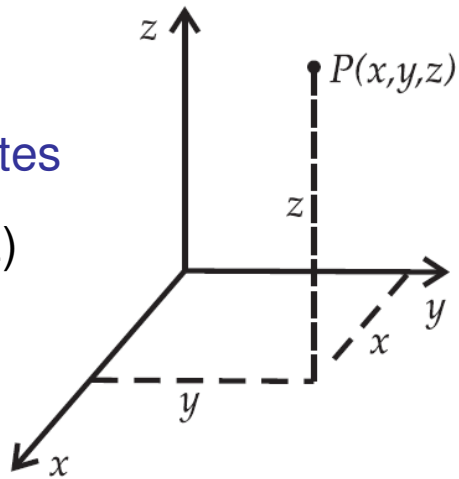
Apophis kisbolygó



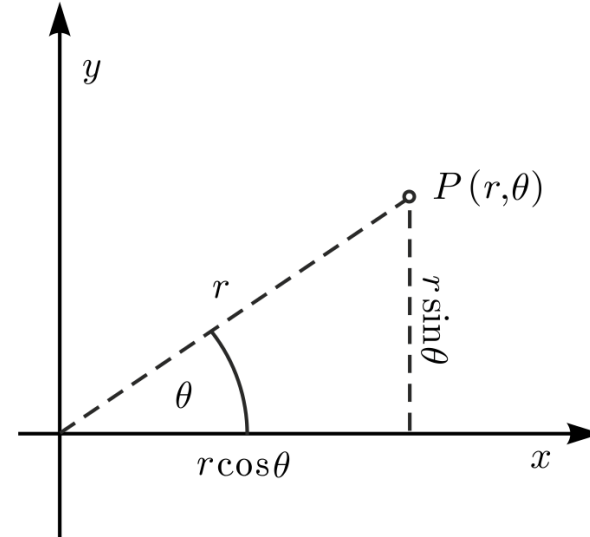
# Vonatkoztatási rendszerek (koordináta rdsz. )

Descartes

$(x, y, z)$

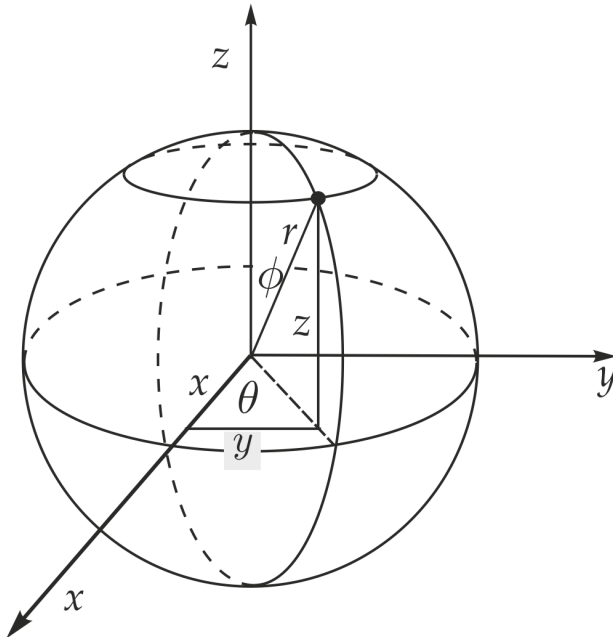


**Irányok!!!**



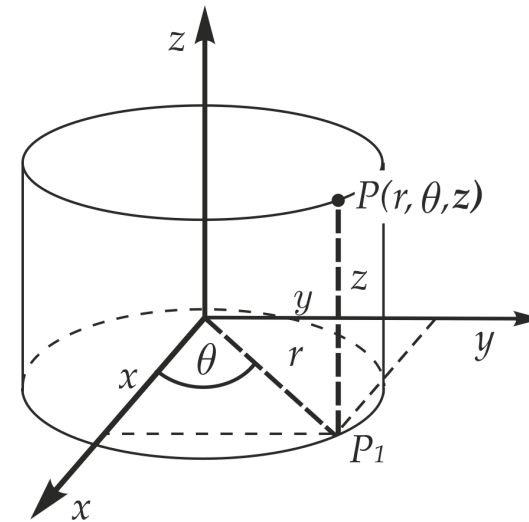
Gömbi

$(r, \Theta, \phi)$

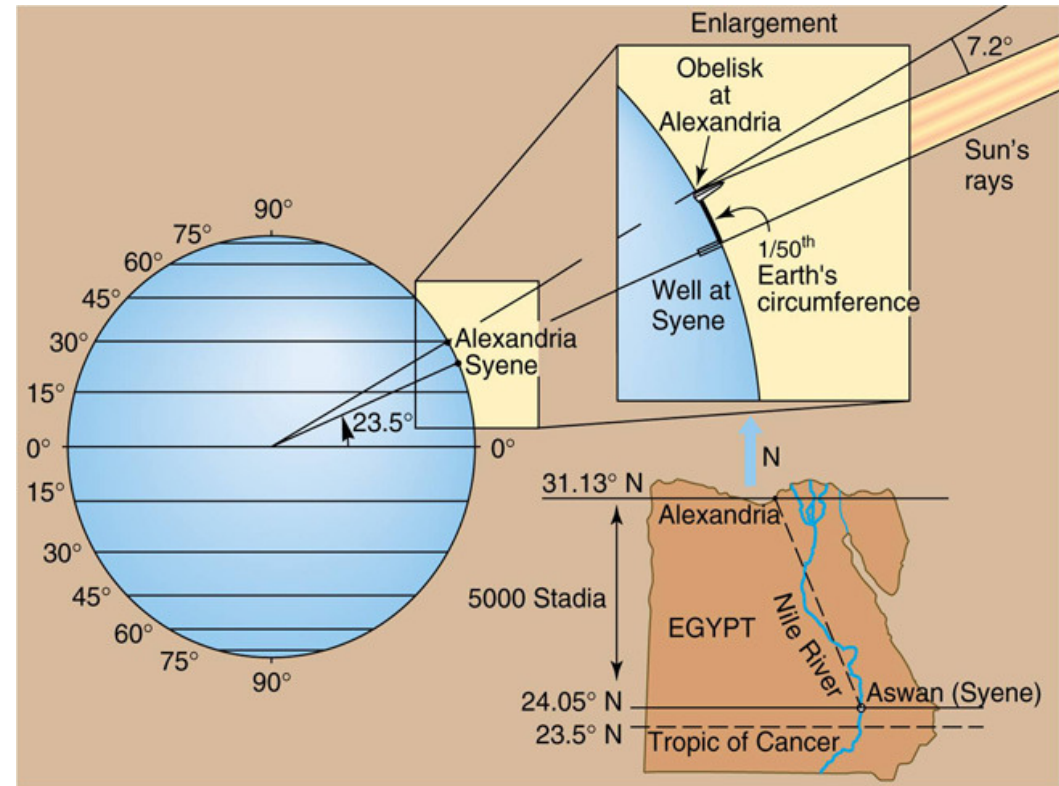
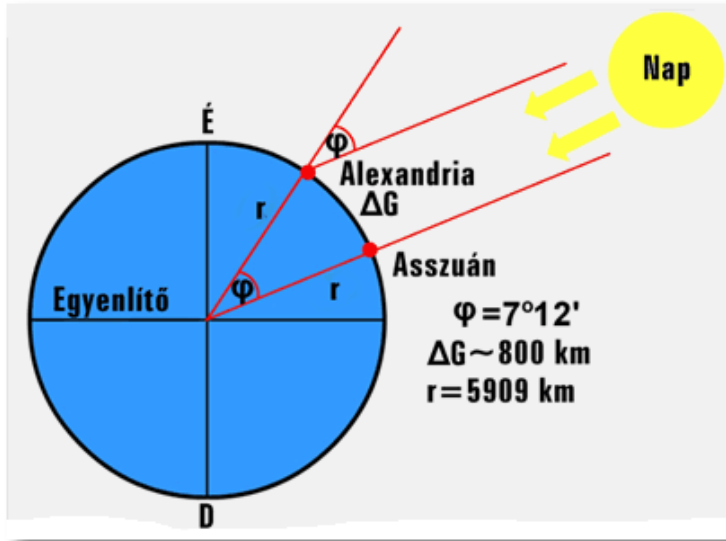


Henger

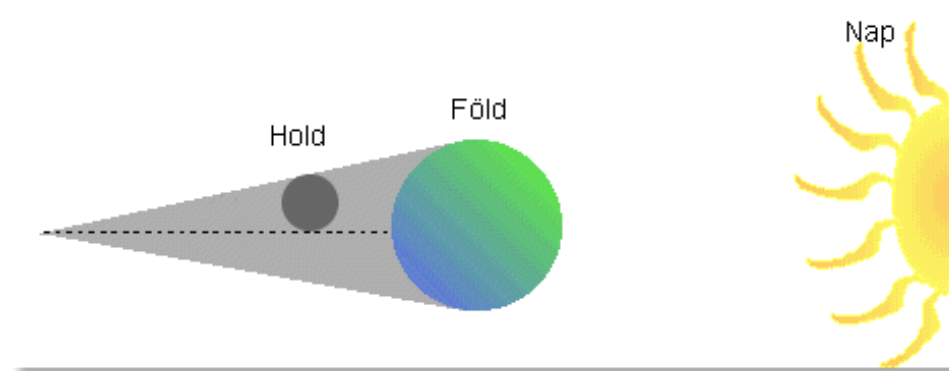
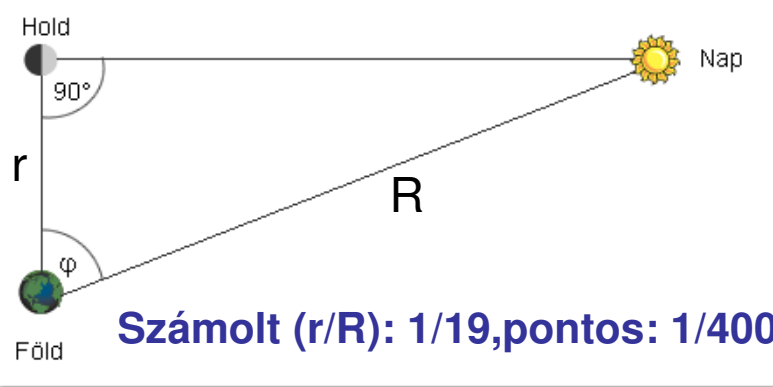
$(r, \Theta, z)$



# Görögök



Magellán (Föld körülhajózása: 1519 - 1522.)

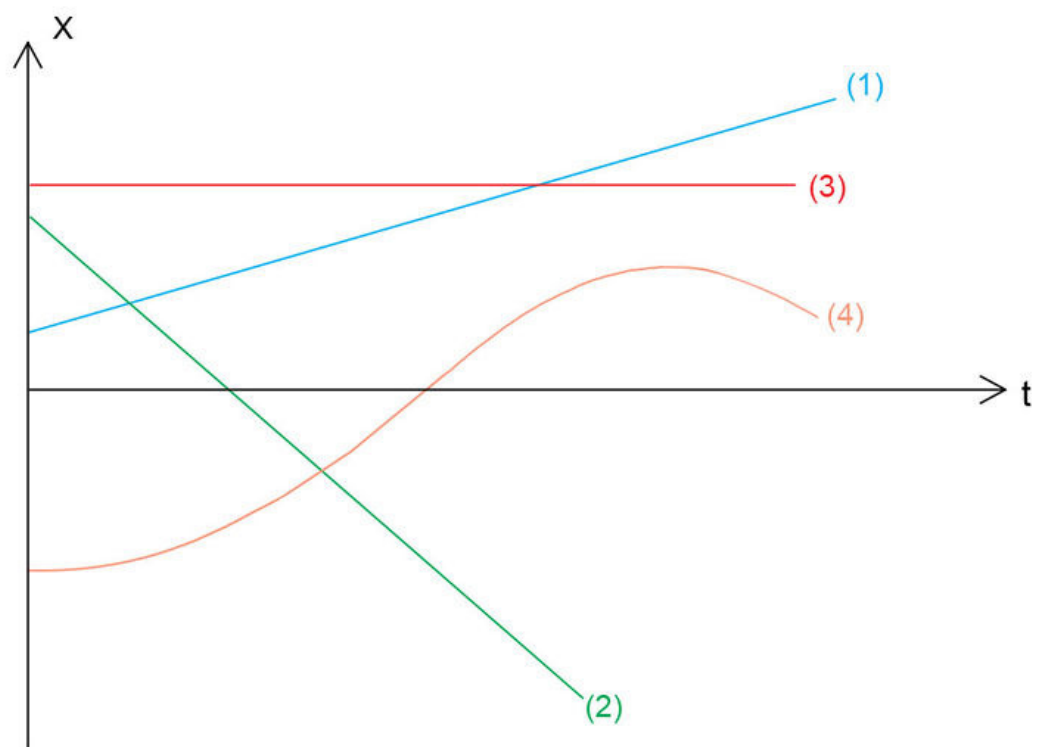
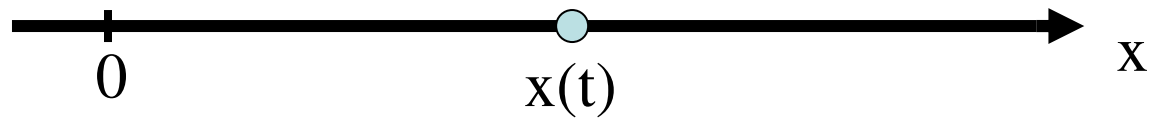


**Számított ( $r_H/R_F$ ): 1/3, pontos: 1/4**

A számoszi **Arisztarkhosz** (i.e. 310-230)

(Mindentudás egyeteme)

## *Legegyszerűbb modell: 1 D - mozgás*



## **Definíciók:**

$x, s, d$ : [m] pontosabban: később  
 $t$ : [s]

Átlagsebesség:  $v_{\text{átl.}} = \frac{s_{\text{össz.}}}{t_{\text{össz.}}}$  Mértékegység: m/s

Pillanatnyi sebesség:  $v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

Elmozdulás:  $x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$

Pozíció:  $x(t) = x_0 + \int_0^t v(t) dt$

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

# Legegyszerűbb mozgás: egyenesvonalú egyenletes mozgás

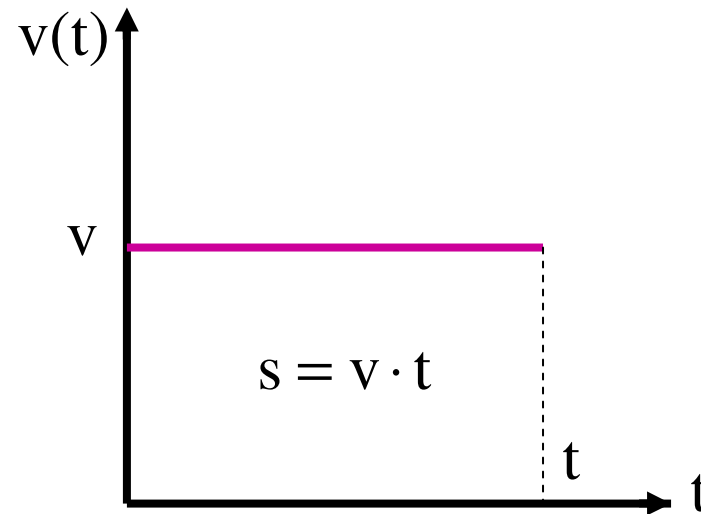
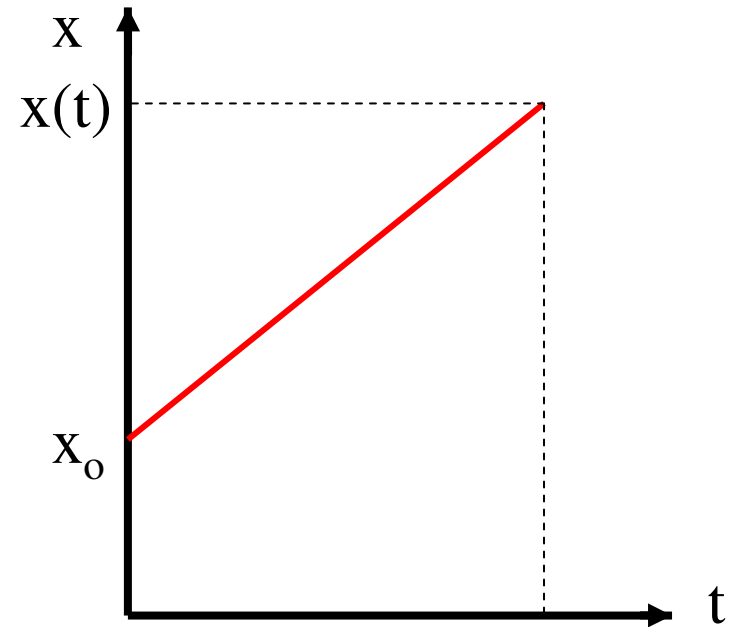
$$v = \text{const.}$$

$$v = \frac{x(t) - x_0}{t}$$

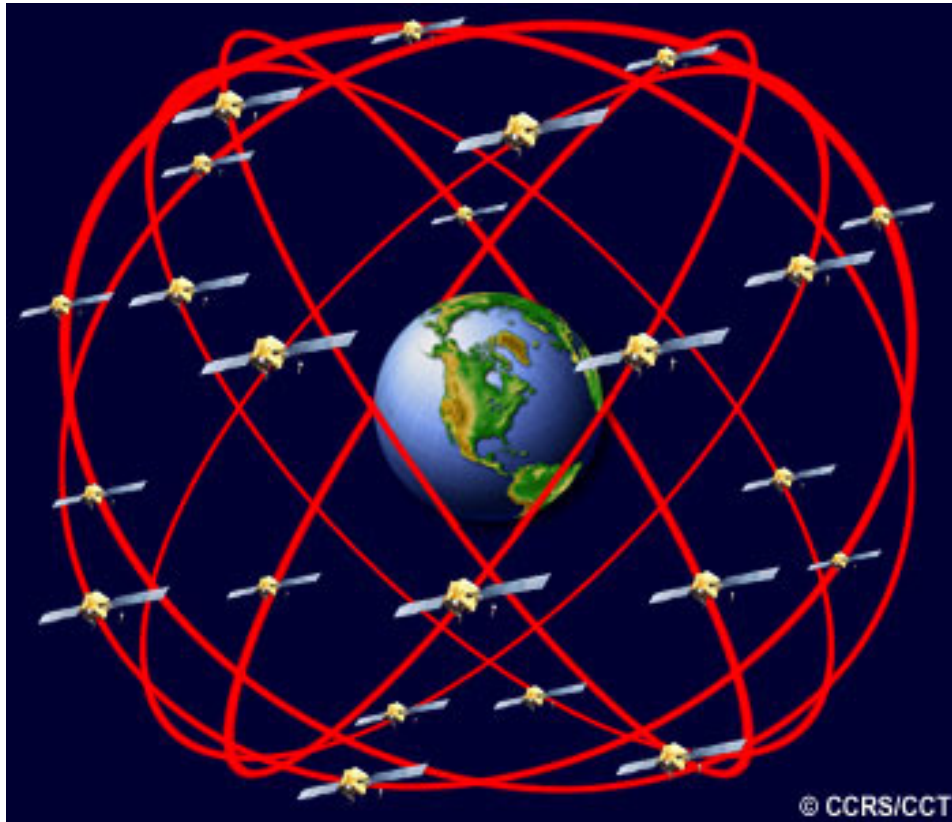


$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

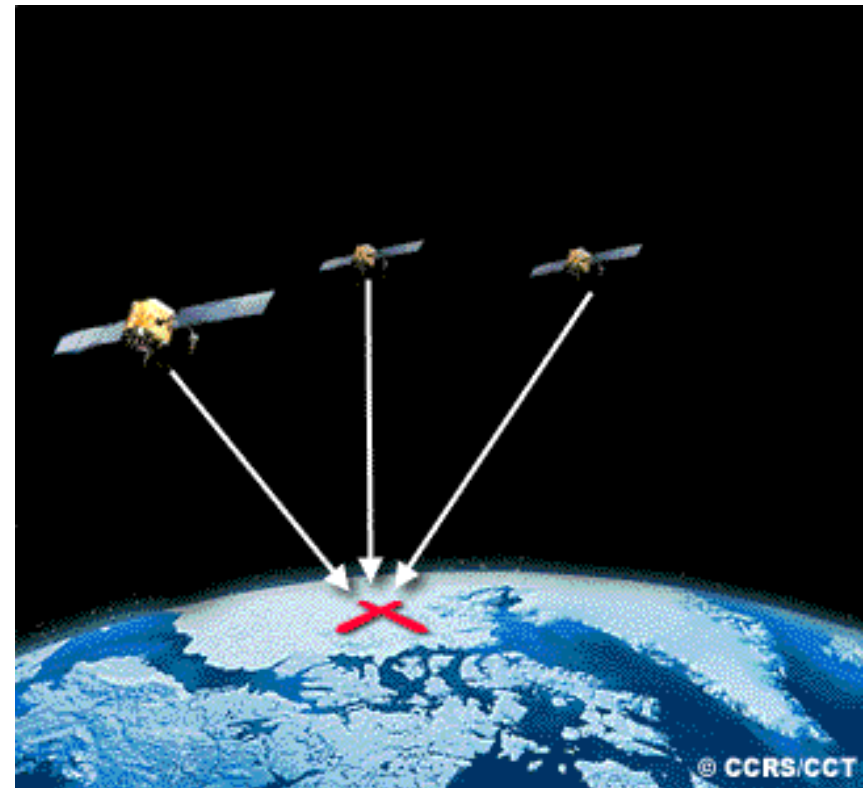
$$v = \frac{s}{t} \quad \longrightarrow \quad s = v \cdot t$$





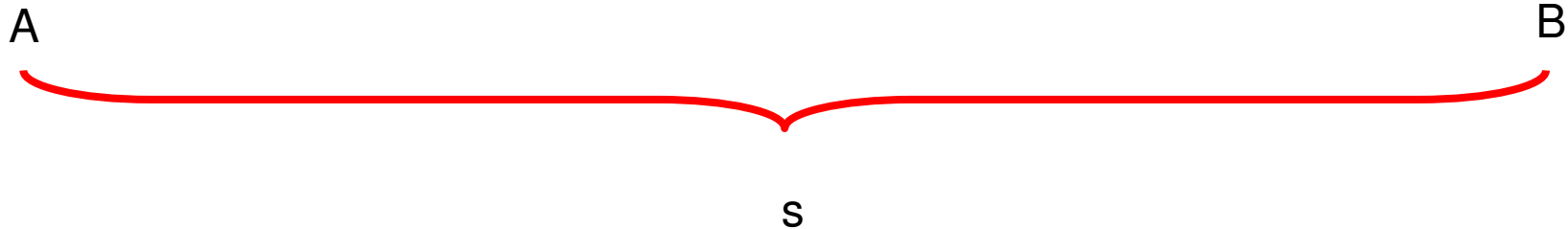


***GPS***



## Egy egyszerű feladat:

Átlagsebesség (láttuk):  $v_{\text{átl.}} = \frac{s_{\text{össz.}}}{t_{\text{össz.}}}$



Average velocity:

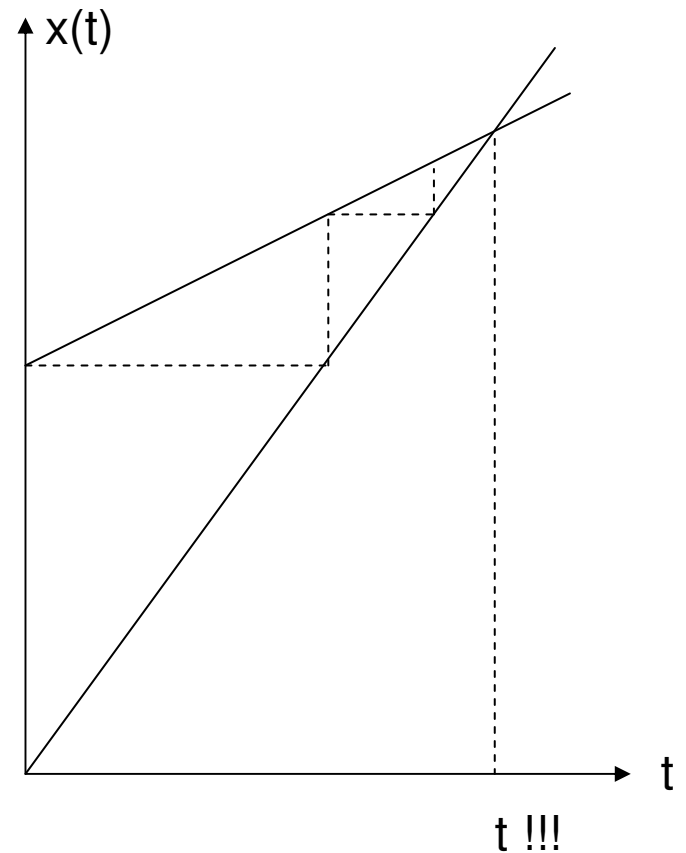
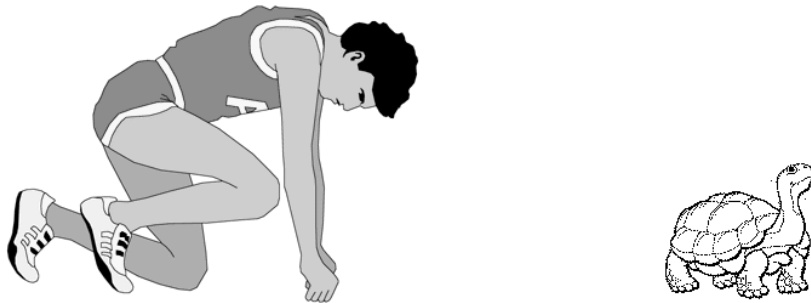
$$\frac{\text{elmozdulás}}{\text{idő}} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Average speed:

$$v_{\text{átl.}} = \frac{s_{\text{össz.}}}{t_{\text{össz.}}}$$

# Egy paradoxon: Achilles és a teknősbéka

Achilleus nem éri utol a teknősbékát, mert mire odaér, ahol a teknősbéka volt eredetileg, addig a teknős előbbre jutott, és így tovább ....

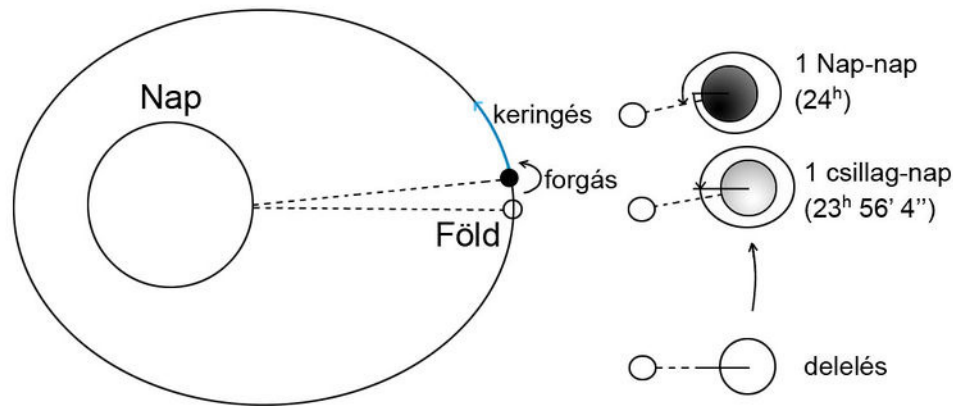


Megoldás: Achilleus nem éri utol a teknősbékát, amíg nem éri utol a teknősbékát !!!

Hol a hiba???

# Hosszúság és időegység

**A másodperc:** A másodpercet eredetileg az átlagos Nap-nap segítségével lehetett meghatározni, annak 1/86400-ad része.



Atomóra: nagy pontosság  
1ms / év vagy jobb

A másodperc az alapállapotú cézium-133 atom két hiperfinom energiaszintje közötti átmenetnek megfelelő sugárzás 9192631770 periódusának időtartama.

A méter: 1 méter a Föld kerületének (a Párizson átmenő délkörnek) 1/40000000-od része → ősméter

1 méter:  $\text{Kr}^{86}$  narancssárga spektrumvonalának 1650763.73 - szorosa

# Az idő mérésének pontossága



Napóra, periódus: 1 day  
(BC 3500), pontosság:  $\approx 10$  perc



Ingaóra, periódus: 1 s  
(1650)  
Pontosság:  $\approx 1$  perc/nap



Kvarcóra,  
32000 oszc./s  
(1918)  
Pontosság:  $10^{-3}$  s/nap



Atomóra,  
 $10^9$  oszc./s  
(1949)  
Pontosság: 1 s/300 millió év

Frekvencia-fésű:  
 $10^{14}$  oszc./s

$$\frac{\Delta f}{f} = 10^{-14}$$

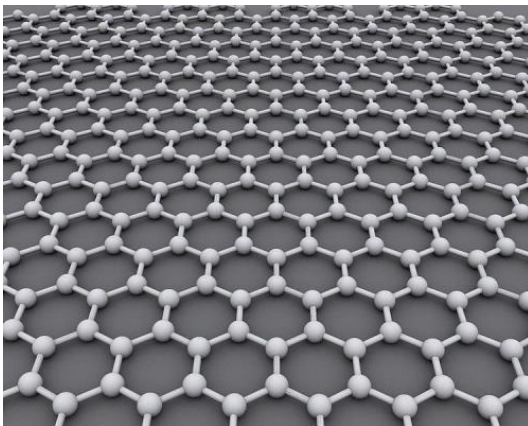
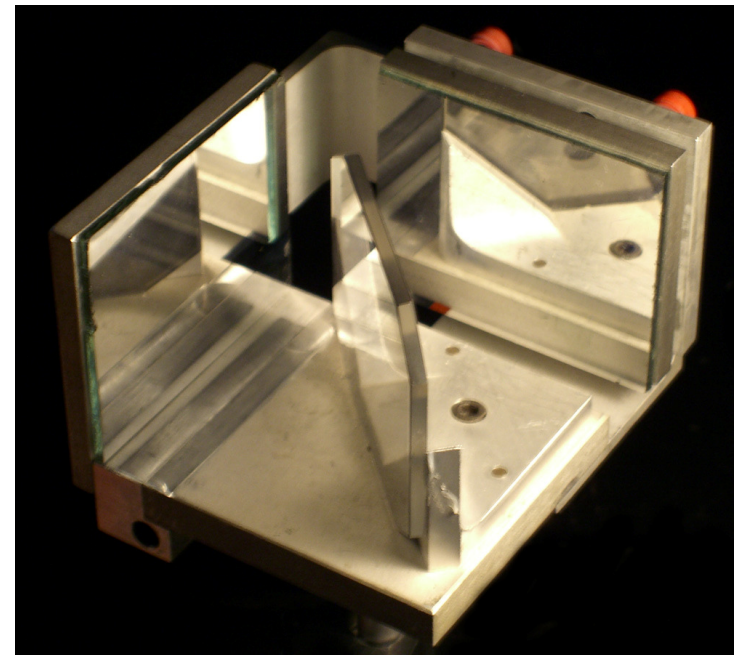
# Távolság- vagy hossz-mérés

Középkor: arasz, láb, hüvelyk, kőhajítás, napi járás, stb. Pontosság: mm - cm

1791. Méter  
ősméter etelon 1889-1960  
pontosság:  $\approx 10^{-6}$  m



1960- Interferometria  
pontosság:  $\approx 5 \cdot 10^{-8}$  m



Napjainkban:  
nanofizika  
pontosság:  $\approx 10^{-10}$  m

# Gyorsulás

$v \neq \text{const.} \Rightarrow v = v(t)$

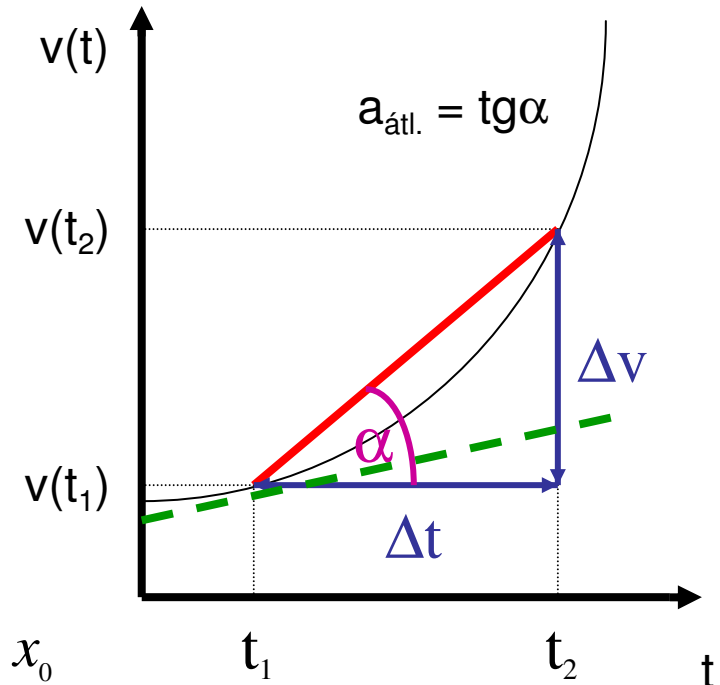
Def. átlagos gyorsulás:  $a_{\text{átl.}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} \quad \left[ \frac{m}{s^2} \right]$

Def. pillanatnyi gyorsulás:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

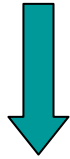
$$v(t) = \int_0^t a(\tau) d\tau + v_0$$

$$x(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau + x_0 = \int_0^t \left( \int_0^{\tau'} a(\tau) d\tau \right) d\tau' + v_0 t + x_0$$

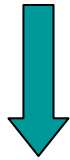


# Mozgás állandó gyorsulással

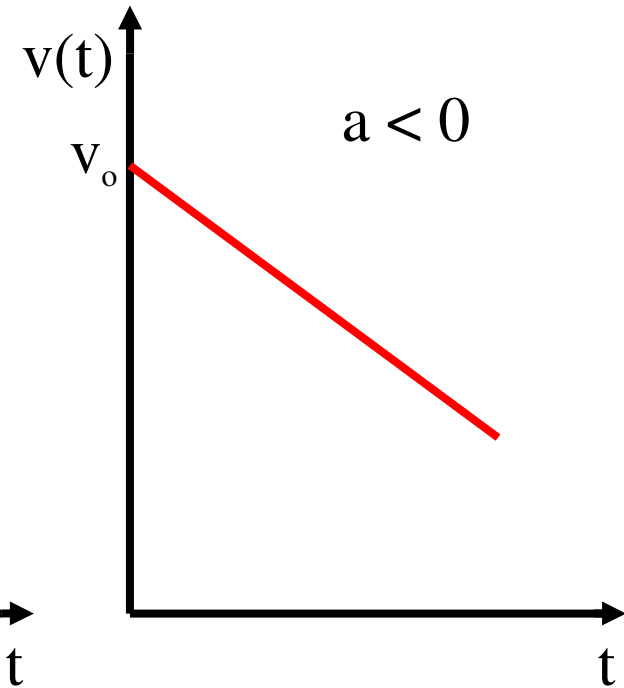
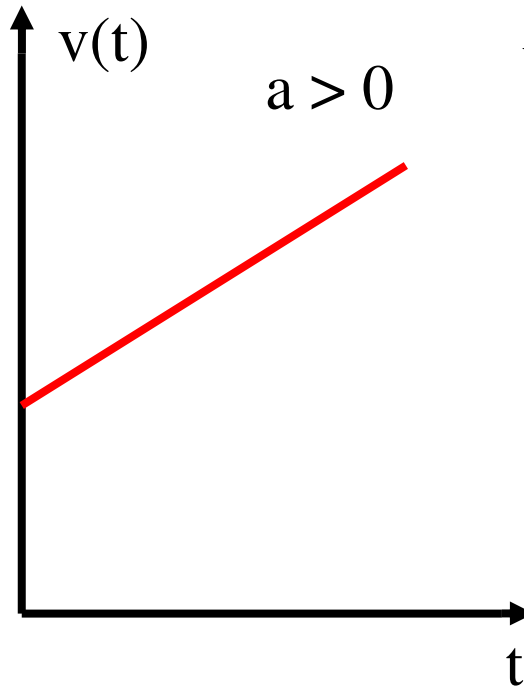
$a = \text{const.}$



$$a = \frac{v(t) - v_0}{t}$$

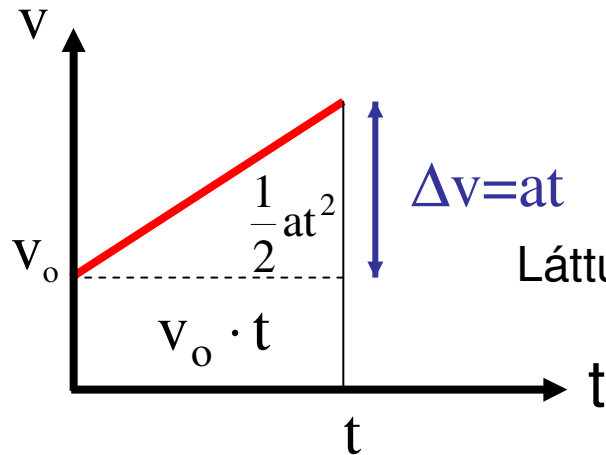


$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$





# Elmozdulás és pozíció

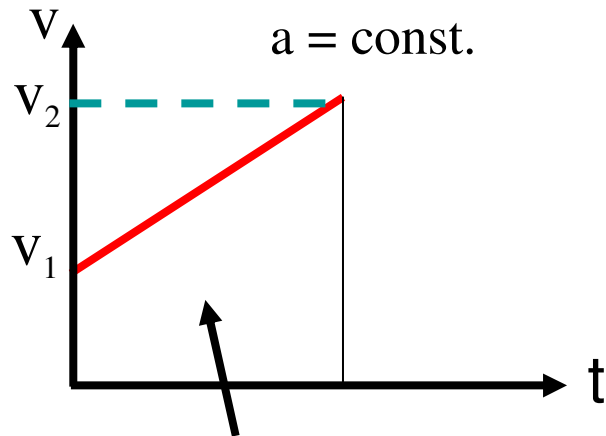


Elmozdulás:  $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} at^2$

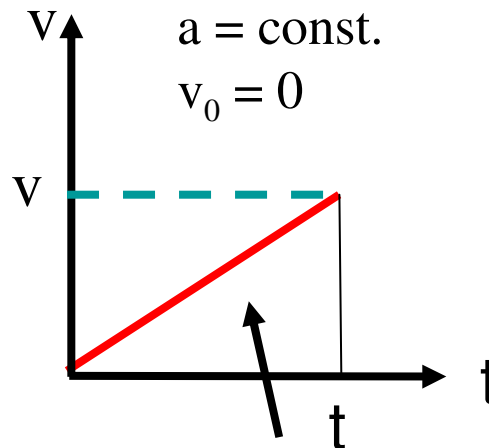
Láttuk:  $x(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau + x_0 = \int_0^t \left( \int_0^{\tau} a(\tau') d\tau' \right) d\tau + v_0 t + x_0$

Pozíció:  $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} at^2$

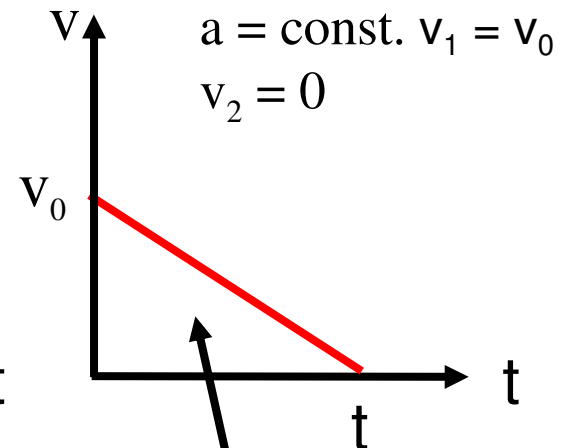
*Feladatmegoldáshoz hasznos formulák*



$$s = \frac{v_1 + v_2}{2} t = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$$



$$s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{vt}{2} = \frac{v^2}{2a}$$



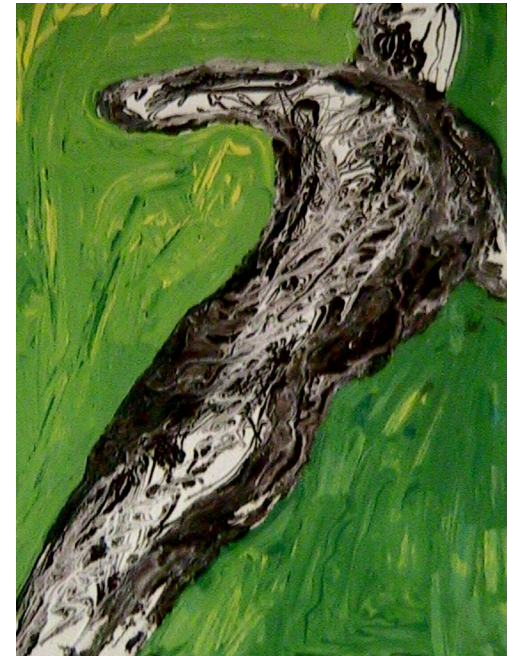
$$s = \frac{1}{2} |a| t^2 = \frac{v_0 t}{2} = \frac{v_0^2}{2|a|}$$

# Szabadesés

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$$



NY Mets 2009 Season: Free Falling



## 2D és 3D mozgás

Átlagsebesség (vektor):  $\vec{v}_{\text{átl.}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

$$\vec{v}_{\text{átl.}} = \frac{\text{elmozdulás}}{\text{idő}}$$

Átlagsebesség:  $v_{\text{átl.}} = \frac{s_{\text{össz.}}}{t_{\text{össz.}}}$

Pillanatnyi sebesség:  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$

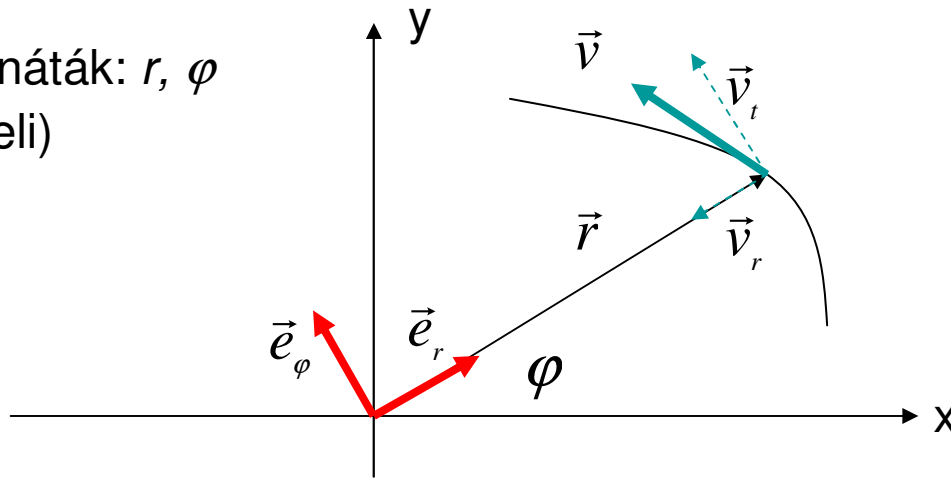
Mivel:  $d\vec{r} = dr\vec{u}_t$

$\vec{u}_t$  : érintő irányú egységvektor

$$\vec{v}(t) = \frac{dr}{dt} \vec{u}_t + r \frac{d\vec{u}_t}{dt}$$

$\uparrow$                        $\uparrow$   
 $\vec{v}_t$                       ?

Polárkoordináták:  $r, \varphi$   
(síkbeli)



$$\vec{r} = r\vec{e}_r$$

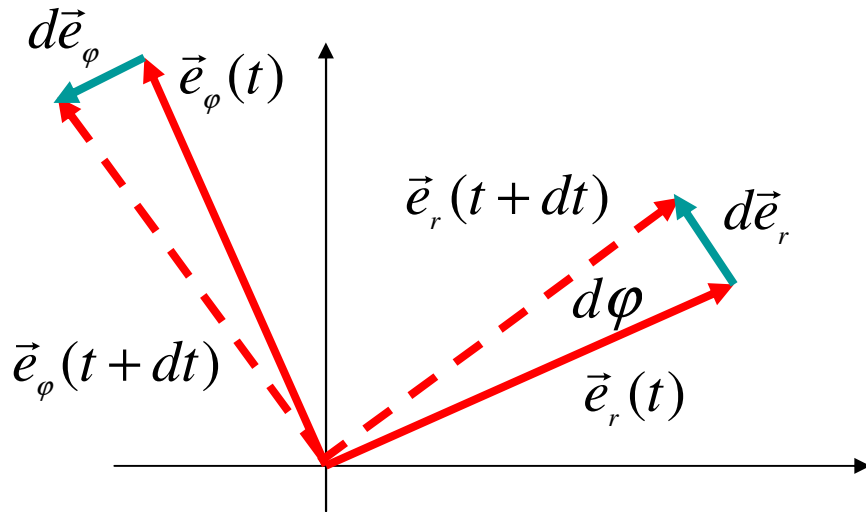
$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\vec{e}}_r$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$$

$\vec{v}_r$

$\vec{v}_t$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{r}\vec{e}_r + \dot{r}\dot{\vec{e}}_r + \dot{r}\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + r\ddot{\varphi}\vec{e}_\varphi + r\dot{\varphi}\dot{\vec{e}}_\varphi$$



$$\dot{\vec{e}}_r = \dot{\varphi}\vec{e}_\varphi \quad \dot{\vec{e}}_\varphi = -\dot{\varphi}\vec{e}_r$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi})\vec{e}_\varphi$$

A tömegpont helyzete:  $\vec{r}(t) = \int_0^t \vec{v}(\tau) d\tau + \vec{r}_0$

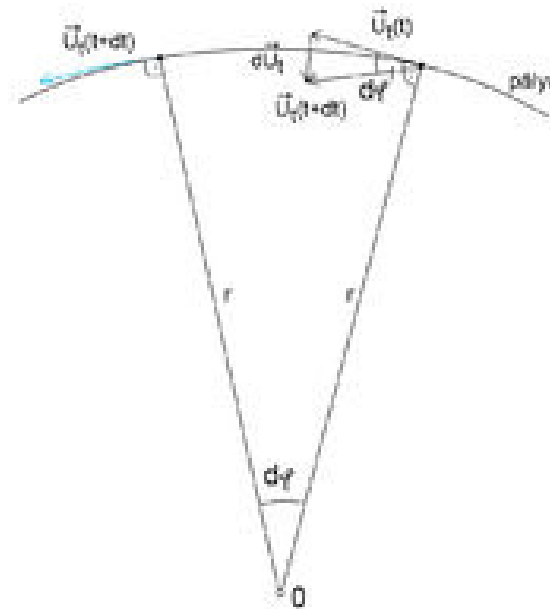
A tömegpont által megtett út:  $s = \int_0^t v(\tau) d\tau$

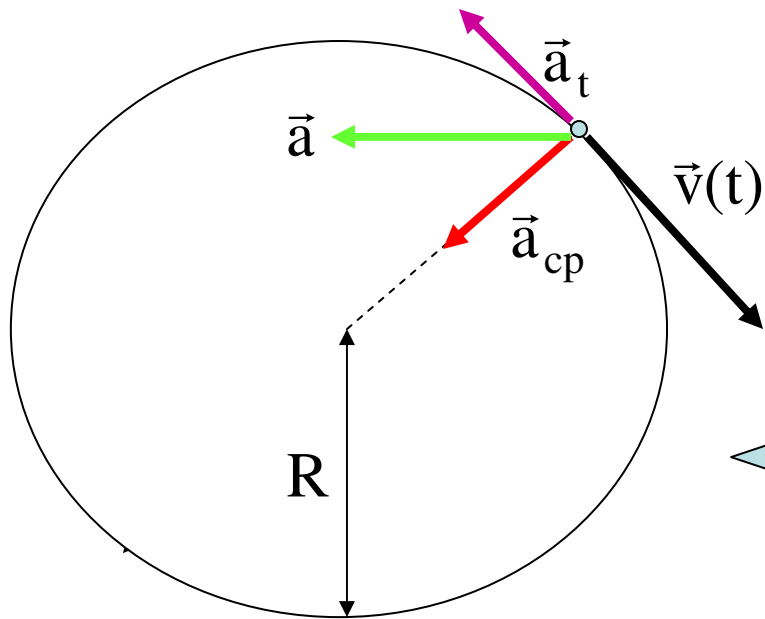
A tömegpont gyorsulása:  
(egyszerűen)  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\vec{u}_t) = \dot{v}\vec{u}_t + v\dot{\vec{u}}_t$

$$\frac{du_t}{|\vec{u}_t|} = \frac{v dt}{R} \Rightarrow \frac{du_t}{dt} = \frac{v}{R}$$

$$\vec{a} = \dot{v}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{n}$$

$\nearrow$   $a_t$                        $\nwarrow$   $a_{cp}$





$$\vec{a} = \vec{a}_{cp} + \vec{a}_t \quad \text{ahol} \quad a_t = \frac{dv}{dt}$$

v csökken:  $\frac{dv}{dt} < 0$

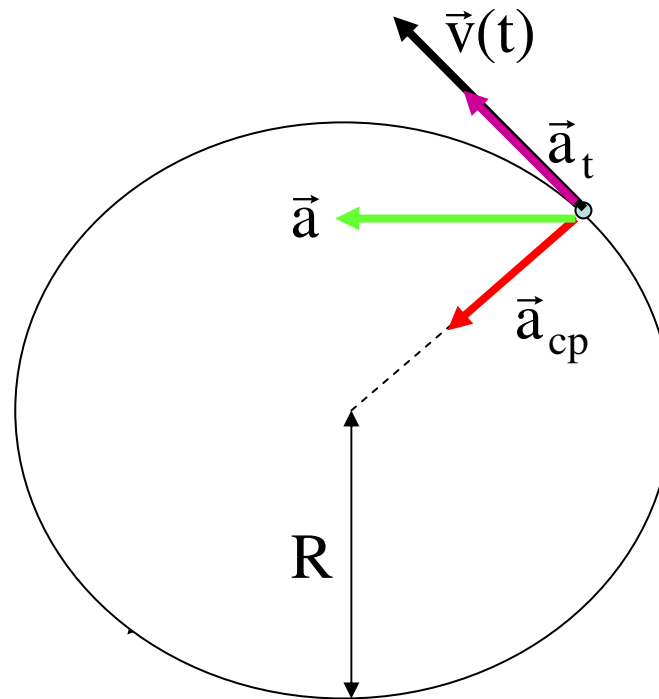
$v \neq \text{const}$

$$\vec{a}_{cp} \perp \vec{a}_t$$



$$a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_t^2}$$

v növekszik:  $\frac{dv}{dt} > 0$



Egy speciális eset:  $\vec{a} = \text{const.}$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_o + \vec{v}_o \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$$



$$x(t) = x_o + v_{ox} \cdot t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$v_x(t) = v_{ox} + a_x \cdot t$$

$$y(t) = y_o + v_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_y(t) = v_{oy} + a_y \cdot t$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_o + \vec{a} \cdot t$$

← Vízszintes mozgás

← Függőleges mozgás

# Hajítás

# függőleges mozgás

$$y(t) = y_o + v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$y_o = y_f = 0$$

$$0 = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$t = -\frac{2v_{oy}}{a_y} = \frac{2v_o \sin \Theta}{g}$$

$$x(t) = v_{ox}t = v_o \cos \Theta t$$

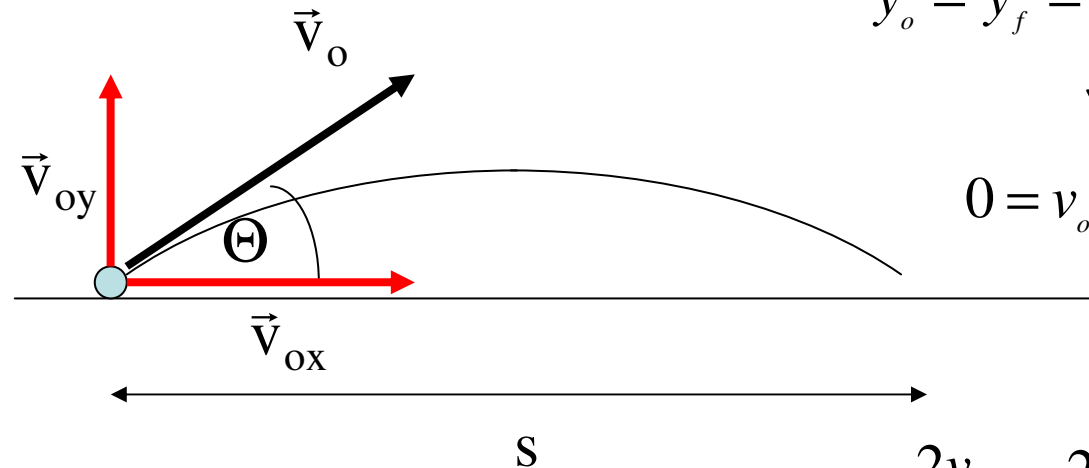
$$s = v_{ox}t = v_o \cos \Theta t = v_o \cos \Theta \cdot \frac{2v_o \sin \Theta}{g}$$

$$v_{ox} = v_o \cos \Theta$$

$$v_{oy} = v_o \sin \Theta$$

$$t = 2 \frac{v_{oy}}{g}$$

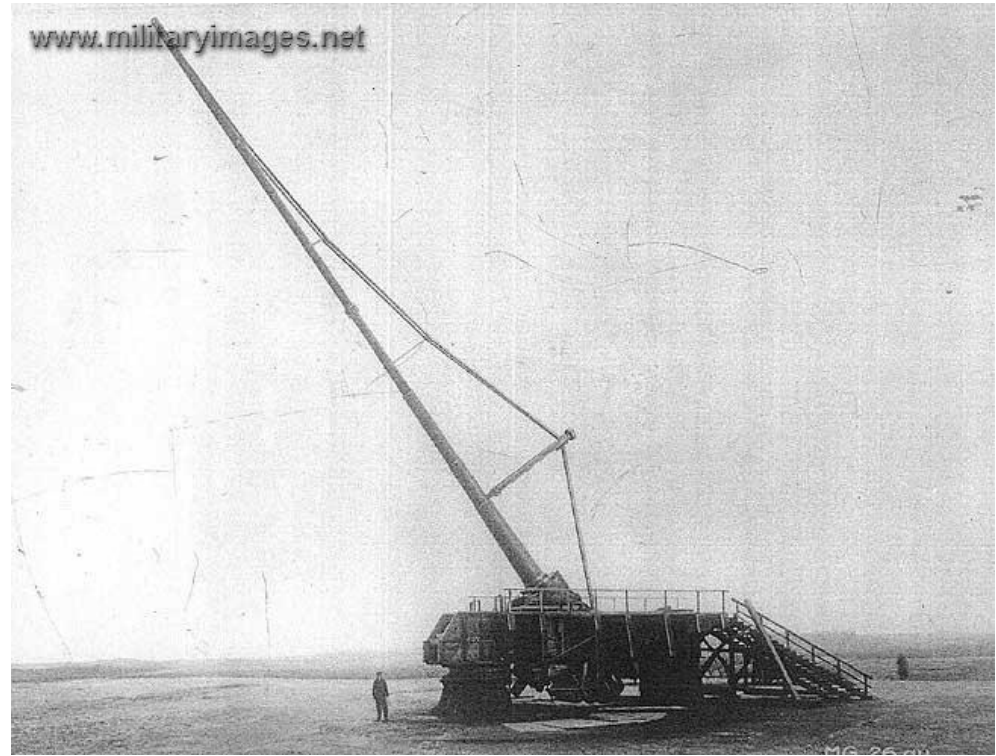
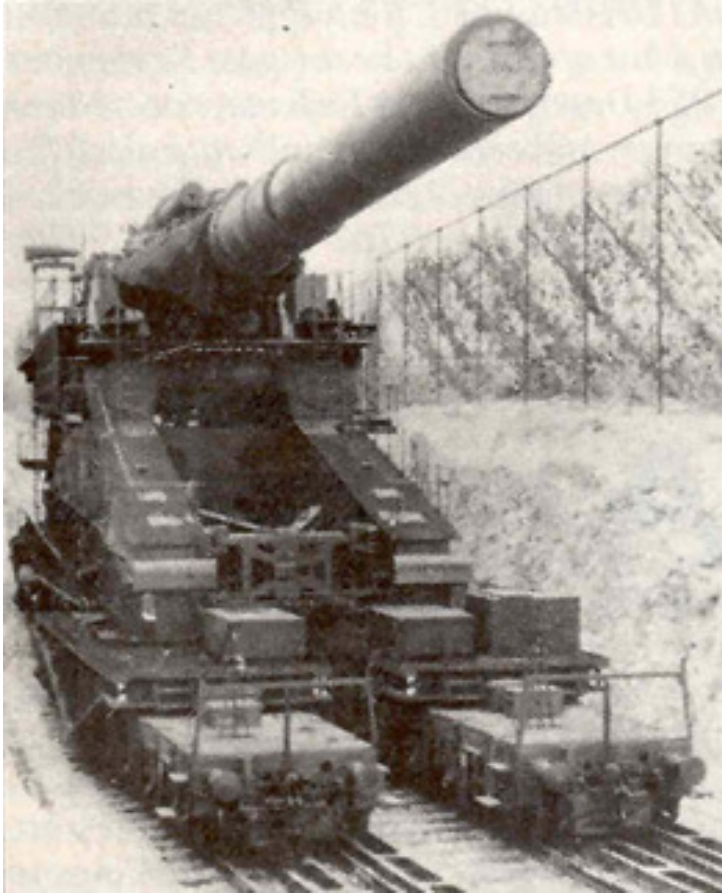
$$s = \frac{v_o^2}{g} \sin(2\Theta)$$



vízszintes elmozdulás



# *A nagy Bertha*



$$v_0 = 1700 \text{ m/s}$$

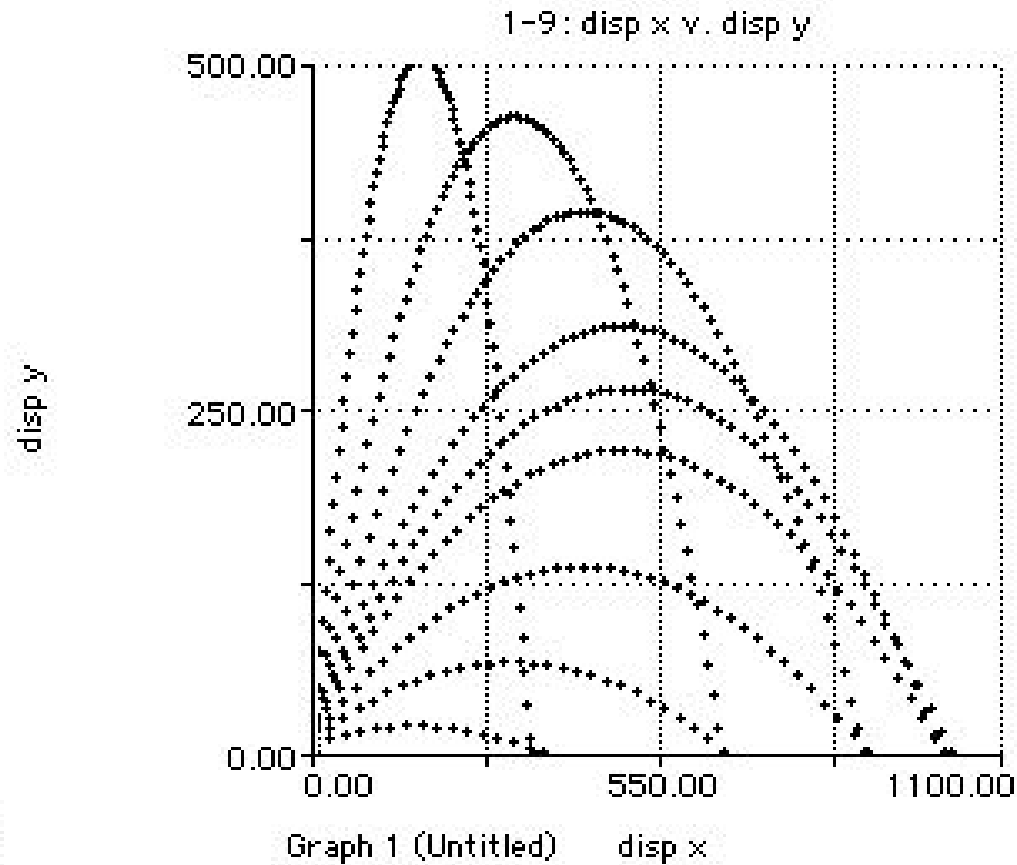
$$\theta = 55^\circ$$

$$s = ?$$

$$h = ?$$

# Egy jó stratégia a hógolyócsatához

/ avagy hogyan lehet a lányokat (fiúkat) hógolyóval eltalálni /



Tudjuk (alg.):

$$\sin \alpha = \sin(\pi - \alpha)$$

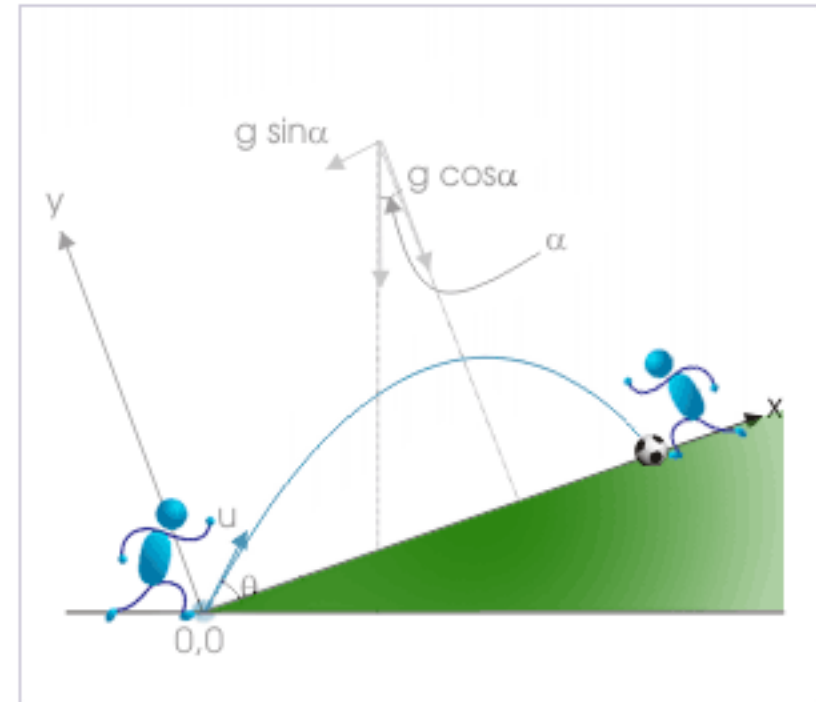
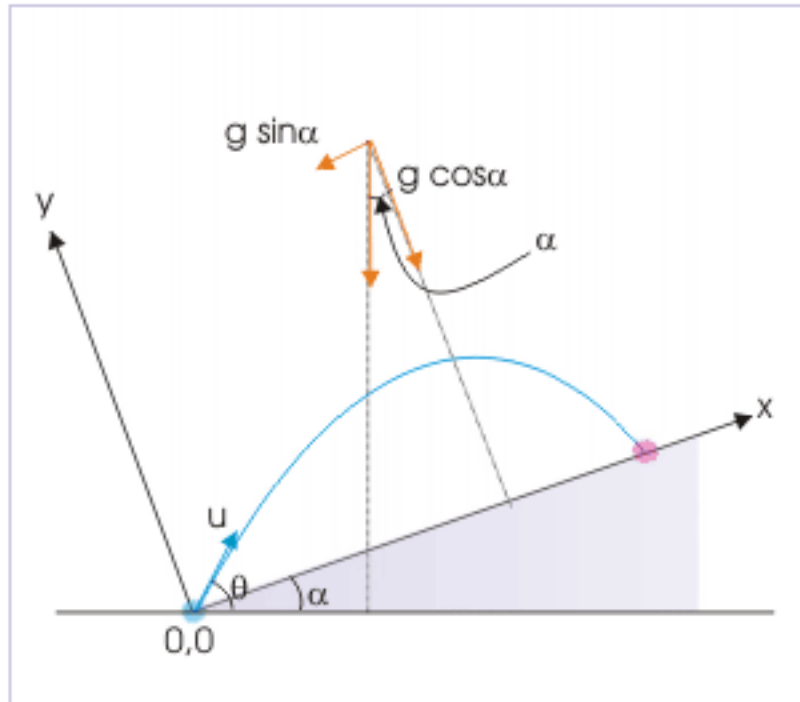
$$s = \frac{v_o^2}{g} \sin(2\Theta)$$

$$\sin(2\Theta) = \sin(\pi - 2\Theta) = \sin(2\beta)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \Theta$$

# Egy újabb példa

/ avagy miért építették a várakat hegytetőre /



1. megoldás:  $a_x, a_y$

2. megoldás:  $y(x)$



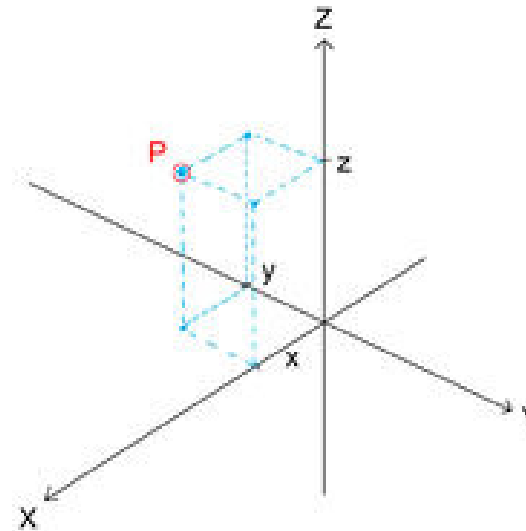
# Koordináta rendszerek

Descartes-féle koordináta rendszer

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = (x, y, z)$$

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{v}} = \vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$



Henger koordináta rendszer

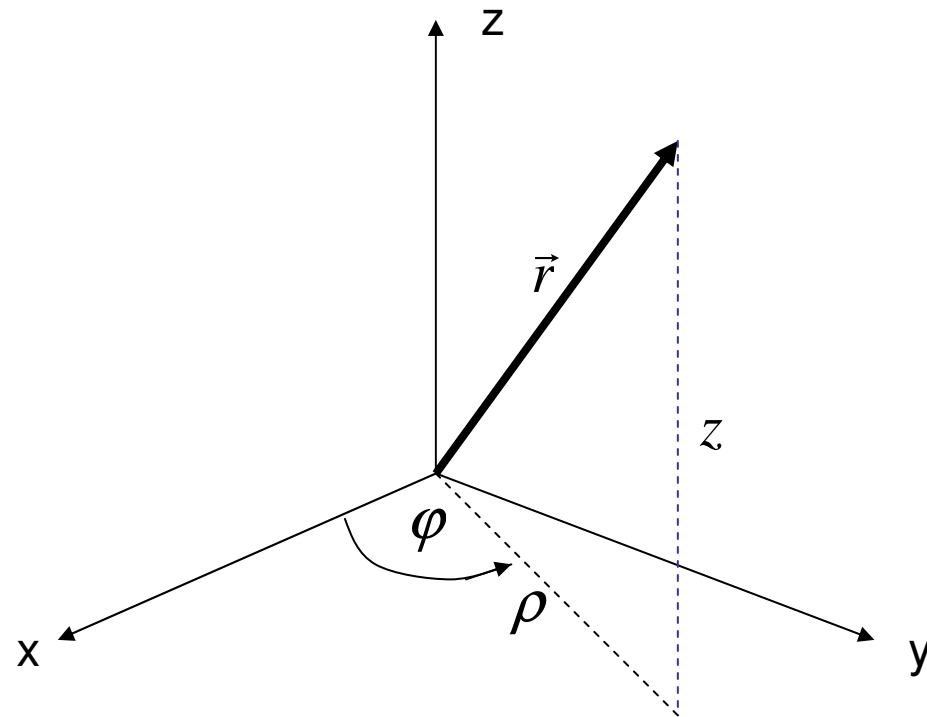
$$\vec{r} = (r, \varphi, z)$$

$$\vec{r} = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{k}$$

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{k}$$

$$\ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{v}} = \vec{a} = \underbrace{(\dots)\vec{e}_\rho + (\dots)\vec{e}_\varphi}_{\text{Síkbeli polár}} + \ddot{z}\vec{k}$$

Síkbeli polár



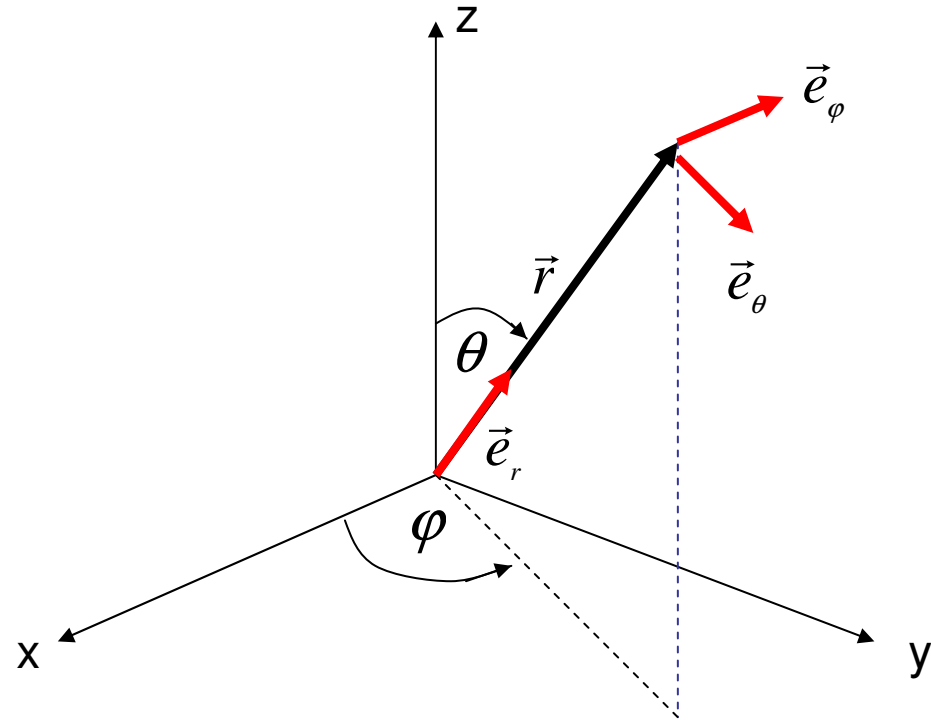
## Gömbi koordináta-rendszer

$$\vec{r} = (r, \varphi, \theta)$$

$$\vec{r} = r\vec{e}_r$$

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r \sin \theta \dot{\varphi} \vec{e}_\varphi + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

$$\ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{v}} = \vec{a} = H.F. \quad ?$$



Segítség:  $\vec{e}_r = \sin \Theta \cos \varphi \vec{i} + \sin \Theta \sin \varphi \vec{j} + \cos(\Theta) \vec{k}$

$$\vec{e}_\varphi = -\sin \varphi \vec{i} + \cos \varphi \vec{j}$$

$$\vec{e}_\theta = \cos \Theta \cos \varphi \vec{i} + \cos \Theta \sin \varphi \vec{j} - \sin \Theta \vec{k}$$

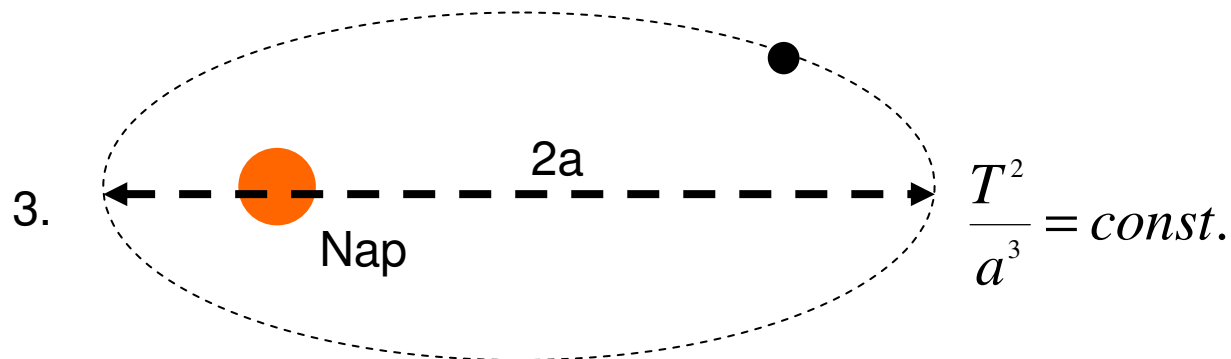
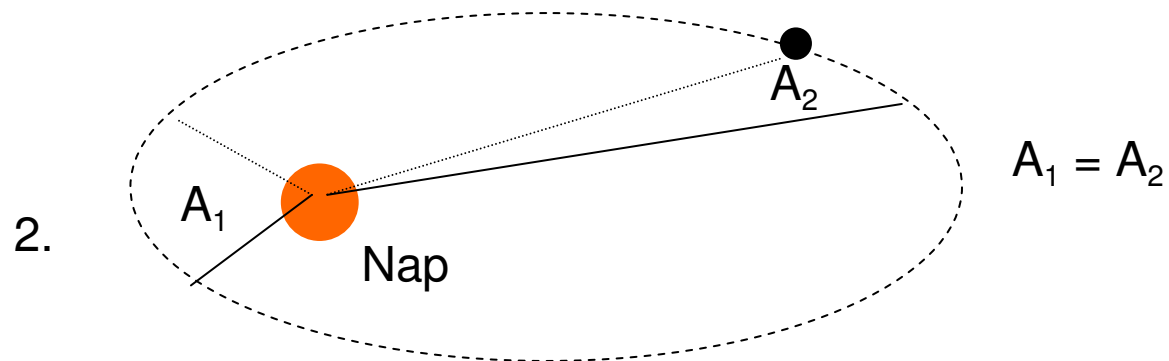
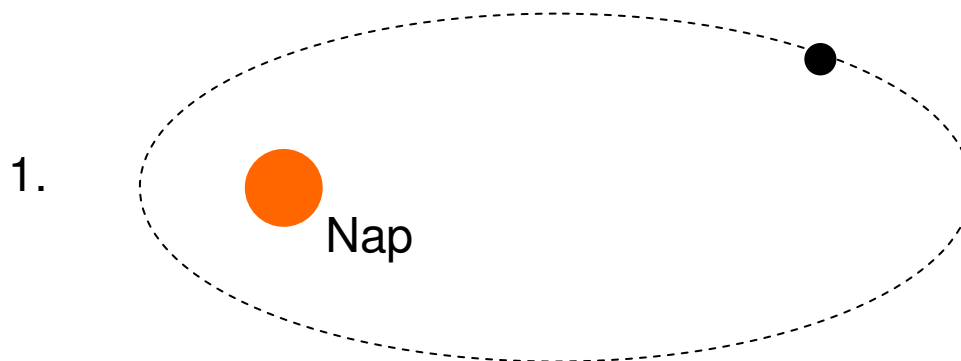


(Tycho de Brahe, 1546 - 1601)



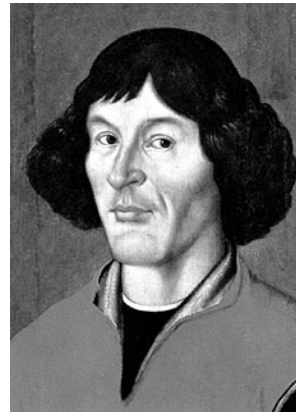
(Jahannes Kepler, 1571 - 1630)

## Kepler törvények



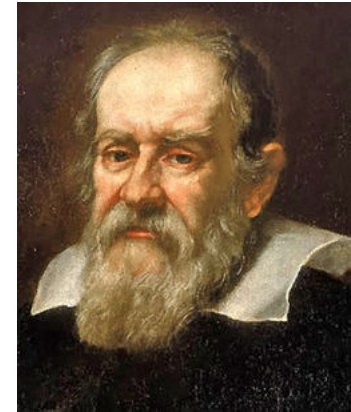
**Kinematika → dinamika?**

Tycho de Brahe  
1546 - 1601



## Történeli sorrend

Kopernikusz  
1473 - 1543



Galileo Galilei  
1564 - 1642



Jahannes Kepler, 1571 - 1630



Isaac Newton  
1642 - 1727

