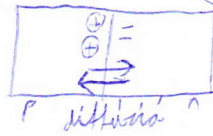


# Félvezetők fizikája

Félvezetők: olyan anyag, aminek vezetőképessége nagyon függ:

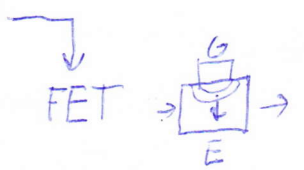
- hőmérséklettől
- adalékolástól (dopálásól)
- külső fesz./áramtól (kapuzás/gating)
- közeli kontaktusban lévő félvezetéstől

$R$  diffúzió, transfer (pn dióda)



(pn dióda)

(garn-dióda)



- fény (szenszorok)

- mágnesség (spintronika, mágneses félvezetők)  
MRAM

## Félvezető anyagok

IV (főcsoport): Si, Ge, (Sn), C (grafén, rén-nanocsövek, gyémánt)

IV. vegyületek: SiC

III-V: AlP, GaAs, InSb

II-VI: ZnS, ZnSe, ZnO, CuO, PbS, FeS<sub>2</sub>

Alacsonydimenziós félvezetők: 1D: nanocsövek, nanodrótok GaAs, InP

. 2D: grafén, dichalogenidok: MoS<sub>2</sub>, MoSe<sub>2</sub>, WS<sub>2</sub>

Molekuláris, rezon félvezetők: C<sub>60</sub>

## Félvezetők korai története

### Alapjelenségek:

1833 Faraday AgS melegítve R csövekben

1839 Becquerel: fotovoltai hatás effektus

1873 Smith: fotavezetés Se-ben (R csövekben)

1874 Braun: egyenirányítás fém-sulfidokban

\* Schuster: CuO-ban

1878 Hall-effektus

1900 Baedeker CuI-ban Hall-eff. ellenértes előjellel

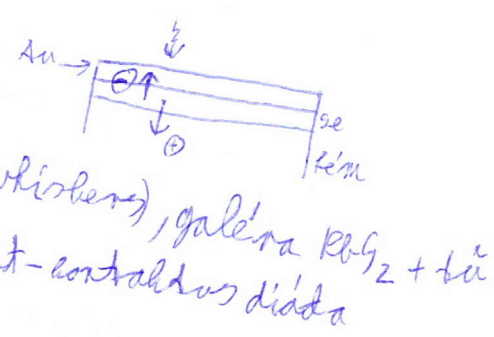
$$R_H = \frac{1}{ne}$$

Halbleiter

1928-1938 félvezetők kvantumelmélete, Bloch, Schatthy, Matt  
 1940 Banden: nem reprodukálható eredmények tisztasággal függnek  
 1 ppm ( $10^6$ ) nem elég  
 Ma:  $10^{12}$  tisztaság

Előközök:

- 1890 Bell katódsóval fényel Se-nel
- 1893 Tritts első napelem, Se + Fe + vékony Au
- 1904 J. Bose: érzékeny rádiódetektor (cat's-whisker), galéria  $K_2O$  +  $K_2$  +  $K_2O$
- 1906 Round első LED
- 1920 Hübner CuO + Se egyenirányító
- 1922 Koser először ZnO
- 1926 Lilienfeld: FET
- 1941 Ohl: Si p-n átmenet
- 1947 Banden, Brattain, Schockley tranzistor



Nobel díjak:

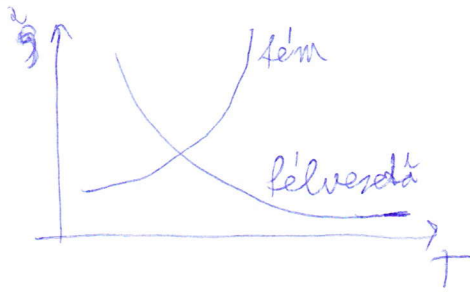
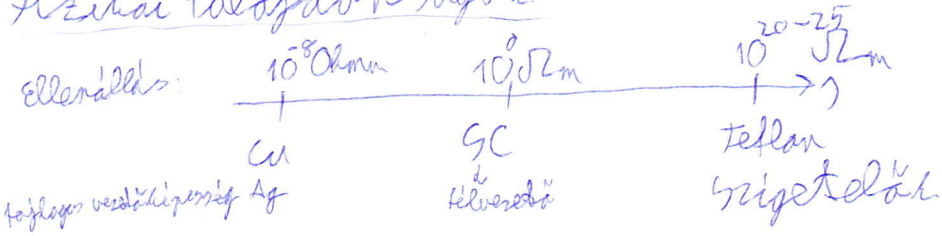
- 1956: tranzistor BBS
- 1973: Esaki, Gyantunnel: dióda
- 1985: von Klitzing QHE
- 2000: Alferov, Kraemer, Kilby félvezető lézer
- 2007: Fert, Grünberg GMR  $\rightarrow$  IC (integrált áramkör)
- 2009: Boyle, Smith CCD
- 2010: Geim, Novoselov grafén
- 2014: Akasaki, Amano, Nakamura kék LED, GaN

Félvezető fizika helye:

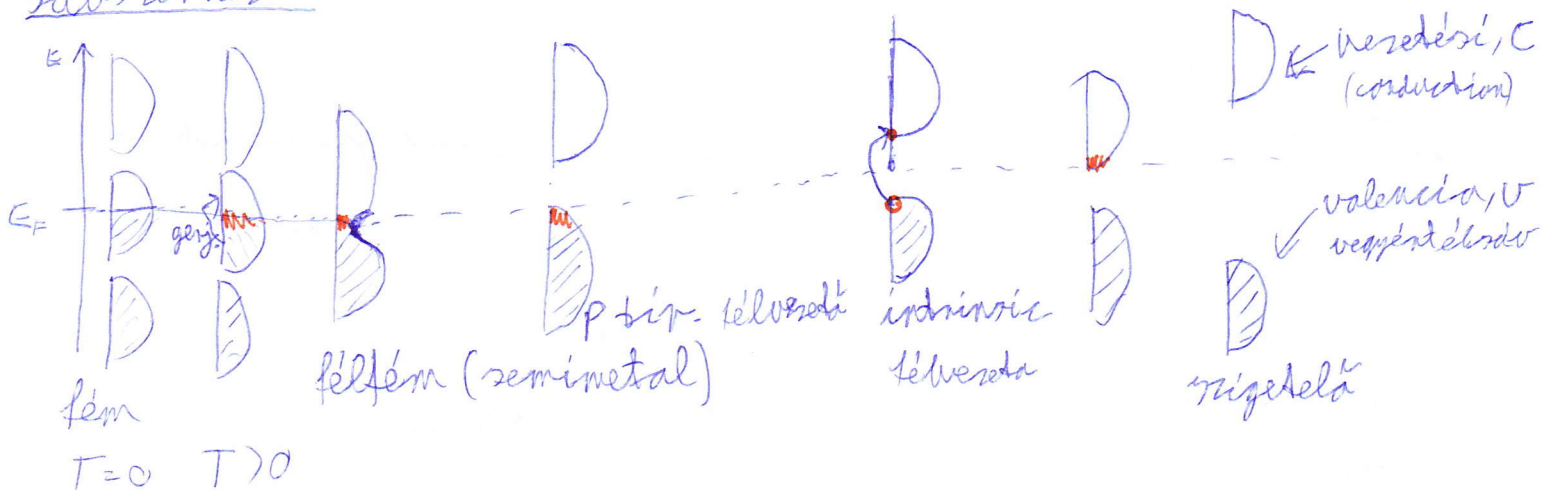
cella közel: kvantummechanika, gril-fiz, fad. fiz, Anyagtudomány, Optika  
 újon belül: Elektronika, spintronika, lézertika, lézerfizika  
 utadálak: alapanyagok, alacsonydimenziós félvezetők, excitonok  
 alapvető jelenségjel demója (BEC, QHE, FQHE...)  
 alkalmazott kutatás: új eszközök (HEMT), méret, zavarok

Alkalmazások: mindenhol

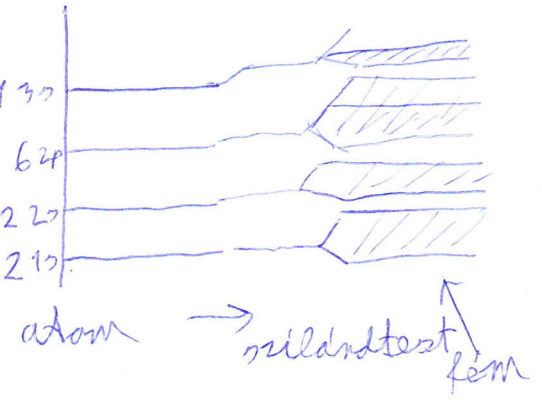
Fizikai tulajdonságok



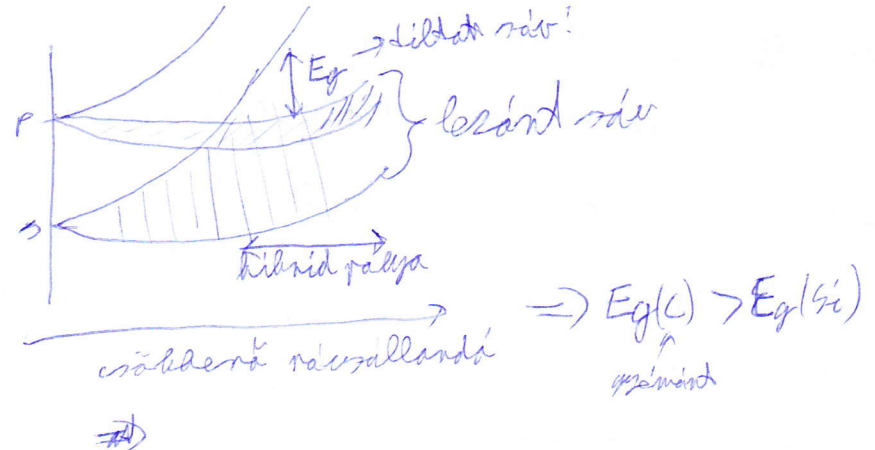
Szűrőhöz



Na fém



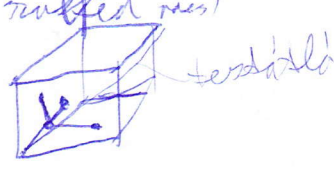
IV elemek (C:  $2s^2 2p^2$ )  $\downarrow$  ábránál



menet: gyémánt

$ZnS$  (zink-blende, cink-sulfid réz)

Bravais rács: fcc  
 pályák:  $(0,0,0) \cdot a$ ,  $\frac{1}{4}a(1,1,1)$



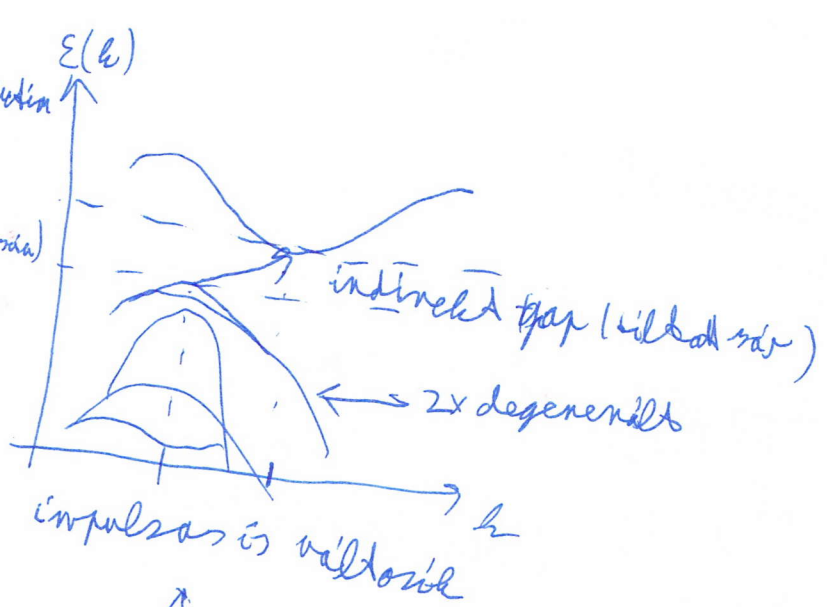
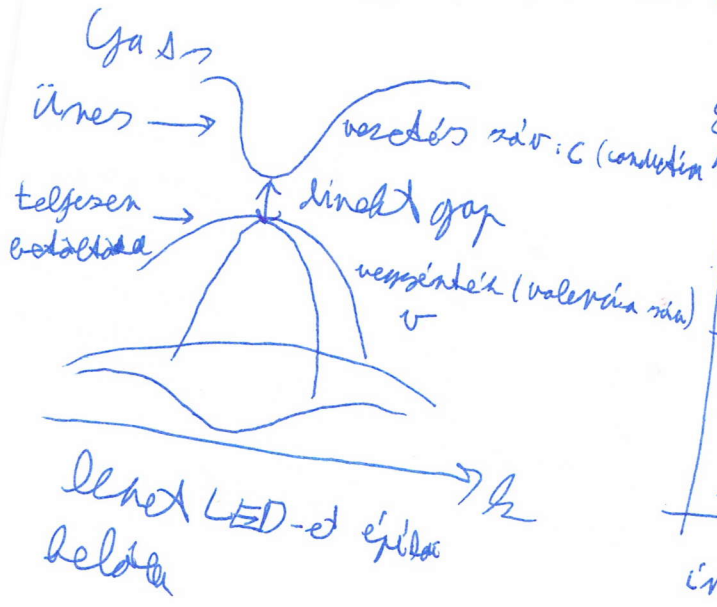
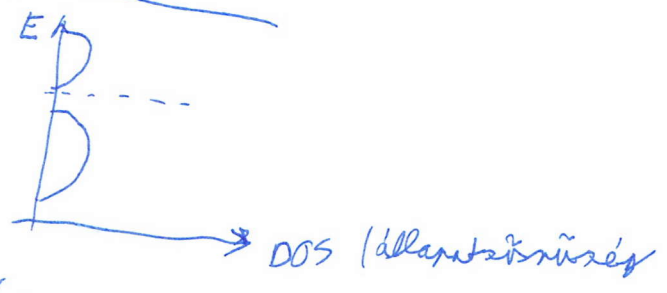
2. a) menkeset:  $\text{Vasiradomai mdszaki}$

$\mu: (0,0,0) \cdot a \Rightarrow \text{Ga}$

$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \cdot a \Rightarrow \text{As}$

↳  $\rho$  hibridizáció kávédelménye az  $\rho$  menkeset 2. ca

Szűrőmenkeset

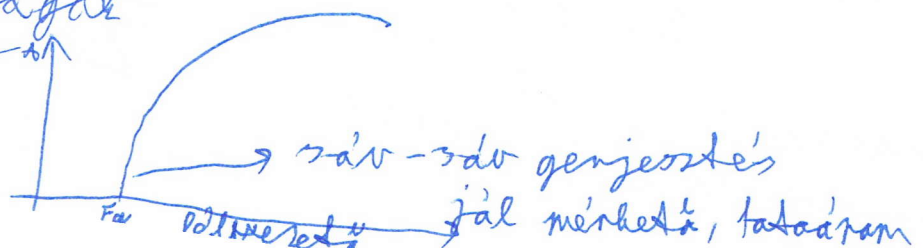
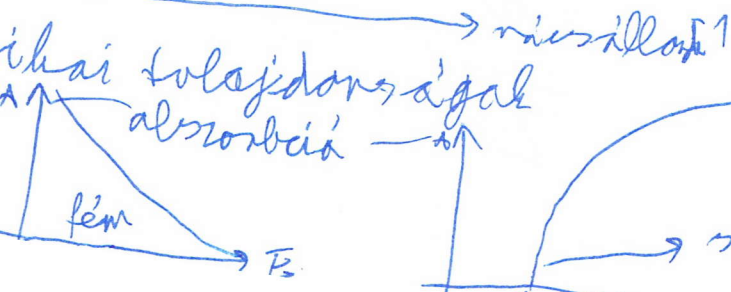
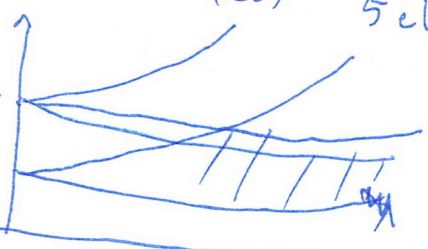


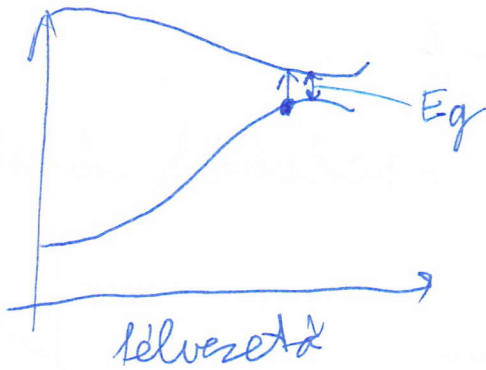
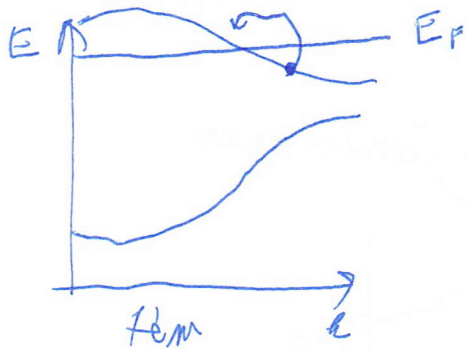
lehet LED-el építeni  
belső  
 $P = \frac{h\nu}{c}$

$S_i = \underbrace{1^3 2^3 3^3}_{\text{három elektron}} \underbrace{2^3 3^3}_{\rho^3 \text{ -an rétegre}} \rho^2$

2db  $S_i$ -an 8 db hülszál  $e^-$  van!

étath sáv (eV)	5 eV	$S_i$	Ge	GaAs	AlAs
		1.1	0.7	1.5	2.2





ja optikai detektorok

Töltésbondosíték félvezetőben

Fémekben  $n = 10^{22} \frac{1}{\text{cm}^3}$

töltésbondosíték koncentráció

germániumban szabványos  $n = 2 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$

hozzáadunk 1ppm ( $10^6:1$ ) elektront  $n = 2 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{cm}^3} \rightarrow$  vezetékesség nagyon megnő

Drude modell:  $ma = F = qE$

létesít "viszkozitás"  $\rightarrow ma = 0 = qE - k v \rightarrow v$   
in. relaxációs idő köreletés

$\frac{x}{m} = \frac{1}{p} \rightarrow \frac{qE}{m} = \frac{v}{\tau} \rightarrow v = \frac{qE\tau}{m}$   
↑ drift-sebesség (cm/s)  $\tau$ : relax. idő

áram-sűrűség:

$j = n e v_d$

$j$  arányos  $n$ -nel!

átaláhálással  $n$  nő, de egy idő után  $\tau$  csökken

Szilfises alap

1D  $\rightarrow$  elektromág:  $\psi(k, x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx}$  síkhullámok

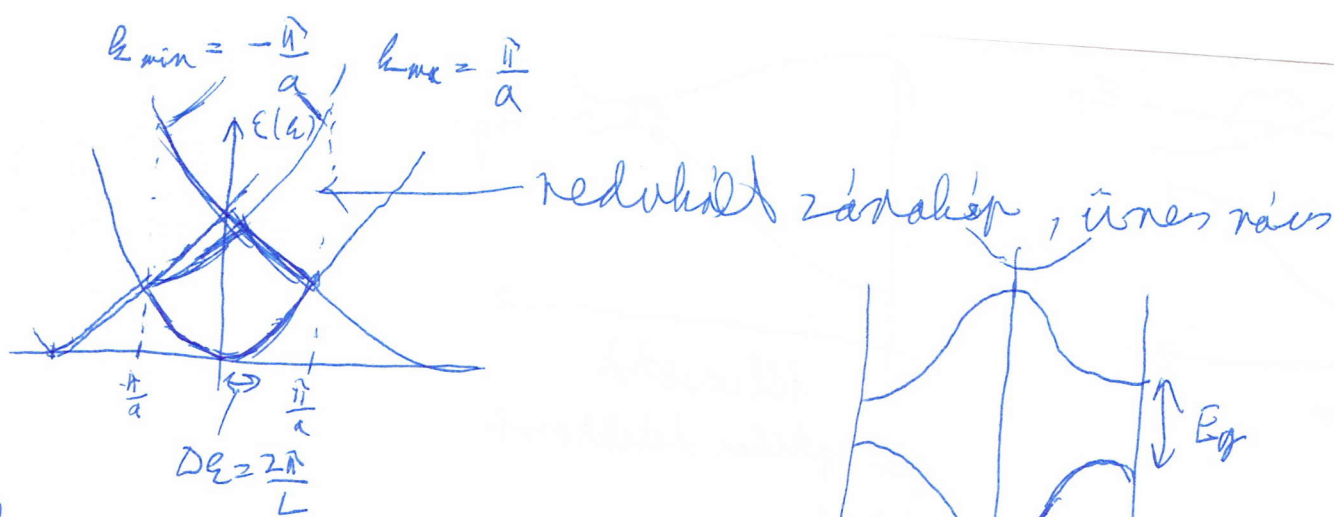
periodikus határfeltétel:  $e^{ikL} = 1$



$kL = 2\pi n \rightarrow k = \frac{2\pi n}{L} = \frac{2\pi}{a} \cdot \frac{n}{N} \Rightarrow$

$L = Na \rightarrow$  másképp  $a$  atomok száma

$\Rightarrow N$  db hullámháza  $k$



ha van periodikus potenciál is:

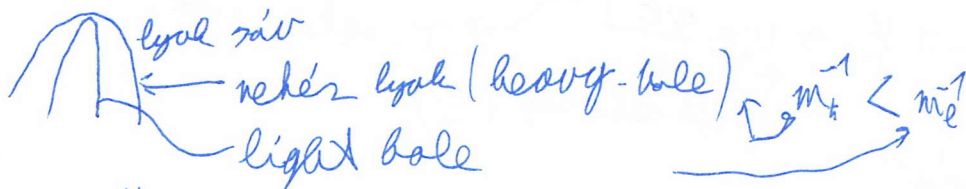
$$V = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m}$$

Lenzi-gázra

effektív tömeg:

$$(m_{eff})_{ij}^{-1} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j}$$

pl.: gáz  $V$  és  $\rho$



tipikusan  $m_c^* = 0.1 - 0.9 \cdot m_0$   
 effektív tömeg  $\uparrow$   $e^-$  tömeg

$$m_v^* = -1 - 2 \cdot m_0$$

növekedéskor adta enő  $F = \hbar k$

DOS (állapot sűrűség)

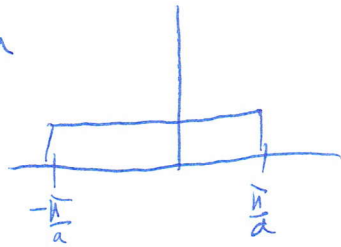
1D-ben  $Dk = \frac{2\pi}{L}$  sűrűség  $k$  áll. között  
 állapotok sűrűsége  $D(k) = \frac{L}{2\pi}$   
 állapot sűrűség

3D-ban:  $\frac{V}{(2\pi)^3}$  (létszám. x2)

egyenletes!

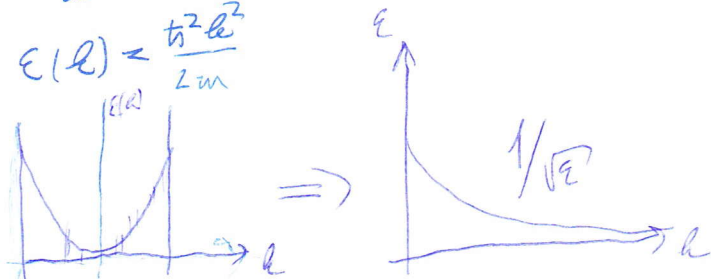
Öröms dillepatok száma  $\rightarrow D09$

1D-ben



$$\int_{-a/2}^{a/2} \frac{L}{2\pi} dk = N \checkmark$$

$$\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



alternatív 3D-ben

$$D(k) \cdot 4\pi k^2 dk = D(\epsilon) d\epsilon \quad \leftarrow \text{aka} \quad \epsilon(\epsilon) = \frac{\hbar^2 |k|^2}{2m}$$

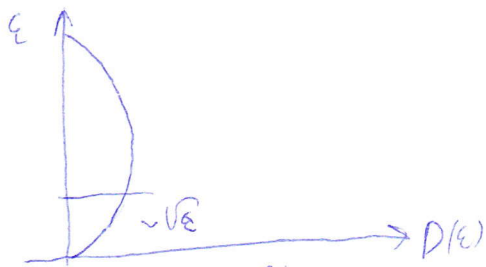
$$1D: D(k) dk = D(\epsilon) d\epsilon$$

$$\frac{V}{4\pi^2} \cdot 4\pi \cdot \frac{2m\epsilon}{\hbar^2} \cdot \frac{d\epsilon}{d\epsilon} = D(\epsilon)$$

$$\left(\frac{d\epsilon}{dk}\right)^{-1} = \left(\frac{\hbar^2 k}{m}\right)^{-1} = \left(\frac{\hbar \sqrt{2\epsilon}}{m}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow D(\epsilon) = \frac{V}{\pi^2} \cdot \frac{2m\epsilon}{\hbar^2} \cdot \frac{m}{\hbar \sqrt{2\epsilon}} = \frac{V}{\pi^2 \hbar^3} \cdot \sqrt{2m\epsilon} = \frac{V}{2\pi^2} \sqrt{\epsilon} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}$$

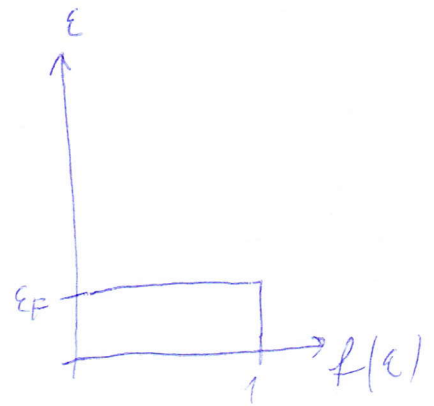
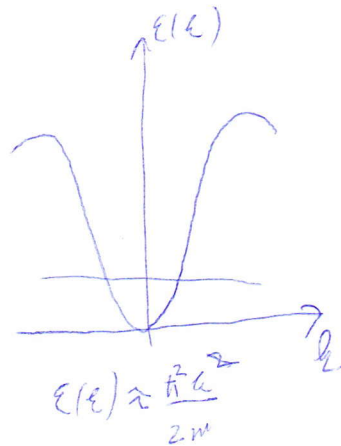
Sávok betöltése:



$$D(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{\epsilon}$$

anyag

$$N = \int D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$$

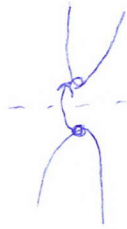


$$f(\epsilon) = \frac{1}{1 + e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}}}$$

$$\epsilon_F = \mu(T=0)$$

statisztika

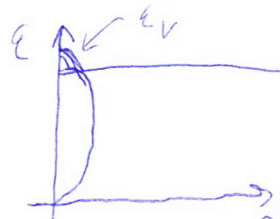
Felhasználható (mígmeddig  $E_F$ -je?)



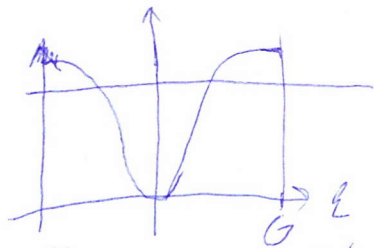
$E_F = \mu$

$E_F = \mu(T \rightarrow 0) \rightarrow$  ilyenkor  $E_F$  nem azonnal definiálható ilyenkor

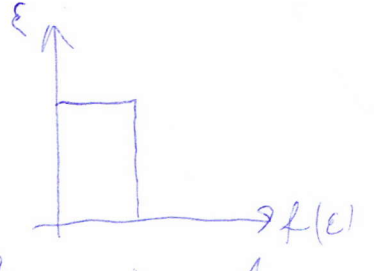
érv-teteje



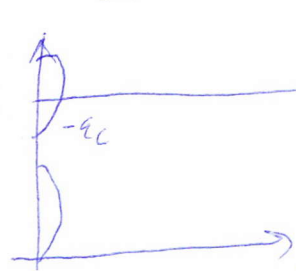
$D(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (\epsilon_V - \epsilon)^{1/2}$



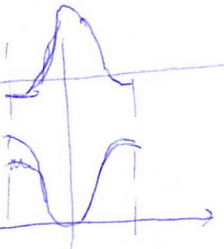
$\epsilon(\epsilon) = \epsilon_V - \frac{\hbar^2 (\epsilon - \epsilon_V)^2}{2m^* \epsilon_V}$



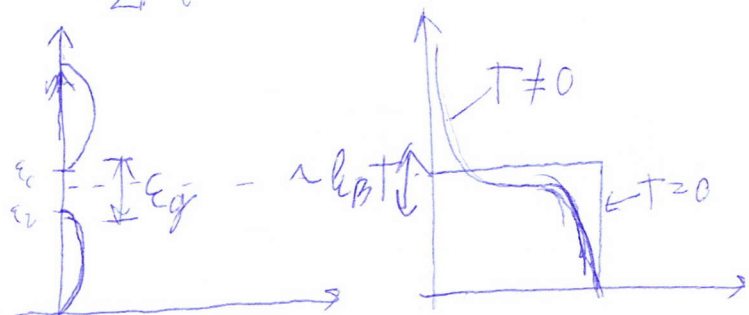
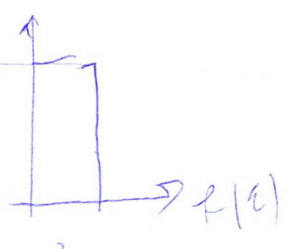
$f(\epsilon) = \frac{1}{1 + e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}}}$



$D(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m^*_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon - \epsilon_C}$



$\epsilon(\epsilon) = \epsilon_C + \frac{\hbar^2 (\epsilon - \epsilon_C)^2}{2m^*_c}$



lyuk morad u-ban  
e- lesz c-ben

közelítés  $E_g \gg k_B T$  (pl  $T = 300K$   $k_B T = 26 meV$ )

$n = \int_{\epsilon_C}^{\infty} D_c(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$

$\frac{1}{1 + e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}}} \approx e^{-\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}}$

elektron száma:  $n = \int_0^{\epsilon_V} D_v(\epsilon) (1 - f(\epsilon)) d\epsilon$

$n = \int_{\epsilon_C}^{\infty} \sqrt{\epsilon - \epsilon_C} e^{-\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}} \cdot C d\epsilon = \int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} \cdot \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \frac{1}{\beta} e^{-\frac{(\epsilon_C - \mu)\beta}{k_B T}} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot e^{-\frac{(\epsilon_C - \mu)}{k_B T}} \cdot (k_B T)^{3/2} \cdot C$



$$n = 2 \left( \frac{2m_c^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(\epsilon_c - \mu)/k_B T}$$

$$p = 2 \left( \frac{2m_v^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-(\mu - \epsilon_v)/k_B T}$$

↓

$$\mu = \frac{1}{2}(\epsilon_c + \epsilon_v) + \frac{3}{4} k_B T \ln \left( \frac{m_v^*}{m_c^*} \right)$$

és  $\sqrt{np} = n = p = 2 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_c^* m_v^*)^{3/4} e^{-E_g/2k_B T} \rightarrow n \sim e^{-E_g/2k_B T}$

↓

DOS:  $\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$   $D(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon}$

$\frac{V}{2\pi} \dots \rightarrow [D(\epsilon)] = m^3 \cdot \left( \frac{3\pi^2/m^2}{3\pi^2} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon} = \frac{1}{3}$

$$n = \int_{\epsilon_F}^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon = \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon) d\epsilon \Rightarrow [n] = \text{db}$$

töltéshordozói koncentráció:  $n \sim 10^{21} \frac{1}{\text{cm}^3}$

pl Na atom:  $1e^-/\text{cella}$

$$\frac{n}{V} = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{2}{3} \epsilon_F^{3/2} \approx \frac{1}{10} \cdot \left( \frac{10 \text{ kg}}{10^{-34} \text{ kg}} \right)^{3/2} \cdot (10^{-19})^{3/2} \approx 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} \approx 10^{22} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

Féltvezetők (intrinsze)

$$n = p = 2 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_c^* m_v^*)^{3/4} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

↓

VÖ:  $n = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{2}{3} \epsilon_F^{3/2}$

$$\frac{n_{\text{féltvezető}}}{n_{\text{fém}}} \approx e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} \left( \frac{k_B T}{\epsilon_F} \right)^{3/2} \approx e^{-\frac{0,5 \text{ eV}}{2 \cdot 26 \text{ meV}}} \left( \frac{26 \text{ meV}}{1 \text{ eV}} \right)^{3/2} \approx e^{-9,4} \cdot \frac{1}{500} \approx 10^{-13}$$

⇒ Féltvezetőkben  $n \approx 10^9 \dots 10^{11} \frac{1}{\text{cm}^3}$

### Mobilitás

Druha modell:  $m a = eE - \hbar v \rightarrow 0 = -\frac{eE}{m} - \frac{v}{\tau}$

Druft seb:  $\vec{v} = -\tau e \vec{E}$ ;  $v_{Dr} = -\frac{eE\tau}{m_e}$ ; lyukakra:  $v_{Dr} = \frac{eE\tau}{m_h}$

vezetőképesség:  $\sigma_e = \frac{ne^2\tau_e}{m_e^*}$ ;  $\sigma_h = \frac{pe^2\tau_h}{m_h^*}$

$$(j = 0 E, j = n e V)$$

$$\frac{|V_D|}{E} = \mu$$

$$\mu_e = \frac{e \tau_e}{m_e^*}$$

$$\text{és } \mu_h = \frac{e \tau_h}{m_h^*}$$

$$\boxed{\bar{G} = n e \mu_e + p e \mu_h}$$

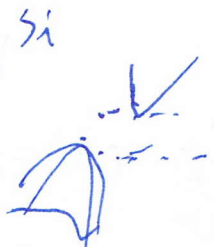
Mobilizációs módozat:  $(\mu) = \frac{m^2}{V_D} = \frac{cm^2}{V_D} 10^4$

tipikus értékek: Si:  $\mu_e \approx 1000 \frac{cm^2}{Vs}$ ,  $\mu_h \approx 100$

$e^-$ -fonon szórás

fonális szórás

akadékos inersband scattering



GaAs:  $\mu_e \approx 30000$   
 $\mu_h \approx 100$

gali-si  $\mu_e \approx 1$

organikus-személy  $\mu_e \approx 10$

grafén:  $\mu = 200.000 - 2.000.000 \rightarrow$  nagyon nagy frekvenciás eszközök

$$V_D = \mu E$$

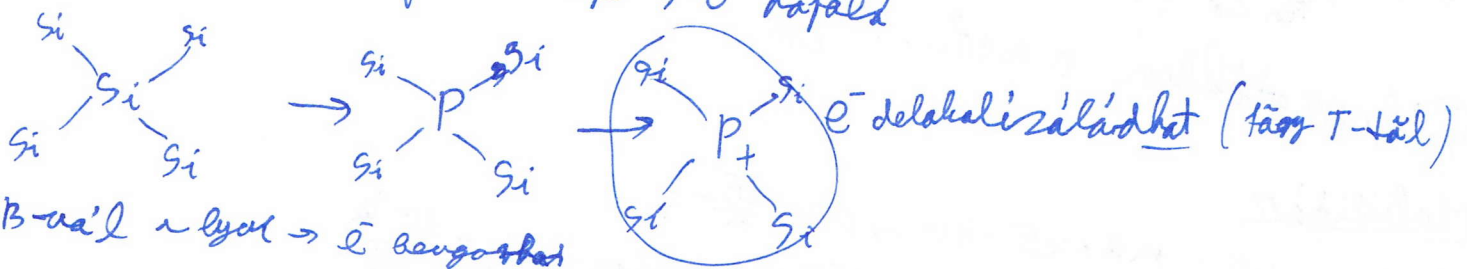
fizikai korlát: optikai fonon emisszió

$$\hbar \omega_{opt} = \frac{1}{2} m v_D^2$$

## Adalékháló/Dopálás

Teljesítő részben heterogénitást helyezés

$n$  B: Si    A Si: Si    III - csoport  $\rightarrow$  lyuk dopálás  
 $p$  Si    Al: Si    V. csoport  $\rightarrow$   $e^-$  dopálás



chrömbínges - egy Si-ról

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(z) \right) \psi(z) = E \psi(z)$$

← atomi pot.

gondolatban +1 e → vesztési sebességre

pl P - eszték nem csak +1 e van, hanem +1 p<sup>+</sup> is

vez. seb. alja

⇒ H atom szent potenciált adok hozzá → kötöttség E<sub>c</sub>-hoz képest

Hidrogén atom szent állapotok: Bohr - modell

$$\sim m v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

$$\rightarrow r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2}$$

$$L = n \hbar \rightarrow m v r = n \hbar \rightarrow \frac{m v e^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 v} = n \hbar$$

$$\rightarrow v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{1}{n} = c \cdot \frac{\alpha}{n} \rightarrow r_n = \frac{\alpha \hbar c}{m c^2} \frac{n^2}{\alpha} = \frac{\hbar}{m c} n^2 =$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \quad a_B = \frac{\hbar}{m c \alpha} \approx 0,5 \text{ \AA}$$

$$E_n = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} m c^2 \frac{\alpha^2}{n^2} \approx -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$$

Telvezetében  $m \rightarrow m^*$ ,  $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_r \epsilon_0$  → árnnyékolás (többlet)

$$a_B \rightarrow a_B^*$$

⇒  $\bar{e}$  helyett kvázirémcske

- rendkívül nagy eredeti  $\psi$ -ben kell megoldani → csak az  $\bar{e}$ -a működik hat a rend. pot. azoknál  $m^*$  a tömege

( $\epsilon_r \gg$  tételekben)

$$a_B \rightarrow a_B^* = a_B \cdot \epsilon_r \frac{m}{m^*}$$

alapú atom Bohr sugara

középszi energiák:  $E_1^* = E_1 \cdot \frac{1}{\epsilon_r^2} \frac{m^*}{m} \ll E_1$   
 $\downarrow$   
 $-13,6 \text{ eV}$

tilerjedt hull. fer.

↓

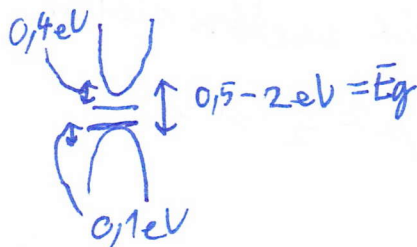
ment  $\epsilon_r = 10 \dots 20$  és  $m^* \approx 0,1 \dots 0,5 m \Rightarrow$

$$a_B^* = 10 \dots 100 \text{ \AA}$$

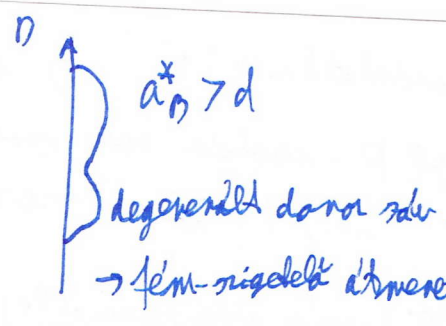
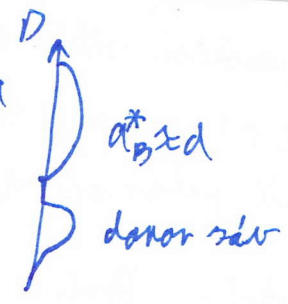
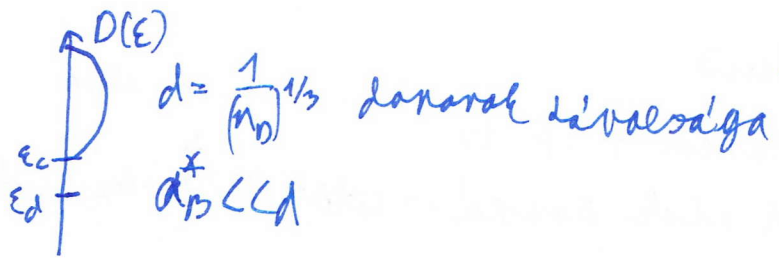
$$E_1^* = 10 \dots 100 \text{ meV}$$

Energia menkeszet

$E_c$  -  $\downarrow$   $E_d$ : donor alva (P: Si)  
 $E_v$  -  $\uparrow$   $E_a$ : akceptor alva (B: Si)  
 re:



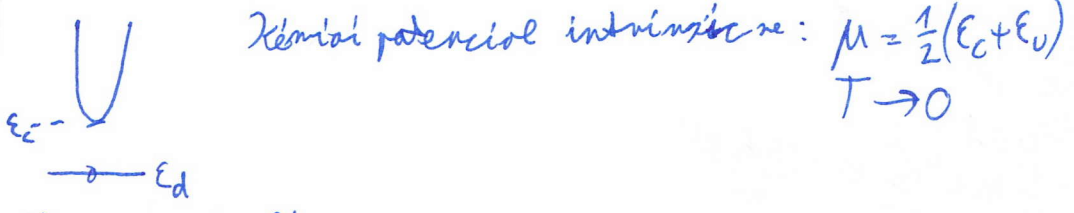
Megj.:  $\downarrow$  Rydberg-sorozat



$\mu$ : BiC - hővel dipólok gyengülnek  
 fém  $T_c = 10K$  (1%)  
 (Maximális)

↓  
 hintelen következik be  
 ~ pozitív visszavetelés

Dipólus hatása töltéshordozó koncentrációra



itt  $\mu$  kiszámolásra nehéz  
 indukció:  $\mu = \frac{1}{2}(E_c + E_d)$

$\langle n \rangle$ : betöltés várható értéke

$$\langle n \rangle = \frac{\sum_n n e^{-\beta(E_n - \mu)}}{Z}$$

$$Z = \sum_n e^{-\beta(E_n - \mu)}$$

donorok száma:  $n = 0, 1, 2, \dots$  (nem valószínűség (Coulomb))

egyszeres betöltés valószínűsége:  $f_d(E_d) = \frac{2 e^{-\beta(E_c + E_d - \mu)}}{e^{-\beta(E_c)} + 2 e^{-\beta(E_c + E_d - \mu)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{\beta(E_d - \mu)}}$

donorok számát

$$f(E) = \frac{1}{e^{\beta(E - \mu)} + 1}$$

ionizáció valószínűsége (töltésrövidtel)

$$1 - f_d(E_d) = \frac{1}{1 + 2 e^{\beta(E_d - \mu)}}$$

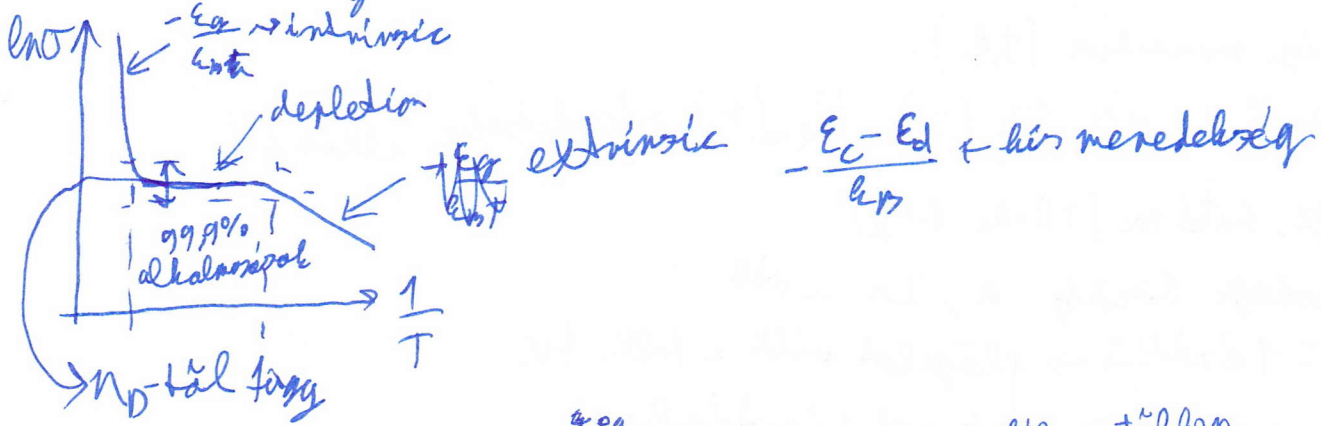
Töltéshordozó koncentrációk vezetői részben

$$n = n_d \frac{1}{1 + 2 e^{\beta(\mu - E_d)}}; \mu \approx \frac{1}{2}(E_c + E_d)$$

$T \rightarrow 0 \quad n = 0$

$E_c - T \approx E_c - E_d \rightarrow n \approx n_d$  hővéletti tartomány (depletion)  
 $\rightarrow$  ledonan ionizált  $\rightarrow$  csak a vezetői részben

$E_c - E_d \approx E_g$  intrinsze torony  $\rightarrow$  sdu-sdu gajjerdős



Sávszerkezet paraméterek felvételében

- Jantos: - vezetési tulajdonságok ( $m^*, E_g$ )  
 - optikai tulajdonságok ( $E_g$ )  
 - intelligens tervezés, van-gap engineering

- Sávszerkezet paraméterek:
- ~~széleskörű~~ üres rácsmodell (kvázi szabad e)
  - ↓
  - kvázi szabad e
  - ↓
  - reális empirikus módszerek (tight binding (TB), pseudopotencial)
  - ↓
  - ab initio (első elvi)
  - DFT ↓
  - közös rácsmodell  
val elektron, GW ←

$$H\Psi = E\Psi$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\underline{r}) \text{ ahol } U(\underline{r}) = \sum_{\text{ion-elektron}} \frac{1}{|\underline{r} - \underline{r}'|} - e^2$$

üm. egy elektron Hamiltoni:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\underline{r}) \right] \Psi(\underline{r}) = E\Psi(\underline{r})$$

↑  
1 elektron hullámfü.

Szildard testekben  $U(\underline{r}) = U(\underline{r} + \underline{R})$ ,  $\underline{R}$  rácsvektor,  $U(\underline{r})$ : rácsperiódikus

Bloch-tétel:  $\Psi_e(\underline{r}) = e^{i\underline{k} \cdot \underline{r}} u_{\underline{k}}(\underline{r})$ , ahol  $u_{\underline{k}}(\underline{r}) = u_{\underline{k}}(\underline{r} + \underline{R})$

$e^{i\underline{k} \cdot \underline{r}}$  síkhullám,  $\underline{k}$ : Born-Kármán per. hat. feltétel által megengedett érték.

$\vec{a}$ . Ndb atom,  $\epsilon = \frac{2\hbar}{Na} \cdot n$ ;  $n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}$

$\epsilon$ : kristály momentum (ħk)

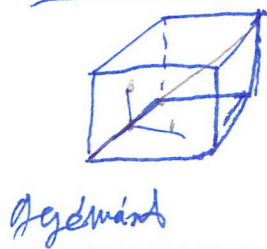
ha  $\hbar \neq 0$  ha  $\hbar = 0$   $\Psi_{\hbar=0}(z) = U_{\hbar=0}(z)$  rácsbeli elektron allandó

ha  $\hbar = \beta \frac{2}{a}$ , határon (1D-ka  $\epsilon = \frac{\hbar^2}{2m a^2}$ )

két rácsbeli köré  $a, 2a, \dots$  stb

$e^{ikz} \equiv \pm 1$  érdekében  $\rightarrow$  elájelet vált a hull. fv.

merkeset választás és reciproka rácshálóban



$k$ -tér



Brillouin zóna

$\Gamma$ : Brillouin zóna közepe (0,0,0)

L: határány közepe

X: négyzet közepe

K: 2 határány közei elfejesége

100 irány  $\Gamma \xrightarrow{\Delta} X$

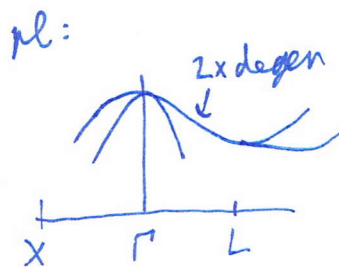
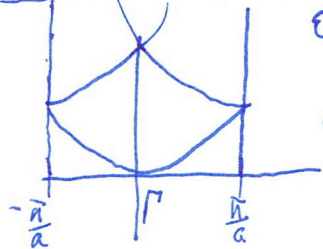
111 irány  $\Gamma \xrightarrow{\Delta} L$

110 irány  $\Gamma \xrightarrow{\Delta} K$

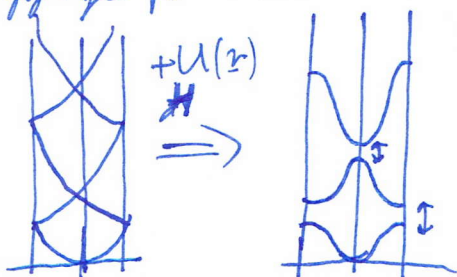
üres rács (1D)

$$\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

• 2 v. 3D-ben degeneráltak



kvázi szabad e közelítés (gyenge periodikus potenciál)



• pent  $\langle k, \tau | U | k, \tau \rangle$

$E_k = E_0 + \langle k | U | k \rangle$ , degenerált pontokban

$$\begin{pmatrix} U_{11} & U_{22} \\ U_{21} & U_{11} \end{pmatrix}$$

$U \xrightarrow{FT} U(q)$  felbontás:  $2U(G) - G = 2\hbar/a$

$\langle e^{-ikz} | U(z) | e^{ikz} \rangle$   
 - degenerációk által távol mátrixelemelek

nyos-kötésű közelítés (light-binding, TB)

1D, 1 atomos ráló,  $H\psi = E\psi$ ;  $H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(z)$ ,  $U(z) = \sum_R V_{atom}(z-R)$   
 $\uparrow$   
 $na$

$H_{at} \psi_{at} = \epsilon_a \psi_{at}$  (ismert atomi megoldás)

Ansatz:  $\psi_k(z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_n e^{ikR_n} \psi_a(z-R_n)$  : Bloch-tétel jelzési  
 $\uparrow$   
 atomi hullám f0-k  
 $R_n = na$

$\psi_k(z) = \sum_n e^{ikna} |n\rangle$

Eredetibe beírni:

$H\psi = \sum_n e^{ikna} \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \sum_{n'} V_{atom}(z-n'a) \right] |n\rangle = E \sum_n e^{ikna} |n\rangle$

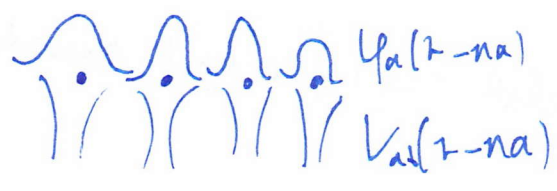
→ projektálom:  $\langle m |$ .

$\langle m | n \rangle = \delta_{mn}$

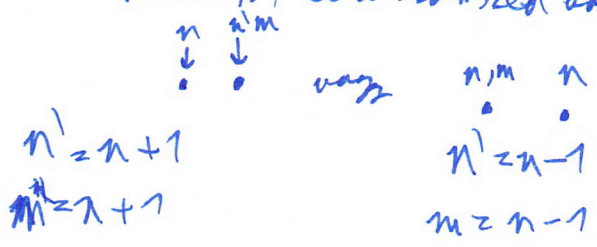
$\sum_{n'} V_{atom}(z-n'a) = V_{atom}(z-na) + \sum_{n' \neq n} V(z-n'a)$

$\sum_n e^{ikna} \left[ \epsilon_a \delta_{nm} + \sum_{n' \neq n} \langle m | V_{at}(z-n'a) | n \rangle \right] = E \sum_n e^{ikna} \delta_{mn}$

$E(k) = \epsilon_a + \sum_{n, n' \neq n} e^{ik(n-m)a} \langle m | V_{at}(z-n'a) | n \rangle$



Közelítés (NNTB) elsőrendű közelítés



egyen  $\langle n-1 | V_{at}(z-(n-1)a) | n \rangle = -|t| = \langle n+1 | V_{at}(z-(n+1)a) | n \rangle$   
 negatív  $(V(z) = \text{Coulomb})$

Errel  $E(k) = \epsilon_a + (e^{ika} + e^{-ika}) \cdot (-2|t|)$

$|t|$  = átfedési integrál (hopping)

$|t| = -\int \psi_{n+1}^*(r-a) V(r-a) \psi_n(r) dr$

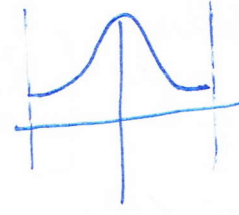
végpredomin:  $E(k) = \epsilon_a - 2|t| \cos(ka)$



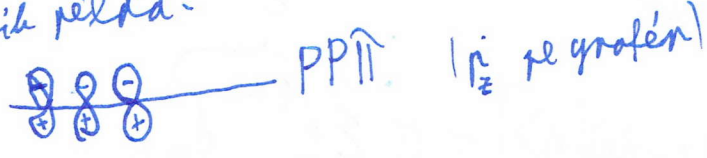
$\Leftrightarrow$  SSG modell (átfedés)

$\psi_n$ : p típusú pályák:

$\oplus \ominus \oplus \ominus \oplus \Rightarrow E(k) = \epsilon_a + 2t \cos(ka)$   
 irradalamban PP  $\hat{G}$   
 • 0 kötés



Másik példa:

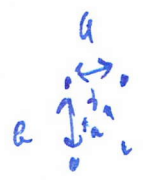


1D + 2. szomszéd kötés.

$\sum_{n, n \neq n'} e^{ik(n-n')} \langle n | V_{nl}(r-n'a) | n' \rangle$

$\Rightarrow E = \epsilon_a - 2|t_1| \cos(ka) - 2|t_2| \cos(2ka)$

2D TB



$E(k) = \epsilon_a - 2|t_x| \cos k_x a - 2|t_y| \cos k_y b \rightarrow$  azonos méretű

$\rightarrow$  basis esetén bázisokhoz is  $\hat{\Sigma}$

effektív tömeg:  $(m^*)_{ij}^{-1} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j}$

1D NNTB  $\epsilon_a - 2|t| \cos ka$  (a zo körül)

$-2|t| \left(1 - \frac{k^2 a^2}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{m^*} = \frac{2|t| a^2}{\hbar^2}$

semi empirikus modell

t: irány, vagy mértékhez fitelhető



# k.p modell

jó semi empirikus modell sávok extrémumainál (Félfeszítők)

El transzport

- kisenergiás optika

$$H\psi = E\psi, \quad \boxed{\psi_{n\ell}(z) = e^{ikz} U_{n\ell}(z)}$$

↑  
pálya vagy sávindex

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(z) \quad (\text{6e-e kórh})$$

$$\Delta \psi_{n\ell}(z) = (ik)^2 e^{ikz} U_{n\ell}(z) + 2(ik) e^{ikz} \underline{D} U_{n\ell}(z) + e^{ikz} \Delta U_{n\ell}(z)$$

beírva Sch-be:

$$\left[ \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{i\hbar^2 k}{m} \underline{D} U_{n\ell}(z) - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(z) \right] U_{n\ell}(z) = E U_{n\ell}(z)$$

$-i\hbar \underline{D} = \underline{p}$  kanonikus impulzus operátora  $\leftarrow \psi$ -re hat

$\hbar k$ : kristály impulzus

$$\text{Ezrel: } \left[ \frac{\underline{p}^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \langle k | \underline{p} | k \rangle}{m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V \right] U_{n\ell}(z) = E_{n\ell} U_{n\ell}(z)$$

$\ell = 0$ -ra

$$\left[ \frac{\underline{p}^2}{2m} + V \right] U_{n0} = E_{n0} U_{n0} \quad \text{sáv-extremuma}$$

~~csak egy elem~~

~~Ezzel~~ Ezen a bázison: a  $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \langle k | \underline{p} | k \rangle}{m}$  perturbáció!

1-rendű pert. szám.:

$$U_{n\ell}(z) = \sum_n C_n(\ell) U_{n0}(z)$$

↑  
egységvektor

általában  $H|n\rangle = E_n|n\rangle$  megoldása

$$(H+V)\psi = E\psi \quad \psi = \sum_n C_n|n\rangle$$

$$\psi_n = |n\rangle + \sum_{n' \neq n} \frac{\langle n'|V|n\rangle}{E_n - E_{n'}} |n'\rangle$$

mindrend:

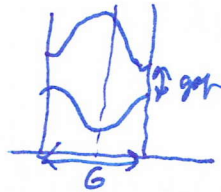
$$E_n = \epsilon_n + \langle n | V | n \rangle + \sum_{k \neq n} \frac{|\langle k | V | n \rangle|^2}{\epsilon_k - \epsilon_n}$$

Jsm:

úres rias modell:  $\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

TB:  $\epsilon(k) = \epsilon_0 - 2(t) \cos(ka)$

nyenge per. pad gap =  $2U(G)$



kvazi degen. pert. szdm:

$$\text{HFB} \begin{pmatrix} \epsilon_1 & U(\xi-G) \\ U(\xi-G) & \epsilon_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} & U \\ U & \frac{\hbar^2 (2\pi/a - k)^2}{2m} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \epsilon_1(k) \\ \epsilon_2(k) \end{matrix}$$

$k = \frac{\pi}{a} - k'$

k.p modell

$H\psi = E\psi; \psi_{n\pm} = e^{i\epsilon_{\pm} z} U_{n\pm}(z)$  ↗ rias periodikus

$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(z)$

↳ rias radenciale

$-i\hbar \nabla = p$  konvarialis impulzus

$$\left[ \frac{p^2}{2m} + \frac{\hbar k p}{m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V \right] U_{n\pm}(z) = E_{n\pm}(z) U_{n\pm}(z)$$

$k=0$  perturbáció riasítás

itt  $\left[ \frac{p^2}{2m} + V \right] U_{n0} = E_{n0} U_{n0}$

ndvzelen lfh megoldatuk (→ semiempirikus módszer)

Ezen a bázison  $\frac{\hbar k p}{m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  perturbáció

Eredmény általában:  $H|n\rangle = E_n|n\rangle$

$(H+V)|\psi\rangle = E|\psi\rangle$

$E_1 = E_n + \langle n | V | n \rangle$

$\psi_{n1} = |n\rangle$

2-adrendűen

$$E_2 = E_n + \langle n|V|n \rangle + \sum_{n' \neq n} \frac{|\langle n'|V|n \rangle|^2}{E_n - E_{n'}}$$

$$\psi_n = |n \rangle + \sum_{n' \neq n} \frac{\langle n'|V|n \rangle}{E_n - E_{n'}} |n' \rangle$$

Feltevés:  $E_{n0}$  valódi érték

$\mathbb{R}$ -ban lin. tagok nincsenek

$$U_{n0}(z) = \sum_n C_n(k) U_{n0}(z)$$

Eredmény:  $U_{n1} = U_{n0} + \frac{\hbar}{m} \sum_{n' \neq n} \frac{\langle U_{n0} | \underline{k} \cdot \underline{p} | U_{n0} \rangle}{E_{n0} - E_{n'}} U_{n'0}$ ,  $U_{n'0}$

mert  $\langle U_{n0} | \frac{\hbar^2 k^2}{2m} | U_{n0} \rangle = \sum_n C_n \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

Energia:  $E_{n1} = E_{n0} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{n' \neq n} \frac{|\langle U_{n0} | \underline{k} \cdot \underline{p} | U_{n0} \rangle|^2}{E_{n0} - E_{n'}}$

Effektív tömeg közelítés:

$$E_{n1} = E_{n0} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

innen  $\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{2}{m^2 \hbar^2} \sum_{n' \neq n} \frac{|\langle U_{n0} | \underline{k} \cdot \underline{p} | U_{n0} \rangle|^2}{E_{n0} - E_{n'}}$

domináns jánus:  $E_{n0} - E_{n'0} = E_g$  ~~ered~~ és  $\frac{1}{\hbar^2} |\langle U_{c0} | \underline{k} \cdot \underline{p} | U_{v0} \rangle|^2 = p^2$

ezzel:  $\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{2p^2}{m^2 E_g}$

valóságos valencia

$$\frac{2p^2}{m} \approx 20 \text{ eV}$$

legjobb IV, III - IV alkülvetőkre

így kapott  $m^*$  néhány %-os belül meggyőző a kísérleti értékekkel! (Shockley-Herrin)

ezért semi-empirikus  $\rightarrow m^* = m^*(p, E_g)$

EFA: Envelope function approximation (buzsholdó tv közelítés)

Miért: átvonítandó (elektromos, mágneses), optikai (dipólközelítés), heterozszerkezet

vagy ún. band-gap engineering

$$GaAs \times AlAs \times GaAs$$

$$p|n|p/n|$$

Mindenesek között: térben lassan változó perturbáció

$$H_0 \psi(\underline{r}) = E_0 \psi(\underline{r}) \rightarrow E_n \text{ közelebbi tér nélküli felvetést megoldás}$$

$$\psi_{n\underline{r}}(\underline{r}) = e^{i\underline{k}\cdot\underline{r}} U_{n\underline{r}}(\underline{r})$$

Perturbált probléma

$$H = H_0 + V(\underline{r})$$

↖ térben lassan változik

$$H\phi = E\phi$$

Ansatz:  $\phi(\underline{r}) = \sum_{n\underline{r}} F_n(\underline{k}) \psi_{n\underline{r}}(\underline{r})$

Behelyettesítve:

$$\sum_{n\underline{r}} \psi_{n\underline{r}}(\underline{r}) [E_{n\underline{r}}(\underline{r}) - E + V(\underline{r})] F_n(\underline{k}) = 0$$

$$\sum_{n\underline{r}} \left[ (E_n(\underline{k}) - E) \delta_{\underline{k}, \underline{k}_n} + \langle \psi_{n\underline{r}} | V(\underline{r}) | \psi_{n\underline{r}} \rangle \right] F_n(\underline{k}) = 0$$

calculus  $\int \dots V(\underline{r}) \dots$   
 $\langle \psi_{n\underline{r}} | V(\underline{r}) | \psi_{n\underline{r}} \rangle = \int U_{n\underline{r}}^*(\underline{r}) V(\underline{r}) U_{n\underline{r}}(\underline{r}) e^{i(\underline{k}-\underline{k}')\cdot\underline{r}} d\underline{r} = \int U_{n\underline{r}}^*(\underline{r}) U_{n\underline{r}}(\underline{r}) d\underline{r} \underbrace{e^{i(\underline{k}-\underline{k}')\cdot\underline{r}} V(\underline{r})}_{V(\underline{k}-\underline{k}')}$   
 → közelítés: separálható integrál  
 ↳ EFA miatt

Visszaírva:

$$\sum_{\underline{k}'} \left[ (E_n(\underline{k}) - E) \delta_{\underline{k}, \underline{k}'} + V(\underline{k}-\underline{k}') \right] F_n(\underline{k}') = 0 \quad \text{Sajátérték egy } F_n(\underline{k}) \text{-ra}$$

Erődesi problémaival:  $E_n(\underline{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 \underline{k}^2}{2m^*}$   
 vez. elektron

Igy  $\frac{\hbar^2 \underline{k}^2}{2m^*} F_c(\underline{k}) + \sum_{\underline{k}'} V(\underline{k}-\underline{k}') F_c(\underline{k}') = (E - E_c) F_c(\underline{k})$

$n \equiv c$  vezetési sáv

Állítsd  $\underline{k} \rightarrow -i\nabla$  cserével operátor egyenletet kapunk

$$\left[ -\frac{\hbar^2 \Delta}{2m^*} + E_c + V(\underline{r}) \right] F_c(\underline{r}) = E F_c(\underline{r}) \quad \text{Sch-eggy. } F_c(\underline{r}) \text{-re és } V(\underline{r}) \text{-re}$$

Ez is nemempírikus mert  $E_c$  és  $m^*$  benne van.

Ha  $F_c(z)$  ismét (pl. rennyező atom)

pl. töltésműködés  $\hookrightarrow m^*, E_c, \epsilon_{\text{eff}}$  nel  $\rightarrow V(z) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{e^2}{z}$

$\rho(r) = \sum_i |F_i(r)|^2 \rho(E_i) = \sum_{i \in \text{Fermi-tó}} |F_i(r)|^2 \rho(E_i)$  ad egy modulációt

$\hookrightarrow n_{c0}$ : eredeti töltéshordozó koncentráció

pl.: rennyezőre  $V(r) \Rightarrow$  Coulomb  
ide lokalizált  $F(r)$ -et kapunk

7. ea  
Transport folyamatok félvezetőben

$j, j_p, Hall$ , magneses ellenállás,  $\mu$  töltésvseb, Seebeck, Bettiér  
 $\uparrow$   
áram hőmérséklet

Méretskálák

töltéshordozó diffúziós hossz  
töltéshordozó hirtelenség és rekombinációs között megtett út

10  $\mu\text{m}$  - mm v. cm (trapelemek)

$j = -D \nabla n$  (Fick-törv)

$\tau_{\text{töltés}} = \sqrt{D\tau}$ ,  $\tau$ : rekombinációs idő

spin diffúzió,  $\tau_s$ : spinrelaxációs idő  $\delta_s = \sqrt{D\tau_s} \sim 1-100 \mu\text{m}$

Fázishönerencia hossz

100 nm - 1  $\mu\text{m}$



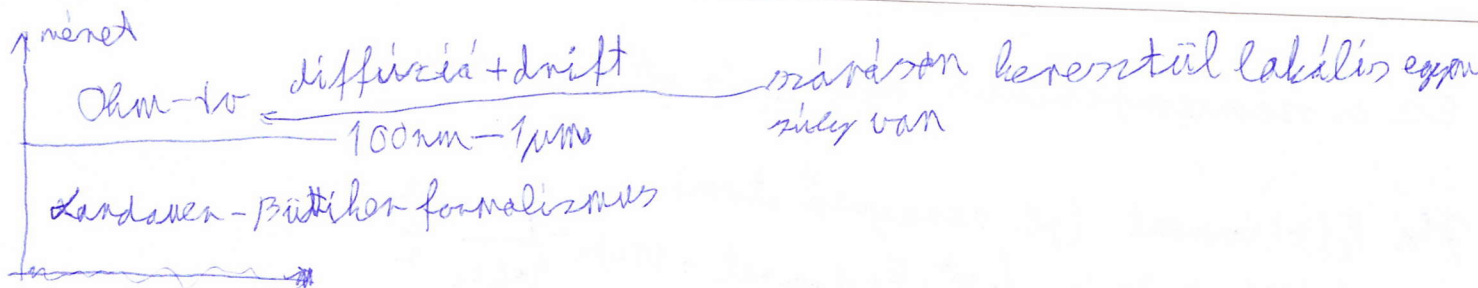
- gyenge lokalizáció
- ballisztikus transport (nincs ellenállás de nem szupervezetés)

erősebb  $\mu$   $< 100 \text{ nm}$

Momentum szabad úthossz

1  $\mu\text{m}$  - 100 nm

$l = v_F \tau$  ← momentum relaxációs idő



Keirás ("Ohm-tör")

szabad  $e^-$  (Sommerfeld  $e^-$ )

$R \in$  per. hat. felt  $\leftarrow$  QM-rám

Disperszió:  $E(\underline{k}) = \frac{\hbar^2 \underline{k}^2}{2m}$

$\underline{v} = \frac{\hbar \underline{k}}{m} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \underline{k}}$

$\Psi_{\underline{k}}(\underline{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i \underline{k} \cdot \underline{r}}$

$m^* = m$

Block - elektron

$R \in$  per. hat. felt,  $n$ : sávindex

$E_n(\underline{k}) = E_n(\underline{k} + \underline{G}), \underline{G} \in$  rec. rács vektor

(red. zónalép)

$\underline{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_n(\underline{k})}{\partial \underline{k}}$

$\Psi_{n, \underline{k}}(\underline{r}) = e^{i \underline{k} \cdot \underline{r}} u_{n, \underline{k}}(\underline{r}),$  ahol  $u_{n, \underline{k}}(\underline{r}) = u_{n, \underline{k}}(\underline{r} + \underline{R})$

$(m^*)^{-1} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \underline{k}^2}$

Köziklasszikus dinamika (nemiklasszikus)

Elektron hullámfüggvénye kiderített, mégis nemrelativisztikus kezelhető

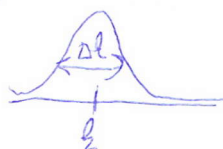
Mozgásegyenlete:  $\underline{v} = \frac{\hbar \underline{k}}{m}, \hbar \dot{\underline{k}} = \underline{F} = -e(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B})$

Működés: korrespondencia-elv

Motiváció: hullámcsomag

$\Psi_n(\underline{r}, t) = \sum_{\underline{k}} g(\underline{k}) \underbrace{\Psi_{n, \underline{k}}(\underline{r})}_{\text{Block fo-a}} e^{-\frac{i}{\hbar} E_n(\underline{k}) t}$   
 $H \Psi = i \hbar \partial_t \Psi$

ahol  $g(\underline{k}) \neq 0$  ha  $|\underline{k} - \underline{k}'| > \Delta \underline{k}$



étérben lokalizált

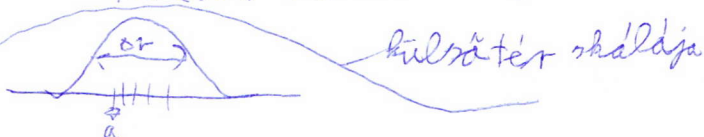
-időben szétfolyik  
 $E g(\underline{k}) \dots e^{-\frac{i}{\hbar} E(\underline{k}) t} = e^{-\frac{i}{\hbar} E(\underline{k}) t} \sum \dots e^{-\frac{i}{\hbar} [E(\underline{k}') - E(\underline{k})] t}$   
 időben lin. szétfolyik

( $\Delta E, t$  rel. reláció)

Térbeli lokalizáció:

$\Delta r \Delta p \approx \hbar \rightarrow \Delta r \hbar \Delta k \approx \hbar \rightarrow \Delta r \Delta k \approx 1 \rightarrow$  ha  $\Delta k \ll G \rightarrow \boxed{\Delta r \gg a}$

Mérőlekek:



feltevések:

$\frac{eEa}{\hbar\omega_c} \ll \frac{E_G}{E_F} \leftarrow$  nincs sáv-sáv átmenet  
 $\omega_c = \frac{eB}{m^*} \leftarrow m^*\omega^2 r = +e\omega r - B$

potenciális energia a felvett energián



- ha változó frekvenciájú tér van:  $E_0 e^{i\omega t}$

$\lambda \gg a \quad \left( \lambda = \frac{c}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega} \right)$  - külső tér kiterjedése  
 $\hbar\omega \ll E_G$

Megjegyzések

Drude-modell: ionokkal ütközés  $\rightarrow$  ellenállás  
 Bloch: ha csak csomó vannak, teljesítés periodikus rácsban, akkor

$G = \infty$

$\underline{v}_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \underline{k}}$  allandó a sebessége

kristálymomentum  $\neq$  momentum (P)  
 $\hbar \underline{k} = F$  azaz csak külső erők

szabad e<sup>-</sup>-ra:  $\underline{k} = \frac{P}{\hbar} \leftarrow$  csak szabad e<sup>-</sup>-ra!

impulsus megmaradás: teljesítés térbeli eltolás következménye: P=0

• kristályban: rácsrezonanciája van!

Segítség P =  $\frac{\hbar}{i} \nabla$  impulzusot:

$\Psi_{n\underline{k}} = e^{i\underline{k}\cdot\underline{r}} u_{n\underline{k}}(\underline{r}) \rightarrow P \Psi_{n\underline{k}}(\underline{r}) = \hbar \underline{k} \Psi_{n\underline{k}}(\underline{r}) + \frac{\hbar}{i} e^{i\underline{k}\cdot\underline{r}} \nabla u_{n\underline{k}}(\underline{r})$

$P \neq \hbar \underline{k}$

$\Psi_{n\underline{k}}(\underline{r})$  nem impulzus sajátállapot

Kerámi sáv járuléka vezetékhez

$\underline{j} = -e \int \frac{d\underline{k}}{4\pi} \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \underline{k}} = 0$

memória  $\frac{\partial E}{\partial \underline{k}}$  pl. fu.

Kyrtak koncepciója:

$$0 = e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(k) = e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(k) + \int \frac{d^3k}{4\pi^3} e \underline{v}(k)$$

Belső
Belső
Belső  
m
állapot
állapot  


stabil  

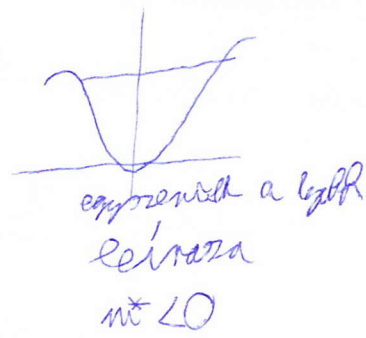
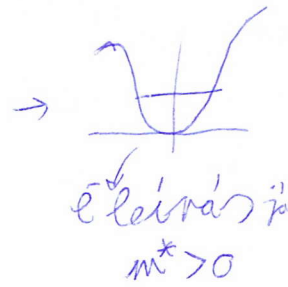

állapot



$$-e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(k) = +e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(k)$$

alváll.
alváll.  
állapot
állapot

→ egykál → összes állapotoknál +e töltés



Boltzmann-egyenlet

$f(k, r, t)$  eloszlásfüggvények írják le mindent

$$f(k) = \frac{1}{e^{\frac{E(k)-\mu}{k_B T}} + 1}$$

hely és idő független

méretű fizikai mennyiségek:

$$j = -e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(k) f(k)$$

$\frac{1}{4\pi^3} = \frac{2}{(2\pi)^3}$

A Boltzmann-egyenlet

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \underbrace{\dot{k} \nabla_k f}_{\substack{\text{erősítés} \\ \hbar \dot{k} = F}} + \underbrace{\dot{r} \nabla_r f}_{\text{diffúziós tag}} - \underbrace{\frac{\partial f}{\partial t}}_{\text{időseési tag}} = 0$$

$$f(k, r, t) = f(k) + g(k, r, t)$$

← egyensúlytól való eltérés

Közelítés: időseési integrál  $\frac{\partial f}{\partial t} \approx -\frac{g}{\tau}$

↳ relaxációs idő közelítés

$$\text{mivel } \frac{df}{dt} = \frac{\partial g}{\partial t} + \dot{k} \frac{\partial f}{\partial k} + \dot{r} \frac{\partial f}{\partial r} = -\frac{g}{\tau}$$

↳ relaxációs idő közelítés

$\frac{1}{\tau}$  az egyensúlytól mérték

adott k állapotba időegység alatt milyen állapotba kerülés valószínűsége  $\frac{1}{\tau}$



Általában  $\gamma = \gamma(\underline{k})$

Nem relaxációs idő közelítés

egyensúly:  $\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{q}{\tau} \rightarrow g(t) = g_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow \tau$  relax. idővel exponenciálisan  $f^0(\underline{k})$ -ba visszatér

Stacionárius állapot:

$$\hbar \frac{\partial f}{\partial k} = -\frac{q}{\tau} \quad \frac{\partial f}{\partial k} = \frac{\partial \epsilon}{\partial k} \cdot \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \quad \hbar k = \underline{F}_{\text{külső}}$$

PL azal E tér:  $\underline{F} = -e\mathbf{E}$

(PL  $f^0 = \frac{1}{e^{-\epsilon/kT} + 1}$ )

$$\underline{v}(\underline{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \epsilon}{\partial \underline{k}}$$

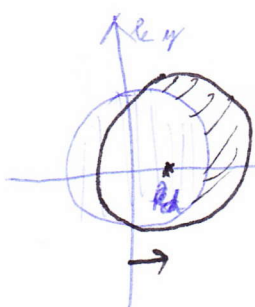
$$\hbar \frac{\partial f}{\partial \epsilon} = -eE \underline{v}(\underline{k}) \frac{\partial f}{\partial \epsilon} = -\frac{q}{\tau} \quad \text{innen } g = eE \underline{v}(\underline{k}) \tau \frac{\partial f}{\partial \epsilon}$$

$$f = f^0 + eE \underline{v}(\underline{k}) \tau \frac{\partial f}{\partial \epsilon}$$

teljesítmény  $f \approx f^0(\underline{k} + \frac{eE \tau \underline{v}(\underline{k})}{\hbar}) \approx f^0(\underline{k}) + \frac{eE \tau}{\hbar} \underline{v}(\underline{k}) \frac{\partial f}{\partial \epsilon}$

új  $f$ : eltolva  $\underline{k}$  térben

PL:  $\underline{E} = (E_x, 0, 0)$



$$R_d = -\frac{e\tau E}{\hbar}$$

$$v_d = \frac{\hbar R_d}{m^*} = -\frac{eE\tau}{m^*}; \quad |v_d| = \mu E \rightarrow \mu = \frac{e\tau}{m^*}$$

teljesítmény hasonlóan  $\underline{j} = ne v_d \rightarrow \sigma = \frac{ne^2 \tau}{m}$   
 $\underline{j} = \sigma \underline{E}$

Drude



Bloch (Boltzmann)

csak lassú  $e^-$

kevésszámú  $e^-$

$v = v_d$

Fermi felület közelében, de  $v = v_F$

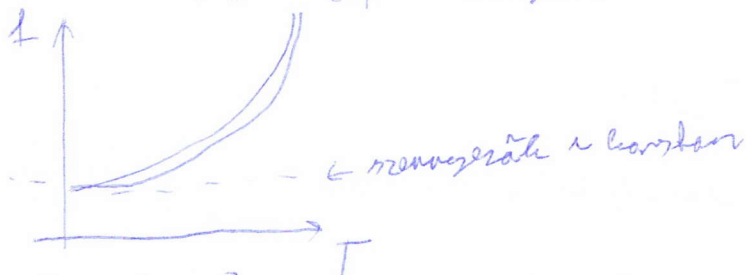
$\underline{j} = ne v_d$

$$\underline{j} = e v_F \cdot \frac{n \cdot v_d}{v_F} \text{ közelében}$$

$\tau$  aka: szennyezés, fononok, e-e ütközés  
 akoholikus/vésztes

Mathiessen - szabály

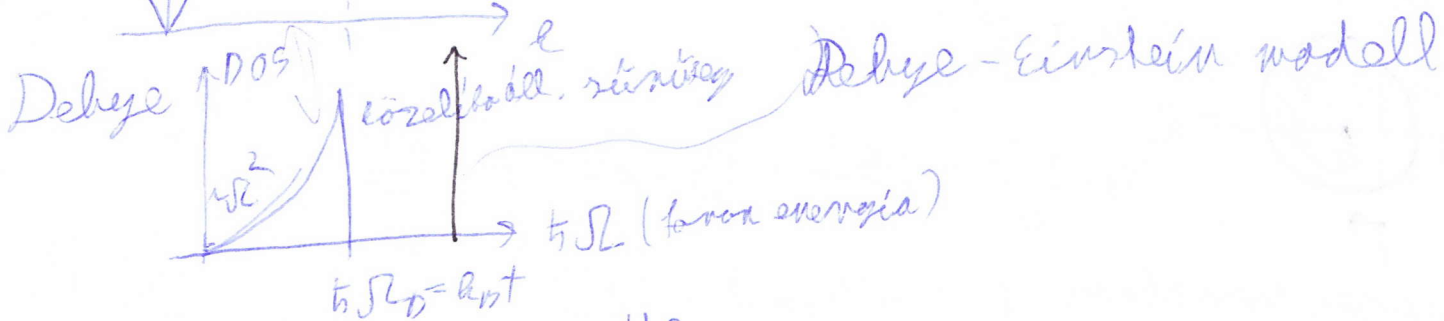
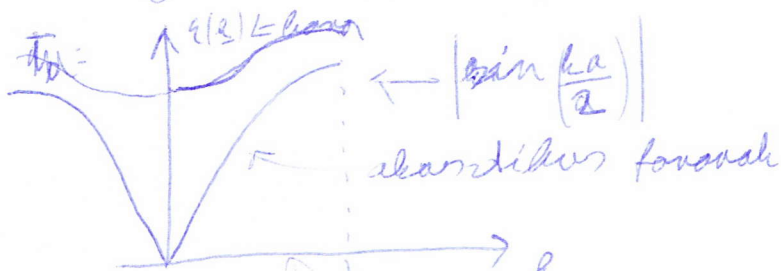
$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{e-e}} + \frac{1}{\tau_{e-f}} + \frac{1}{\tau_{szennyezés}}$$



$\frac{1}{\tau_{e-e}} \sim (k_B T)^2$  pl. heavy-fermion  
 → illeghatás van ebben

$\frac{1}{\tau_{szennyez.}} \sim konstans$

$\frac{1}{\tau_{e-f}} \sim \begin{cases} T & T < T_0 \text{ (Debye-hőm)} \\ T^2 & T \gg T_0 \end{cases}$

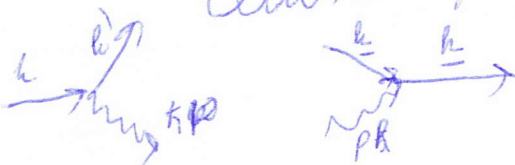


magahőmérsékletű limitben

$\frac{\hbar}{\tau} = 2\pi k_B T \lambda$  elektron-fonon ütközési állandó  $\lambda = 0, 1 \dots 1$

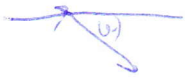
$\lambda = 2 \int_0^\infty \frac{d\Omega}{\Omega} \alpha^2 F(\Omega)$ ;  $F(\Omega)$  = fonon-DOS

Eliashberg-függvény  $\alpha^2 F(\Omega)$  jelölés =  $1 - \cos \theta - \log k$



$$\lambda F(\Omega) \approx (1 - \cos \Omega) \times F(\Omega)$$

$$\Omega \rightarrow 0 \Rightarrow \cos \Omega \approx 1 - \frac{\Omega^2}{2}$$



$$1 - \cos \Omega \approx \frac{\Omega^2}{2}$$

→ előzetes feladatban 0 az ellenállás hoz

Block-Grüneisen-fü:

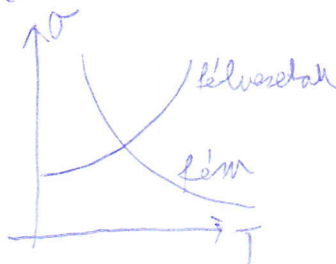
$$\frac{\hbar}{\tau} = 2\pi \lambda k_B T \cdot \int_0^{\omega_D} \frac{d\Omega}{\Omega} \left( \frac{\Omega}{\Omega_D} \right)^4 \left[ \frac{\hbar \Omega / k_B T}{\text{sh}(\hbar \Omega / k_B T)} \right]^2$$

ha  $T \rightarrow \infty$  ez 1-be tart

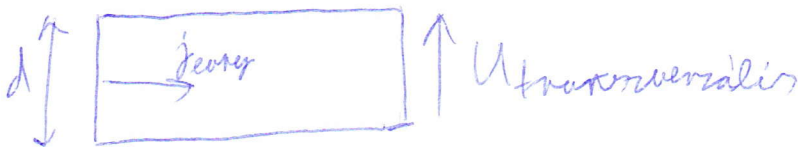
ha  $T \rightarrow 0$  akkor  $x = \frac{\hbar \Omega}{k_B T} \rightarrow T^{-1}$ -es tag kijön

Felvezetőkénél

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$



Hall klasszikus Hall-effektus



$$\vec{v} \otimes \vec{B} \uparrow \vec{F}_{\text{korlat}}$$

$$F_{\text{korlat}} = e v \times B$$

Klasszikus elektromos térrel szembe

$$F_{\text{erős}} = -F_{\text{korlat}} = -e v \perp$$

Drude-modell:  $v_d = \frac{e E \tau}{m^*} = \mu E$

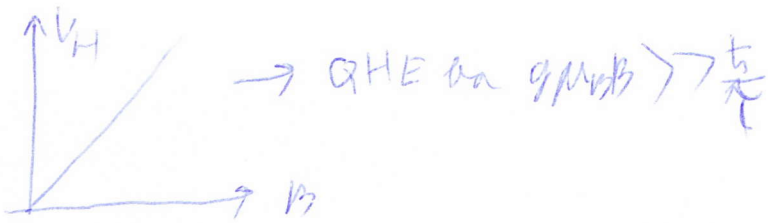
$$V_H = \frac{d e E \tau}{m^*} B$$

Hall fesz

Def: Hall ellenállás:  $R_H = \frac{E_{\text{transz}}}{j_{\text{long}}} \quad \begin{matrix} j = \sigma E \\ E = B j \end{matrix}$

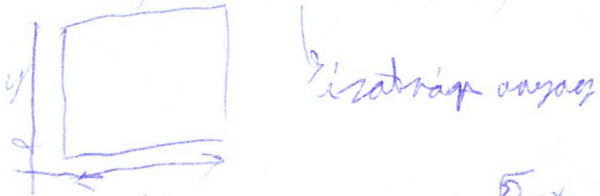
$$R_H = \frac{v_d B}{n e v_d} = R \cdot B, \text{ ahol } R = \frac{1}{n e} \text{ Hall állandó}$$

n-től függ, előjeles



precízálva:

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$



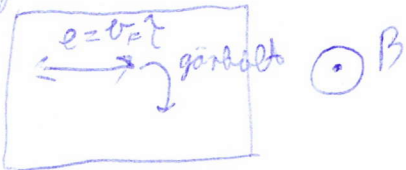
invertálva:  $\mathcal{G}_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx}^2} = \frac{m^*}{ne^2 \tau} = \frac{1}{n\mu e}$

$$\mathcal{G}_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx}^2} = \frac{B}{e|n}$$

$n$  és  $\mu$  meghatározására gyakorlatban:

$$n = \frac{1}{e|\frac{\partial \mathcal{G}_{xy}}{\partial B}|_{B=0}}; \quad \mu = \frac{(\frac{\partial \mathcal{G}_{xy}}{\partial B})_{B=0}}{\mathcal{G}_{xx}}$$

mágneses ellenállás (magneto-resistance)



$$\underline{v} = \mu(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \quad \underline{v} = \mu \underline{E}$$

$\uparrow$   
 $E_{\text{indol}} + E_{\text{cross}} \tau$

megoldva  $\underline{v}$ -re:

$$\underline{v} = \frac{\mu}{1 + (\mu B)^2} (\underline{E} + \mu(\underline{E} \times \underline{B}) + \mu^2(\underline{B} \cdot \underline{E})\underline{B})$$

$$R(B) = \frac{R(B=0)}{1 + (\mu B)^2}$$

9.2.4

Elektronos transport

$$\underline{j} = -e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} f(\underline{k}) \underline{v}(\underline{k}) \underline{k}(\underline{k}); \quad f(\underline{k}) \text{ BE-ből ismert}$$

$$\underline{j} = -e^2 \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \left( \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \tau(\underline{k}) (\underline{v}(\underline{k}) \underline{E}) \underline{v}(\underline{k}) = -e^2 \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \tau(\underline{k}) (\underline{v}(\underline{k}) \underline{E}) \underline{v}(\underline{k}) / d\epsilon \delta(\epsilon - \epsilon(\underline{k}))$$

old:  $f = f + e \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \underline{v} \cdot \underline{E} \tau$

$$\underline{j} = +e^2 \int d\varepsilon \left( \frac{-\partial f^0}{\partial \varepsilon} \right) \left[ \frac{d^3 k}{4\pi^3} f(\varepsilon - \varepsilon(k)) \tau(\varepsilon) \left[ \underline{v}(\varepsilon) \circ \underline{v}(k) \right] \right] \underline{E}$$

$\underline{\sigma}(\varepsilon)$

innen

$$\underline{j} = \int d\varepsilon \left( \frac{-\partial f^0}{\partial \varepsilon} \right) \underline{\sigma}(\varepsilon) \underline{E}$$

rotáció eset  $\underline{v}_k \circ \underline{v}_k \rightarrow$  egy elemre  $v_x^2 = \frac{1}{3} v_k^2$

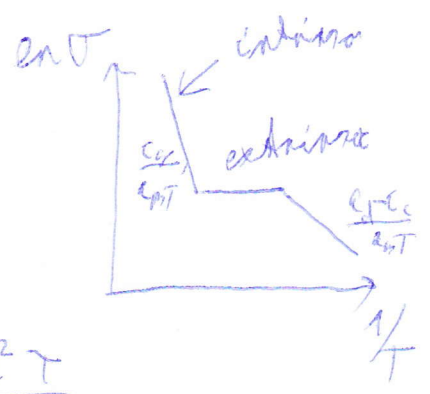
ezzel  $\underline{\sigma} = e^2 \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \left( \frac{-\partial f^0}{\partial \varepsilon} \right) \tau(\varepsilon) \frac{1}{3} v_k^2 = \frac{2e^2}{3m^*} \int \tau(\varepsilon) \left( \frac{-\partial f^0}{\partial \varepsilon} \right) (\varepsilon - \varepsilon_c) D_c(\varepsilon) d\varepsilon$

$$D_c(\varepsilon) = \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon - \varepsilon_c}$$

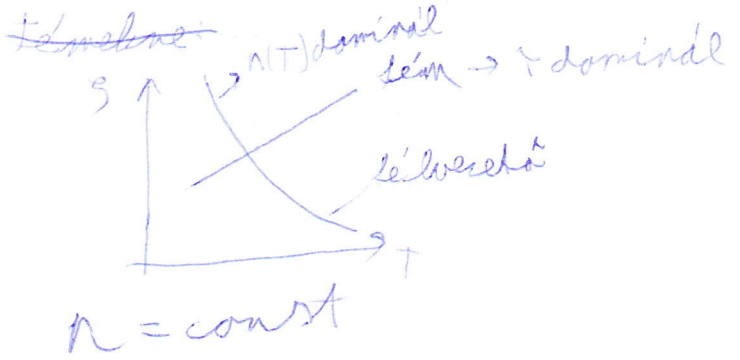
$$f^0(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}} + 1} \approx e^{-\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}} = e^{-\frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{k_B T}} e^{-\frac{\varepsilon_c - \mu}{k_B T}}$$

$$\underline{\sigma} = \frac{e^2 4\pi n(T)}{3m^*} (k_B T)^{-5/2} \int_{\varepsilon_c}^{\infty} e^{-\frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{k_B T}} \tau(\varepsilon) (\varepsilon - \varepsilon_c)^{3/2} d\varepsilon$$

$$n(T) = \frac{1}{4} \left( \frac{2m^* k_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\varepsilon_c - \mu}{k_B T}}$$



$$\underline{\sigma} = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$



Termoelektromos jelenségek

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \underbrace{\dot{\varepsilon} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}}_{\text{hővezetés}} + \underbrace{\dot{\mu} \frac{\partial f}{\partial \mu}}_{\text{diffúzió}} = -\frac{\sigma}{\tau}$$

Tapasztalat:  $\Delta T \rightarrow$  dinamikus állapot (Seebeck-eff)  
 $\dot{j} \rightarrow j_p$  Peltier effektus  
 $\kappa$  hőáram

$$\underline{j} = \underline{j}^0 + e \tau \underline{v}(\varepsilon) \underline{E} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \rightarrow$$

→ semleges ábr. el. térszerűen

$$f = (k, r, H) \rightarrow f(k, \underline{r}, T, \mu, T)$$

ha  $\mu$  és  $T$  helyfüggő, differenciál elbonyosítjuk

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \underline{k} \cdot \underline{v}_k f + \mu \frac{\partial f}{\partial \mu} + T \dot{\mu} \frac{\partial f}{\partial T} = \frac{\partial f}{\partial t} + \underline{k} \cdot \underline{v}_k f + \dot{\mu} \left( \frac{\partial f}{\partial \mu} + T \frac{\partial f}{\partial T} \right)$$

$T \dot{\mu} \quad v_k f = v_k \frac{\partial f}{\partial k}$

$$\frac{\partial f}{\partial \mu} = \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \quad \frac{\partial f}{\partial T} = -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} (\epsilon - \mu) \cdot \frac{1}{T}$$

$$\dot{\mu} = \frac{\epsilon - \mu}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}} + 1} \quad \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \epsilon} k_{ot} \left( \frac{-1}{T k_{ot}} \right) (\epsilon - \mu)$$

A teljes megoldás

$$f = f_0 + T \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \underline{v}(k) \left[ -e \underline{E} - \nabla \mu + \frac{\epsilon - \mu}{T} (-\nabla T) \right]$$

Következésképp:  $\nabla T$  is mindig áramot (j)

-  $e \underline{E} - \nabla \mu$  is mindig áramot

relatív áramok:

$$j_n = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \underline{v}(k) f(k)$$

$$j = -e \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \underline{v}(k) f(k)$$

$$j_H = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \epsilon(k) \underline{v}(k) f(k)$$

hőáram:  $T ds = dE - \mu dN$

$$j_s: \text{entropia áram} \rightarrow T j_s = j_E - \mu j_n$$

$j_q$ : hőáram

$$j_q = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} (\epsilon(k) - \mu) \underline{v}(k) f(k)$$

Onsager-relációk  
(Fejlesztés IV?)

$f$ -et beírva:

$$\begin{pmatrix} j \\ j_q \end{pmatrix} = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \begin{pmatrix} -e \\ \epsilon(k) - \mu \end{pmatrix} \underline{v}(k) f(k) = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \begin{pmatrix} k_0 & -k_1 \\ -k_1 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{E} + \frac{\nabla \mu}{e} \\ -\frac{\nabla T}{T} \end{pmatrix}$$

$$K_0 = \sigma = e^2 \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \tau(k) \frac{1}{3} v_k^2; \quad K_1 = \frac{1}{e} \int d\epsilon \left( \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \underline{v}(k) (\epsilon - \mu)$$

Peldák:

1. hővezetés:  $\dot{q}_y = -k \nabla T + \text{Farrisen-tör}$

$\dot{q} = 0 \leftarrow$  ismét denormalizáljuk!

B.E.:  $k_0 \left( E + \frac{Dk}{\rho} \right) = k_1 \left( -\frac{\nabla T}{T} \right)$

$\rightarrow \alpha = -\frac{k_1^2}{k_0 T} - \frac{k_2}{T}$

2. Seebeck-effektus

$E=0, \nabla T \neq 0 \Rightarrow \dot{q} \neq 0$

vagy ha  $\dot{q}=0$  nem hajlított,  $\nabla T \neq 0 \Rightarrow E \neq 0$  (termopár)

$\left( \frac{E + \frac{Dk}{\rho}}{\pi} \right) = S \nabla T$   
 $\uparrow$  Seebeck-efő

$\dot{q}=0 \Rightarrow S = -\frac{1}{eT} \frac{k_1}{k_0}$

3. Peltier-effektus:

$\dot{q} \neq 0, \nabla T = 0 \rightarrow \dot{q}_y \neq 0$

$\dot{q}_y = \pi \dot{q}$   $\pi$ : Peltier-efféktus

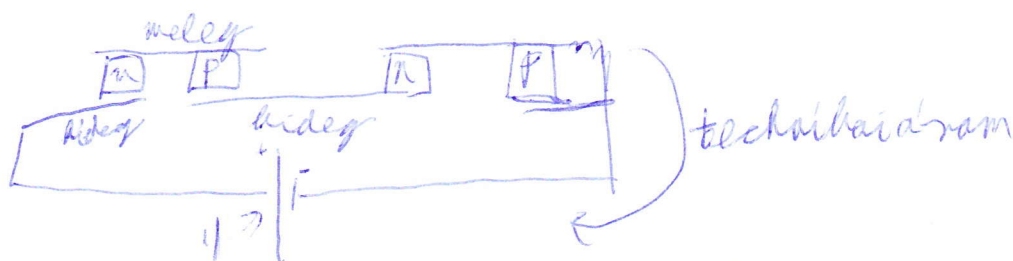
$\rightarrow \dot{q}_y = -\frac{k_1}{ek_0} \dot{q} \rightarrow \pi = -\frac{k_1}{ek_0}$

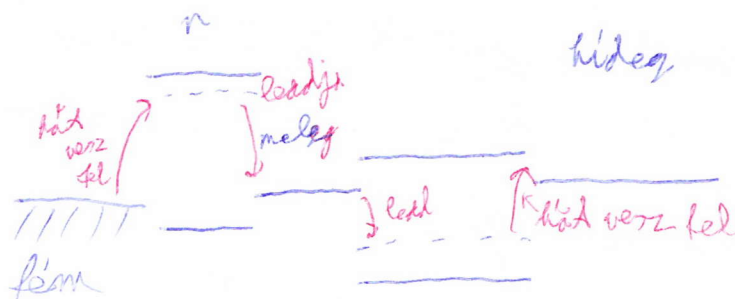
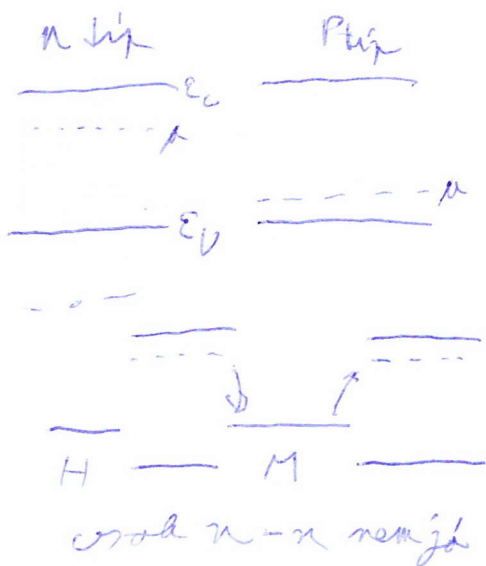
$\pi = S T$ , Kelvin-őf

(Onsager)

Peltier-efféktus

vagy  $\frac{1}{\mu}$  hővezetés





járdégi térszerő maximális ha csak elektronok jelennek meg a rétegen keresztül

csak 1p vagy 1n is tudna Peltier-efektus lenni

Ferdítvái

Fermi-elektromos generátor

### Diffúziós jelenségek

- töltéshordozó kettős: fermi-horizont, térszerő
- ellentétes folyamat: rekombináció:  $R$  (ráta)

$\epsilon_c$   $n$  típusú félvezető

$\epsilon_v$  többletségi } töltéshordozó  
 kisebbségi }

$n$  típusú:  $n_0, p_0 ; n_0 \gg p_0 \neq 0$

$p$  típusú:  $n_0, p_0 ; p_0 \gg n_0 \neq 0$

Intrinsic esetben vált:

$$n = p = n_i(T) = 2 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

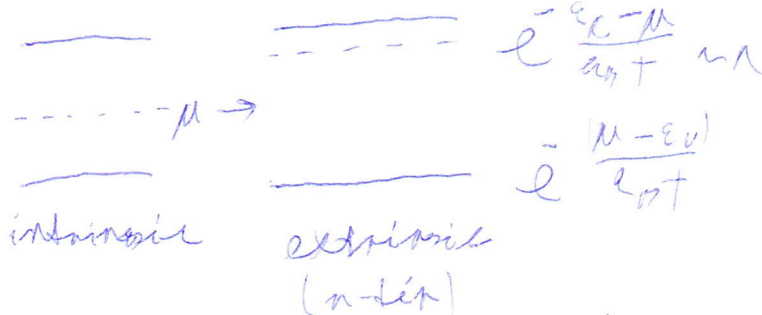
Tömeghatás törvénye  
 (Mass law action)

$n \cdot p = n_i^2(T)$  Tömeghatás törvénye (Mass law action)

igaz extrinsic esetre is:

ahol  $n \gg p$  ( $n$ -típus) stb is





$n, p$  koncentrációk állandó  
nem egyensúlyi állapot:

Ha nem egyensúlyi  $n$  és  $p$  van:

$\tau_n$  és  $\tau_p$  el, és azok rekombinációs élettartama  
( $\tau_n, \tau_p$ )  $\gg$  ( $\tau_{\text{max, relax}}$ )

Kontinuitási egyenletek

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{e} \nabla \cdot j_n &= -\frac{p-p_0}{\tau_p} \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{e} \nabla \cdot j_p &= -\frac{p-p_0}{\tau_p} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} n\text{-típusú félvezető } n \text{ és } p \text{ kontinuitási} \\ \text{egyenlete} \end{array}$$

↳ csak kiseltérési térdérbondorú koncentrációtól függ

$p$ -típusúban:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{e} \nabla \cdot j_p = -\frac{p-p_0}{\tau_p}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{e} \nabla \cdot j_n = -\frac{n-n_0}{\tau_n}$$

Térbeli inhomogenitás

Drift

$$j_{\text{drift}} = n e v_d = n e \mu E$$

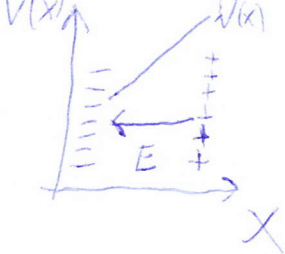
$$j_{\text{drift}} = -n e \mu \nabla V \leftarrow$$

Diffúziós áram

$$j_n = -D \nabla n \leftarrow \text{részecske áram}$$

↑  
diffúziós töltésáram

$$j_{\text{diff}} = -e j_n = e D \nabla n$$



statis. egyenlet:

$$\boxed{j_{diff} + j_{drift} = 0}$$

$$0 = -n e \mu_n \nabla V + e D \nabla n$$

$$n(x) = n_0 e^{\left(\frac{q_c \mu - eV}{k_B T}\right)}$$

$$\nabla n = n(x) \frac{\nabla V - \frac{e}{k_B T}}{\text{ha } \mu = \mu(x)}$$

$$\rightarrow \boxed{\mu_n = \frac{e}{k_B T} D} \quad \text{Einstein reláció}$$

### Diffúziós hossz

pl. egyek injektálva n-típusúba  
stacionárius eset

kiegyensúlyozott töltéshordozók:

$$\frac{1}{e} \nabla j_p = -\frac{p_0}{\tau_p} \nabla \tau_p = -\frac{p-p_0}{\tau_p}$$

$$\frac{1}{e} \nabla j_p = -\frac{p-p_0}{\tau_p}$$

→ Diffúziós egyenlet:  $j_p = -D \nabla p$

$$\text{Innen: } \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{D_p \tau_p} (p - p_0)$$

megoldás:

$$p(x) = p_0 + (p(x_0) - p_0) e^{-\frac{x}{L_p}}$$



ahol  $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$  rekombinációs hossz

$L_p \approx 10 - 100 \text{ nm}$ , de akár 1 mm is lehet nagyon hosszú anyagoknál

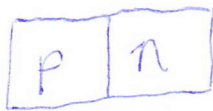
pl. Geminal csigánál



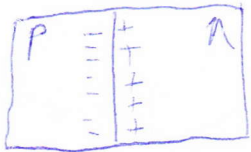
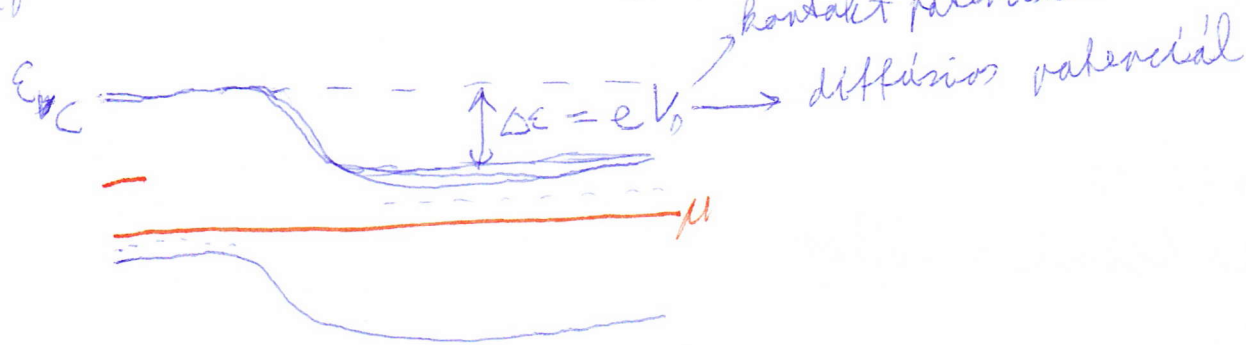
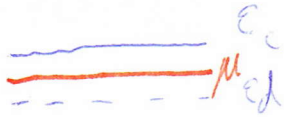
→ időmérésre visszavezetett jelölés  
→ mikrohullám reflexiója  
→ jdm mérés

p-n átmenet

p típusú



$\epsilon_c$



← E  
 érintett réteg (nincs szabad töltés)

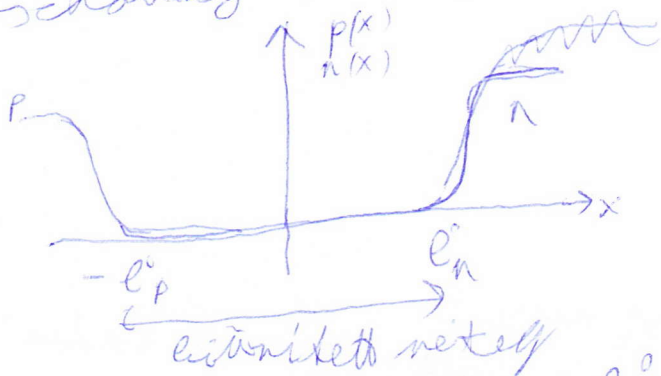
→ beépített elektromos tér (töltés)

valt:  $-en\mu_n E + eD\nabla n = 0$

térbeli eloszlás



Schottky közelítés



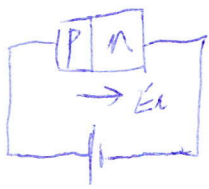
semlegesség:  $p l_p^0 = n l_n^0$

$p \approx n_a, n \approx n_d$  (konizált adalékhalál)

$l \approx$  néhány  $10 \text{ nm}$  (nincs léte  $l_0$ -ben)

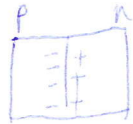
$E \approx 10^4 \dots 10^6 \frac{\text{V}}{\text{cm}} \approx 10^6 \dots 10^8 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$

p-n átmenet feszültség alatt

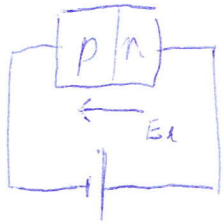


erősítő irány

→ csökken a kiáramított négyzet



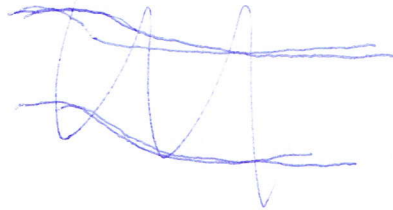
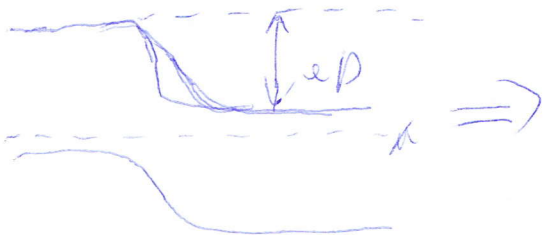
← E<sub>erősítő</sub>



↳ zárt irány

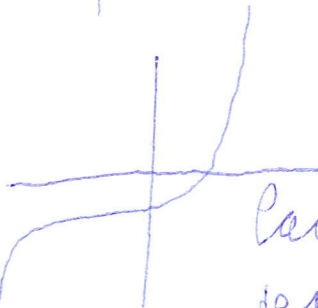
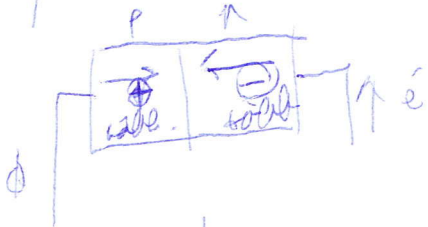
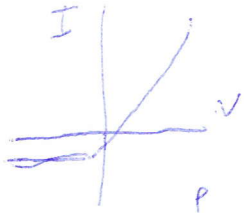
nő a kiáramított négyzet

Energiaszint



Lezárt irányban  $-I_c$  áram, teljes hővesztés nélkül

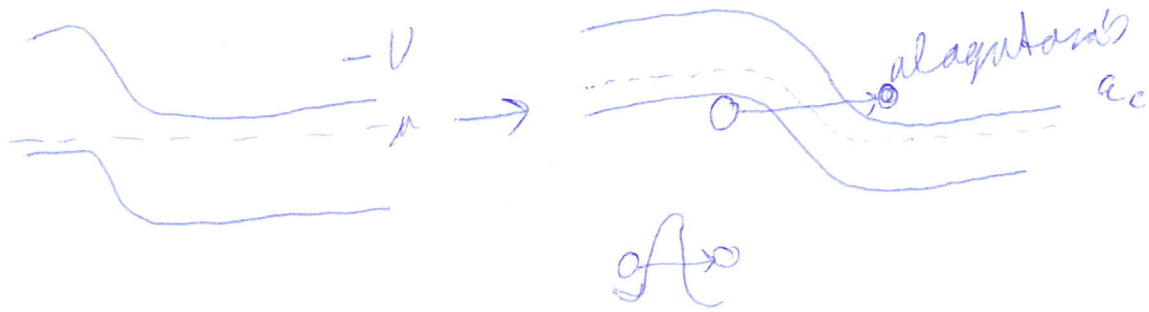
$$I(V) = I_c (e^{eV/k_B T} - 1) \text{ Shockley-összefüggés}$$



Lezárt: zárt irányban nagy E  
 terméketlen gerjesztett kisenergiájú elektronok  
 → nagy energiájú → sokkal kisebb hővesztés

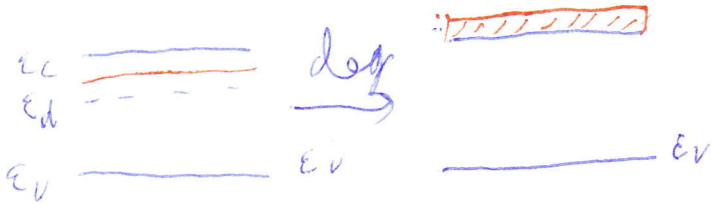
P-n átmenet feszültség alatt

Zener-effektus

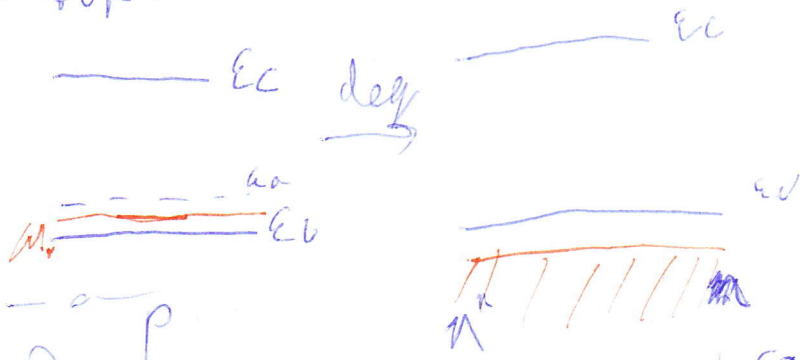


Alagatási dióda (Esaki)

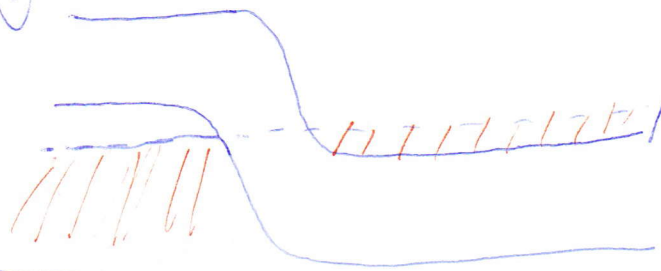
degenerált félvezető (má rávalóban van)



P típus:

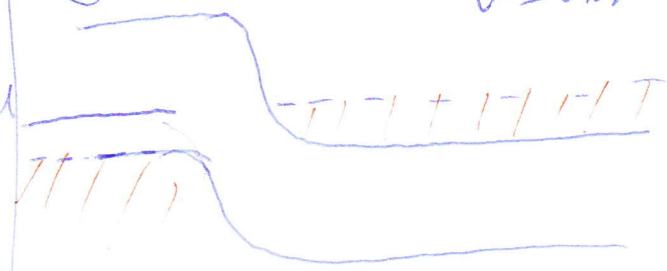


1



2

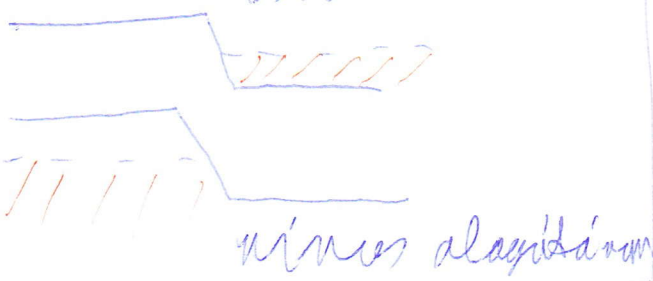
itt áram nem folyik  
 $V = V_{zsn}$



$V > V_{zsn}$

3

csökkentő áram

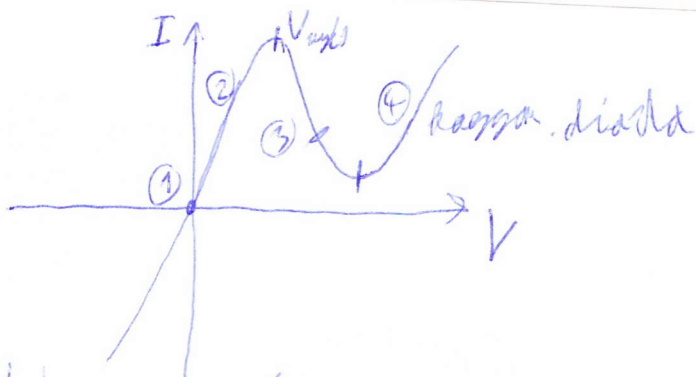


nincs alagatás

4

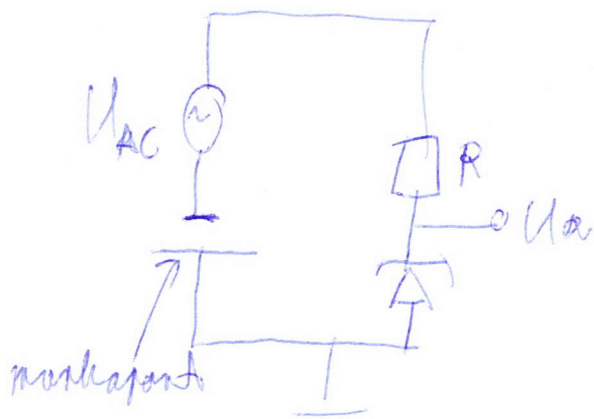
hagyományos dióda





$$\frac{dI}{dV} \Big|_{\text{munkapont}} = -\frac{1}{r} \text{ negatív diff. ellenállás}$$

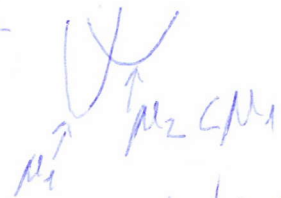
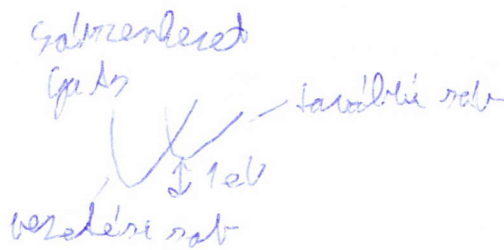
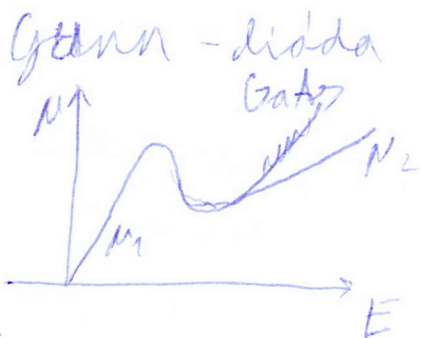
teszt. erősítő (oscillátor)



$$U_m = U_{AC} \cdot \frac{-r}{R-r} = U_{AC} \frac{r}{r-R} > U_{AC} \text{ ha } R < r$$

erősítő vagy analóg oscillátor

2. stb.

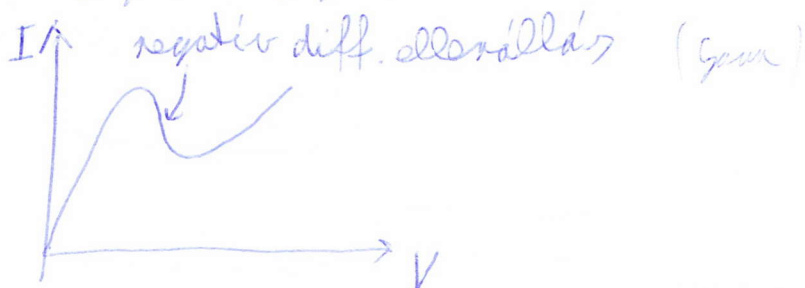


$$j = nev$$

$$v = \mu E$$

hővesztés

$$j = (n_1 e \mu_1 + n_2 e \mu_2) E$$



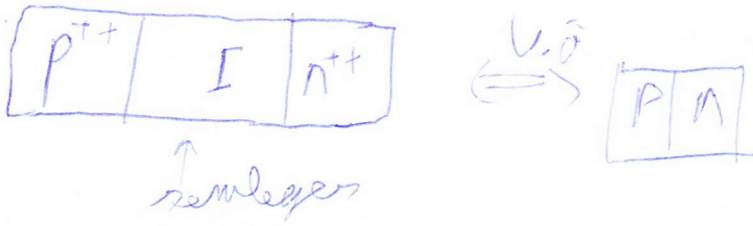
hisz elektronok is

mozognak

gerjesztés

Gunn  $\boxed{n^{++} | n | n^{++}}$  nem a junction miatti effektus

PIN



- nagyobb letörési fesz.
- rosszabb egyenirányító
- alacsony kapacitás  $\rightarrow$  nagy sebességű kapcsoló (mikroelektronika)

varaktor dióda



zárvány

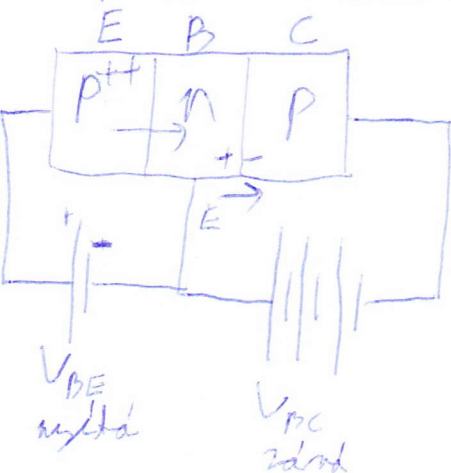


$\leftarrow$  töltés, kapacitás  
E

nagy zárványos területek  $\rightarrow$  kis kapacitás  
kis  $\rightarrow$  nagy kapacitás

fesz. vezérelt nagy kondenzátor  $C \sim \frac{1}{\sqrt{U_{zárva}}}$

Bipoláris tranzistor, BJT



bipoláris junction

bázis  $< L$   
 $\leftarrow$  diff. hossz.

BJT = PN+NP

Bázisban (B) kisebb sebégi töltéshordozók vannak (bipoláris)

B - kan den rekombineras, lyal lipord dram

n p n mindre taldrabandoz fordikati

Emittent bäl B-be jävä dram  $V_{BE}$   $V_{BE}$ -tal fögg

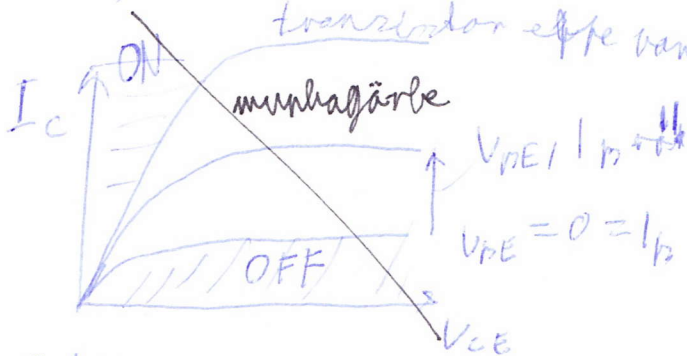
$$I_{EC} \gg I_B$$

$E_{ramp} \sim V_{BC}$  ramp E-ätröppia positiv taldrabel a kallektorba (C-be)

$$I_C \text{ fögg } V_{BE} \text{ de } V_{BE} \sim I_A$$

$\frac{I_C}{I_B} = \beta \sim 10 \dots 100$  in dramvörtheloz de'uzerä

transistor effe van ~~normal~~ optimalisollva

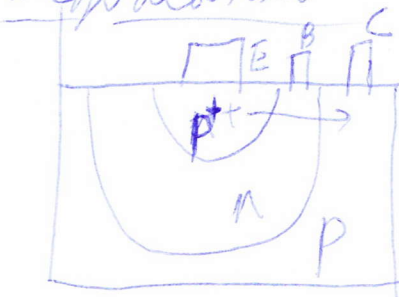


tel ~~dr~~  $\rightarrow$  elekt elektronvör "abrand" iövellesmänge

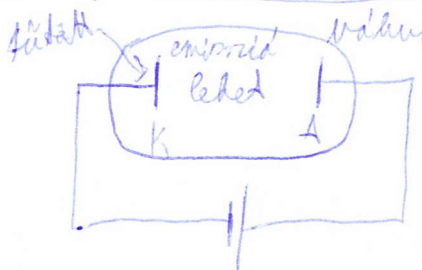
ke't viselhedes :: koperalä TTL (transistor + logik)

evärltä  $V_{CE}$  adatt eldelhede raggoff:  $I_C \sim I_B$

meqvalörätas



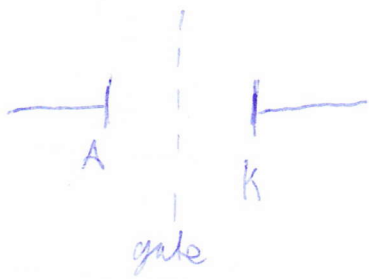
Analögia: elektronvörvel



diöda 1904  
- eggenlövdrygtd.



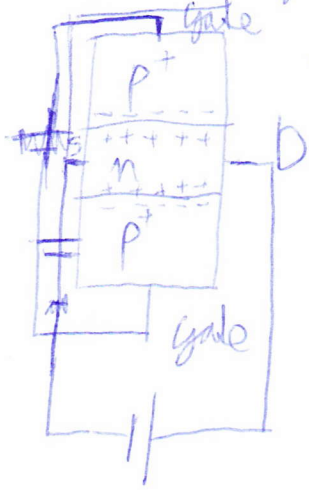
Trioda (1906)



gate -tel békélt vezérlésm  $I_A$ -t!

↓  
áramot kicsit von fel  $\rightarrow$  nagy áramvártás!

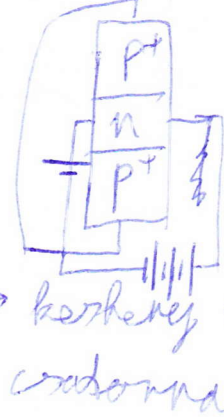
JFET: junction field effect transistor (egyelőre ~~for~~ FET)



Source Drain

• többrégi táplálás

• vezérlés  $V_G$  negatív fesz  $\rightarrow$  keskeny vezetési csatorna  
 $V_{GS} < 0$



JFET

nagy vezérlési imp.

$$I_G = 0$$

BJT

kis vezérlési imp.

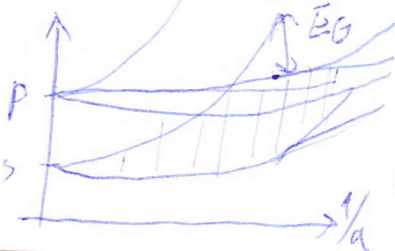
digitális kapcsolásra  
(nem folyókáram)

analóg erősítésre is  
nem jó digitális alkalmazásra

### Felületi állapotok

SC vákuum

hullámok  $\rightarrow$  ugyan a potenciál

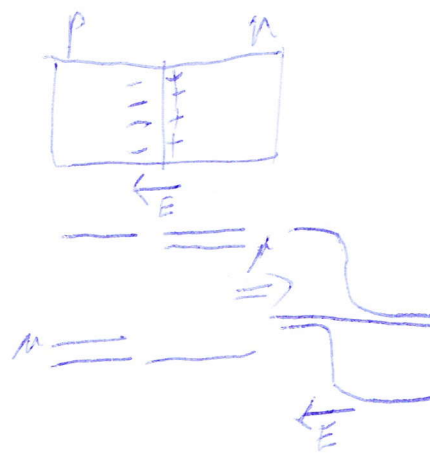
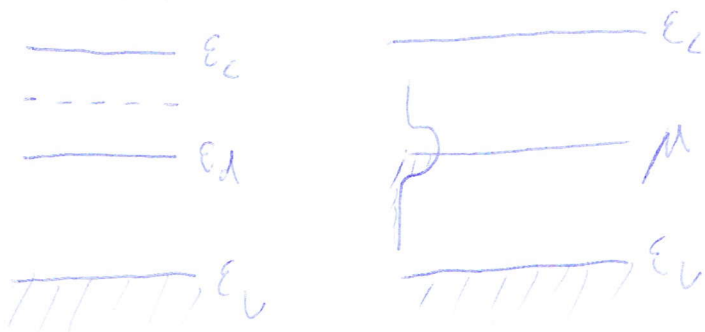


labilisabb az a közbath zóna közepe

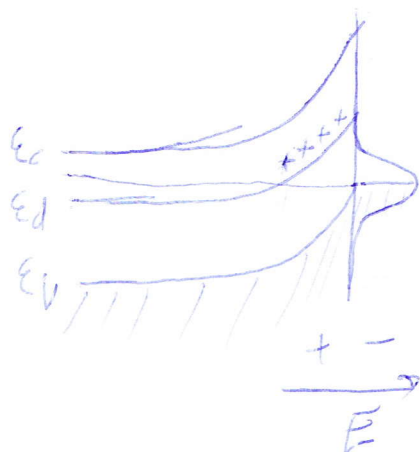
↑  
többi anyag felületen azonos állapot

bulk (szilíc)

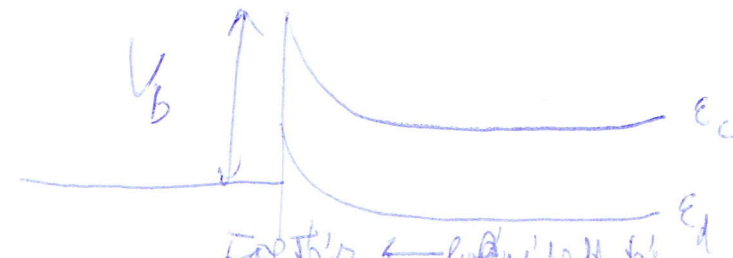
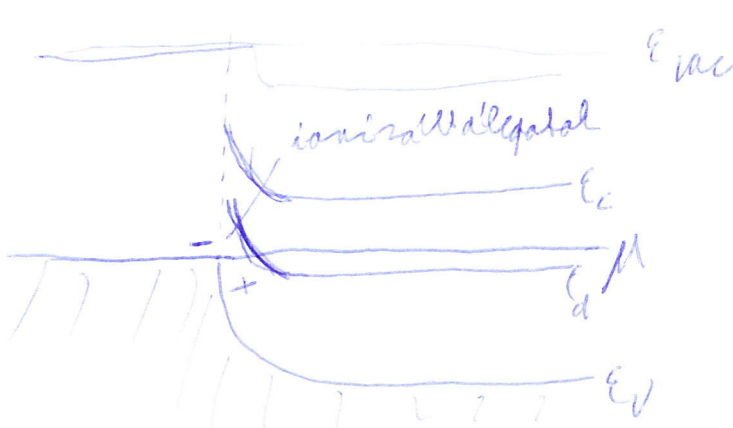
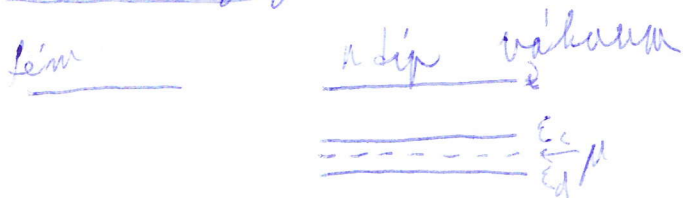
felület



donor nívó felületénél  
ionizált felületi töltések

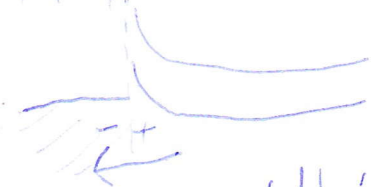


Schottky gát



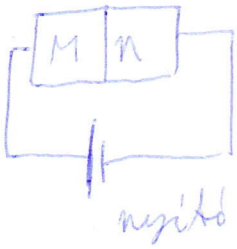
$V_b$ : barrier height, depends on  $\phi$

$\phi$ : built-in potential  $\rightarrow$  barrier height

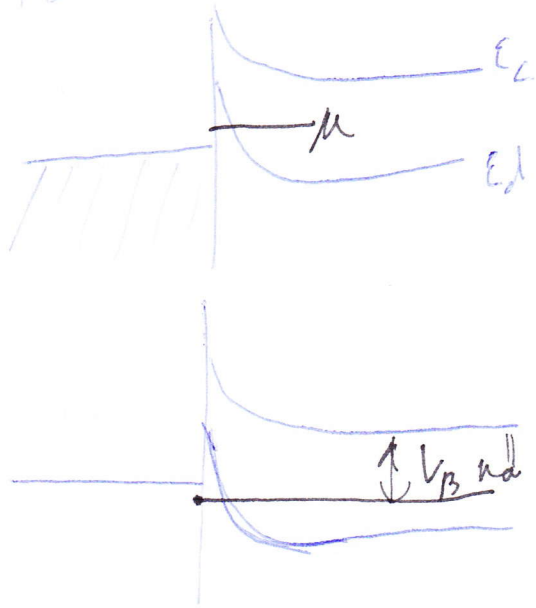


$\rightarrow$  forward current  
 $\leftarrow$  reverse current

ZÁRÓ



NYITÓ:



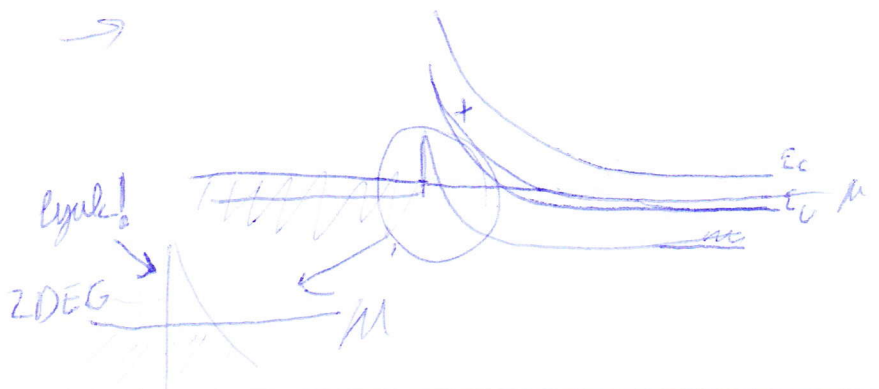
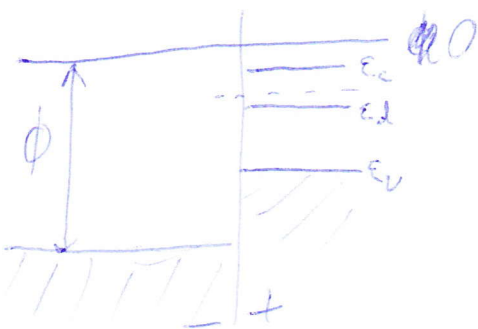
Schottky barrier properties

- barrier height
- low forward loss
- temperature stability

- low reverse current (leakage)
- high power dissipation

Schottky diode

$\phi$  barrier height



2D layer gas  $n$  layer semiconductor  $\rightarrow$  inversion, 124

Másik esetben  $\phi$  kicsi

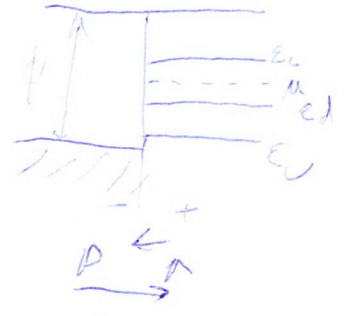


2D égáz = nyitóréteg

Élesik ahmikus kontaktus: erős dopálás  
 $N_d l =$  töltéskészlet  
 $\leftarrow$  átmenet vastagsága

ha  $N_d$  nagy  $l$  kicsi

11.2.7.



inverzióréteg

$\Rightarrow$   
 nyitóréteg

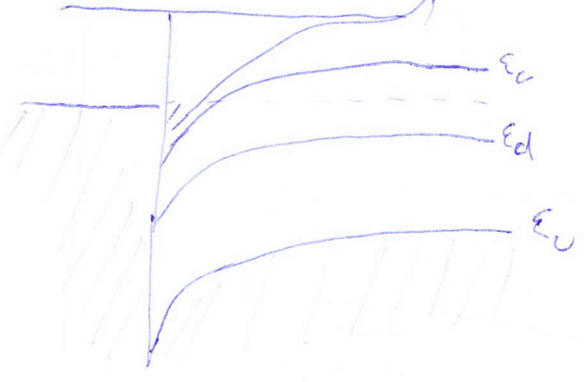
$n$  típusú, mégis csak állapotok alakulnak



2D elektron gáz



$\Rightarrow$





# MOSFET

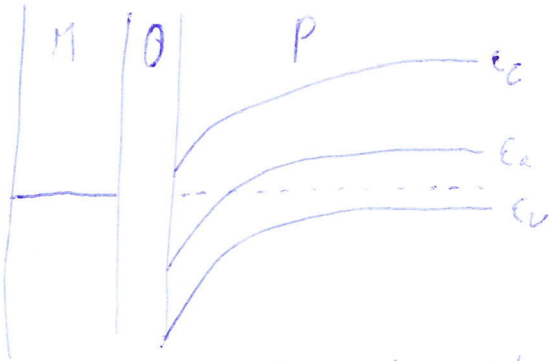
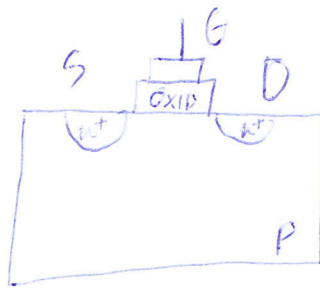
metal - oxide - field effect transistor

- 0 állású
- hálózati led. bord.

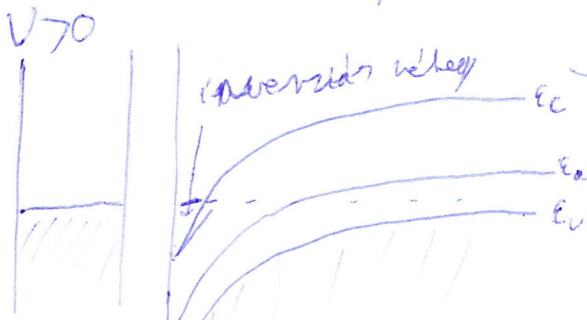
$V_{GS} > 0 \rightarrow \bar{e}$  áramlása

és  $I_{GD} > 0$

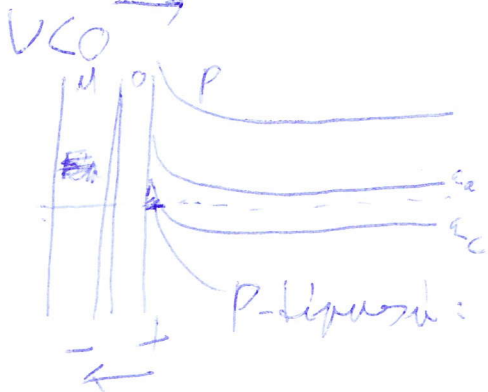
$V_{GS} < 0$  vagy  $V_{GS}$  túl kicsi lesz  $R_{GD} > L \rightarrow I_{GD} = 0$



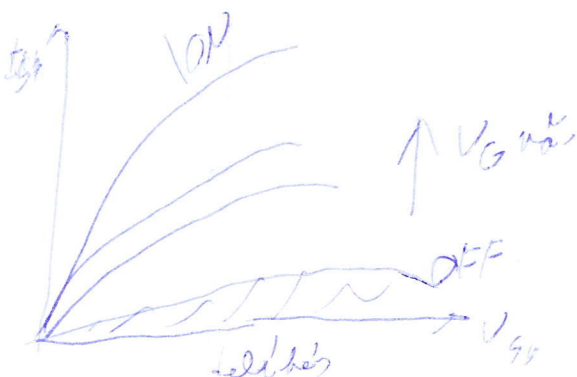
$V_{GS} = 0$  ~~elektronok nem tudnak áramlani~~ mivel nem van töltésbővítés az alján ~~elektronok~~



$\bar{e}$  típusú: vezetési csatorna n-es elektronokkal körítve



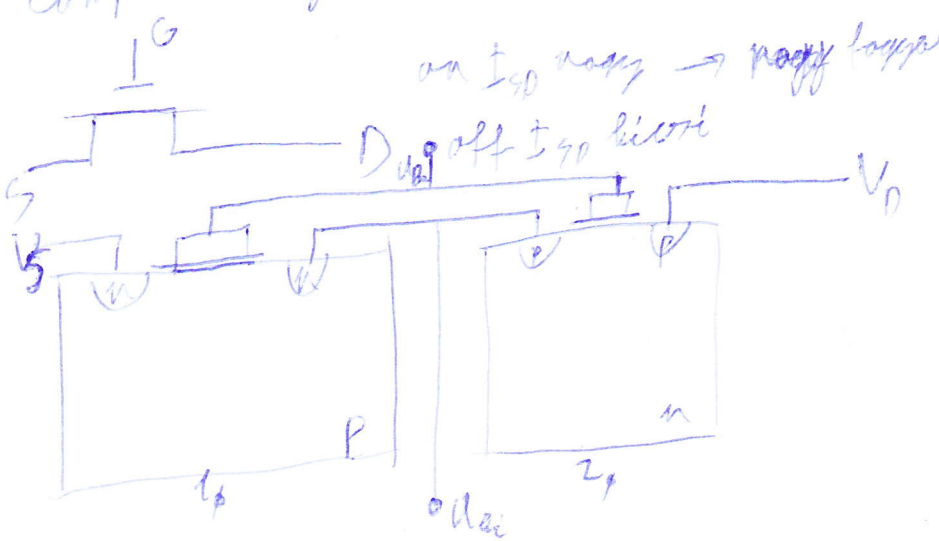
P-típusú: nem vezet az n-es elektronokkal körítve



$I_{GD} \sim V_G$   
erősítők nagy impedanciája

ON  $V_G$ -től nagy  
OFF

CMOS  
↓  
Complementary MOS (metal-oxide semiconductor)



$U_{be} = U_G$

$U_{be} > 0$  (nagy)

1. nyitva, 2. zárva  $U_{be} = V_G$

$U_{be} \leq 0$  (alacsony)  $U_{be} = U_d$

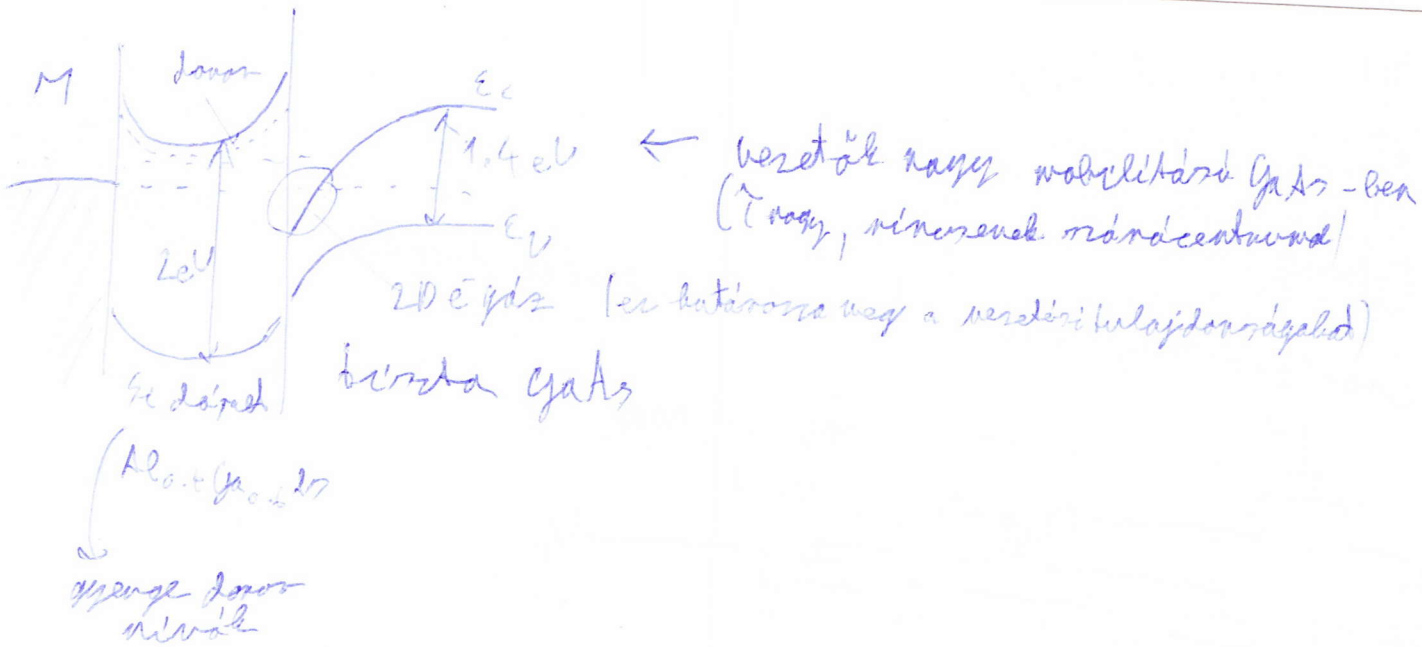
inverter a gyakorlatban

Áram csak kapuzalásból folyik

Heterostructure, modulation doping, band-gap engineering

1. félvezető jelleg n-p
2. határfelület, lényeg
3. Field-effekt
4. határfelület  $\rightarrow$  barrier

Al<sub>0.4</sub>Ga<sub>0.6</sub>As 2eV  $\rightarrow$  indiummal 1%-al keverve, külső bázis gap!  
GaAs 1.4eV



HEMT  $\rightarrow$  analóg eszközök

↑  
 nagy elektron mobilitás transziszta

$$G = \frac{n e^2 \tau}{m^*} \rightarrow \text{nagy} \rightarrow \text{ellenérték!}$$

Felvezetés optikai tulajdonságai

DC Drude:

$$m^* \dot{v} = -eE - \frac{m^* v}{\tau} \rightarrow j = -n e \overline{v} = \sigma E \rightarrow \sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

AC Drude:

$$m^* \dot{v} = -eE - \frac{m^* v}{\tau}; E = E_0 e^{-i\omega t}$$

$$v = v_0 e^{-i\omega t}$$

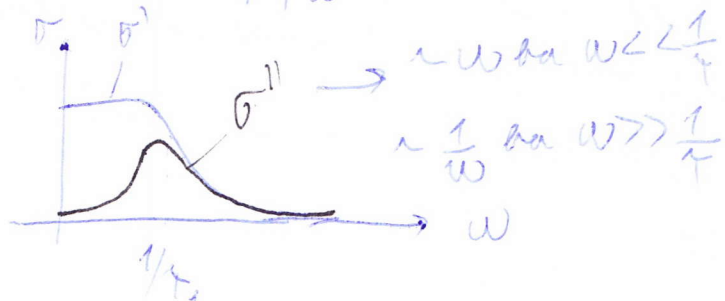
$$m^* v_0 (-i\omega) = -eE_0 - \frac{m^* v_0}{\tau} \rightarrow \sigma(\omega) = \frac{n e^2 \tau}{m^*} \frac{1}{1 - i\omega\tau}$$

$$\sigma(\omega) = \sigma'(\omega) + i\sigma''(\omega)$$

$$\frac{1}{1 - i\omega\tau} = \frac{1 + i\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

$$\sigma'(\omega) = \sigma_{DC} \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2}$$

$$\sigma''(\omega) = \sigma_{DC} \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$



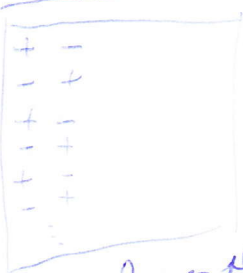


$\sigma'_k \leftrightarrow \sigma''$  nem függelvények. Képzés: Képzés vel.

$$\sigma'(w) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int \frac{\sigma''(w)}{w-u} dw \quad \sigma''(w) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int \frac{\sigma'(w)}{w-w} dw$$

Plazma-oscillációk

levegő



mi van belülről



semleges plazma

↔ ~ töltés szeparáció

$$\int E \cdot dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{A \epsilon_0}$$

$$Q = e N_e V = e N_e A \cdot x \rightarrow E = \frac{e N_e x}{\epsilon_0}$$

levegő tölt. sűrűsége  $(N_e) = \frac{1}{m}$

$$F = -e E = -\frac{N_e e^2 x}{\epsilon_0}$$

töltés központi helyre  $e^-$ -m

$$\rightarrow m \ddot{x} = -\frac{N_e e^2 x}{\epsilon_0} \rightarrow \omega_p^2 = \frac{N_e e^2}{\epsilon_0 m}$$

plazma-oscillációk képlete

$$\omega_{pe}^2 = \frac{N_e e^2}{m \epsilon_0} \quad \left[ \frac{1}{m} \frac{A^2 m^2 V_m}{VA^2 A^2} = \frac{1}{s^2} \right]$$

$$\sigma_{DC} = \epsilon_0 \omega_{pe}^2 \tau$$

levegő

$$\text{ill } \sigma_{AC} = \sigma_{DC} \left( \frac{1}{\omega^2 \tau^2 + 1} \right) + \frac{i \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \sigma_{DC}$$

$\frac{1}{\tau} \sim 100 \text{ THz}$ , levegő frekv.  $300 \text{ THz}$

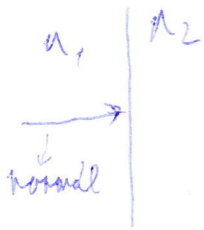
$\tau = 10^{-14} \rightarrow \hbar \omega_{pe} \sim 1-10 \text{ eV} \rightarrow 100 \text{ THz} - 1000 \text{ THz}$

→ az anyag jellemző (momentum-relációs ideje)

→ 2 független rész!  $\frac{1}{\tau}$ : rezonancia

$$\omega_{pe} \sim \sqrt{n}$$

# Fresnel formula



$$R = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|^2$$

impedancia ellenes

$$\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$N(\omega) \leftarrow$  frekvenciafüggő törésmutató

$$N(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega)$$

eszel:  $R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}$  ↑  
extinkciós együttható

Maxwell-egyenlet:  $\nabla \times \underline{H} = \underline{j} + \frac{\partial D}{\partial t} = \sigma \underline{E} + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \left( 1 + \frac{\sigma}{i\omega \epsilon_0} \right)$

$\rightarrow \nabla \times \underline{H} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \left( 1 + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right)$  ↑  
eltalálási d'nora

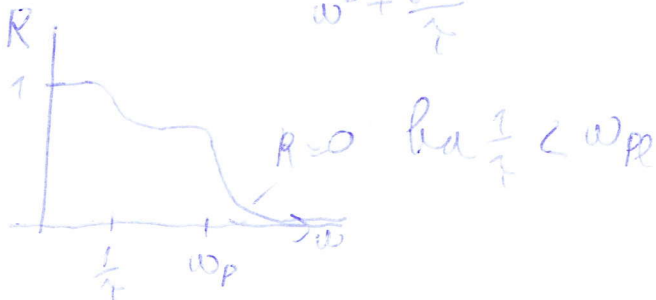
$\hookrightarrow$  szabad áramok ↑  
korlátos, költés, tér

Fénel dielektrikus állandója:  $\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{i\sigma}{\epsilon_0 \omega}$

$$E = E_0 e^{-i\omega t}$$

$$\epsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}}$$

$\leftarrow \omega_{pe}$  és  $\frac{1}{\tau}$  kor megjelölés

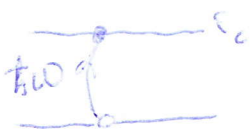


$$\omega_{pe}^2 = \frac{n e^2}{m^*}$$

$n$  alacsony  $\omega_{pe}(G) < \omega_{pe}(M)$

IR foton félvezetőre dőlt áramok, vannak sáv  $\Rightarrow$  sáv átvezetők

Fotovezetés: sáv-sáv gerjesztés



$$\Delta n = \Delta p \sim I \text{ intenzitás}$$

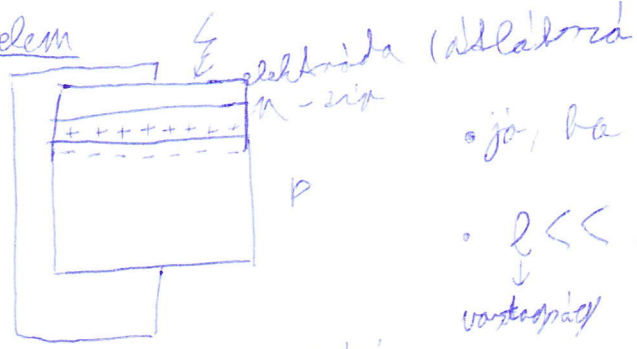
$$D = n e \mu_n + p e \mu_p$$

$$\Delta \sigma = \sigma_0 \left( \frac{1 + \frac{\mu_e}{\mu_h}}{\frac{n_0 \mu_e}{\mu_h} + 1} \right) \cdot \Delta n \sim I$$

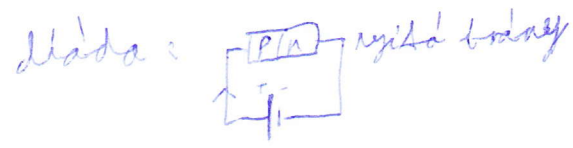
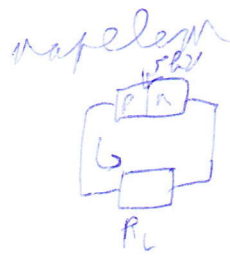
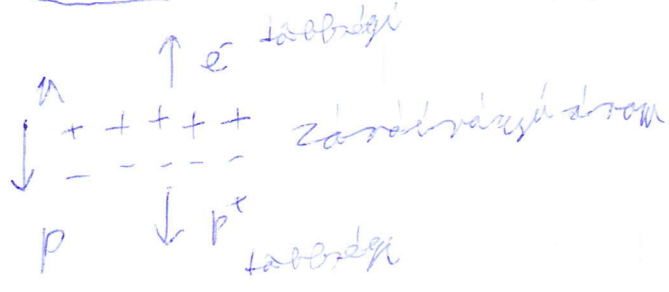
és elegendő a bejövő fényre  $\hookrightarrow \mu - pcd$  utolsó

14. feladat: Gondolj millión jeppre: felvétel a jépre  
 • 1 feladat választható

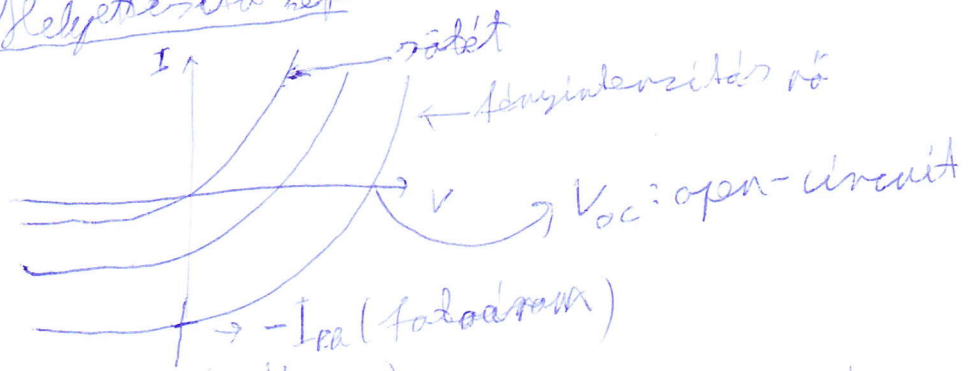
Napelem



- jó, ha abszorpció a p-n átmenetben van
- $l \ll L$   
 ↓  
 vastagság → diffúziós hossz (vagy rekomb. hossz)



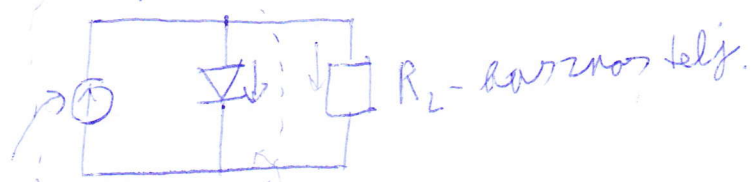
Relaxációs idő



$$I = I_s \left( e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right) - I_{ph} = 0 \text{ rövidre zárva}$$

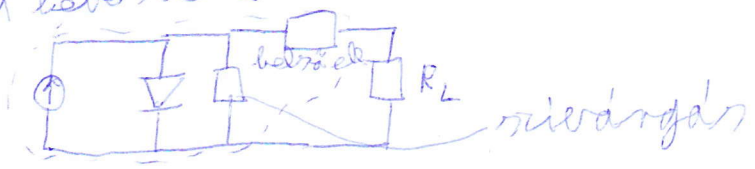
$$V = V_{oc} = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{I_{ph}}{I_s} + 1 \right) \approx \frac{kT}{e} \ln \frac{I_{ph}}{I_s}$$

Napelem

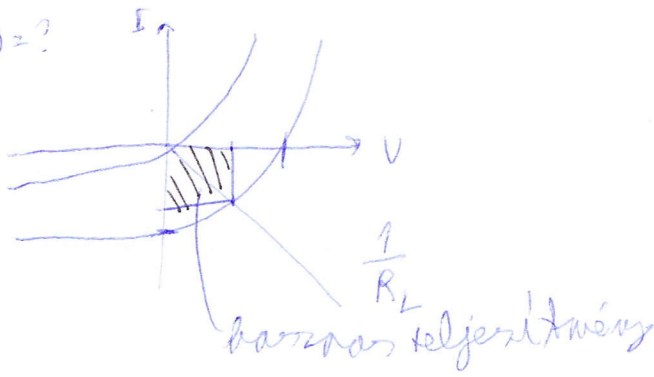


ideális áram gen.  
 nyitva!

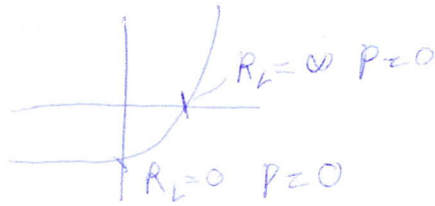
kicsit kevésbé ideális



$R_L(\text{opt}) = ?$



ha  $R_L = \infty$



R a gyakorlatban:  $U_{DC} \sim$  levelesé változik } inverter  
 $I_{DC} =$  változik  $I_{folyó}$  függ }  
 $U_{AC} \sim 220V$

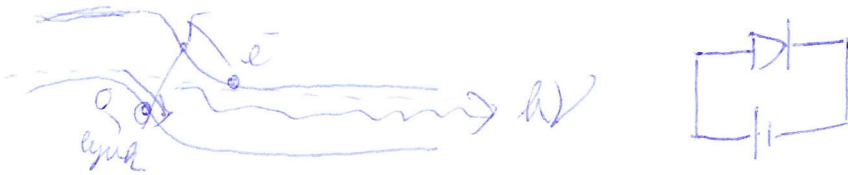
$I_{ac} \sim I_{folyó}$  inverter

LED light emitting diode

p-n átmenet  $l > L$  ————— rekomb. hossz  
 kiáramított fény vastagsága

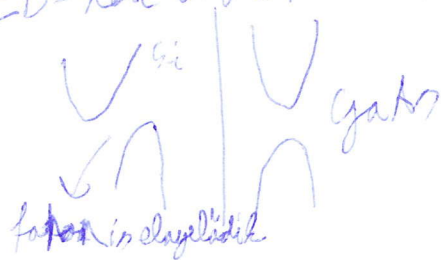
- nyitósírköz, aránylag nagy áram

spontán emisszió



felhasználás: vékony önalzórpicia miatt

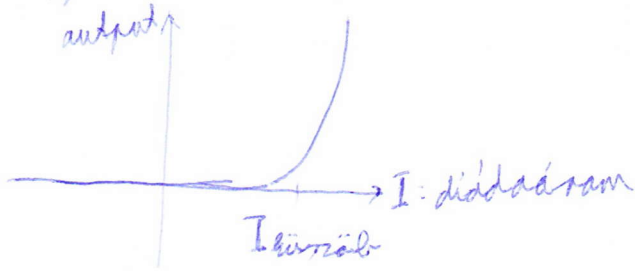
LED-ek indirekt felvezetésűek, hatékonysága kisebb



$(P_{foton} = \frac{h\nu}{c})$

Lézerdióda: csak direkt gap-ú felvezetés  
pl GaAs

Nagy áramsűrűség, nem lineáris folyamat



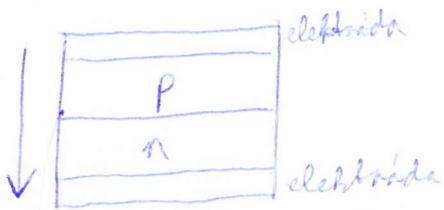
Stimulált emisszió



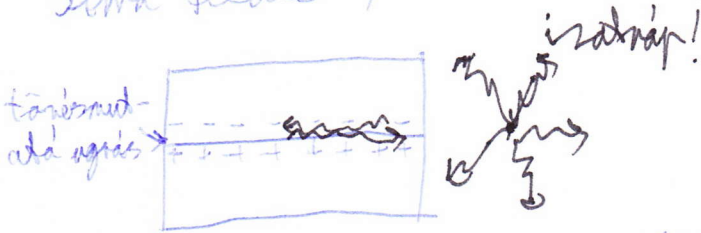
spontán emisszió



Lézerdióda



Síma felület, rezonátor körbe



határreleghelyen folyadék pumpálás!  
e-áram

Van egy kicsi reflexió % transzmisszió  
itt jön ki lézerrugósítás.

• koherens, monokromatikus

Spintronika felvezetésében

Mi a spin?

útkörnyezet

$\mu = h \cdot I$   
 $\mu = \frac{q \hbar^2 \hbar \omega}{2 \hbar T} d = \frac{\hbar \omega d}{2} = \frac{q \hbar N}{2 m} \leftarrow N = m \omega T$   
 $\frac{2 \hbar \omega}{\hbar} = \frac{1}{\hbar}$   
 $\mu$  magn. mom  $\sim N$  magn. momentum

Stern-Gerlach  $\rightarrow$  saját mágneses moment

classical de flux  $\rightarrow$

spin: alapvető kvantum tulajdonság, klasszikus megfontolással nem lehet

Dirac-e  $\frac{d\hat{L}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{L}] \neq 0 \rightarrow$  ha  $\hat{L} + \hat{S} = \hat{J}$  :  $\frac{d\hat{J}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{J}] = 0$   
 $\hookrightarrow$  teljes imp.

$\langle S^2 \rangle = S(S+1)$

$\langle S_z \rangle = \pm S$ , vagy  $\pm \frac{\hbar}{2}$

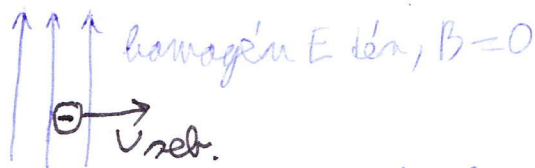
$\mu = -g \mu_B S$ , ahol  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$  } V.á. klasszikus  $\mu = \frac{e\hbar}{2m} = \frac{e\hbar}{2m} L = \mu_B L$   
elektronra  $g=2$  Dirac itt  $g=1$   
 $g_0 = 2,0023 \leftarrow$  Q.E.D.

$\mu_B$  létezik

$\mathcal{H}_{Zeeman} = g \mu_B S \cdot B$ ,  $U = -(\mu \cdot B)$ ,  $\underline{\mu} = -g \mu_B S$

Spin-pályák kölcsönhatás

SOI  $\leftarrow$  interaction SOC  $\leftarrow$  coupling



nyugodalmi keret. rendszere:  $\underline{B} = -\frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{E}$  kereszt irány

van  $\underline{B}$   $\rightarrow$  van mágneses térrel  $\mu$  miatt

atomi potenciál:  $\underline{E} = -\nabla \frac{ze}{4\pi\epsilon_0 r} \leftarrow \mathcal{H}$  atom keret atom

$\underline{E} = \frac{\hbar}{|\hbar|} \frac{d}{dt} \frac{ze}{4\pi\epsilon_0 |\hbar|}$

$\mathcal{H}_{SOI} = -\mu_B \frac{g}{c^2} \underline{v} \times \underline{E} = +\frac{1}{c^2} \frac{\hbar}{m} \underline{L} \times \underline{E} \Rightarrow g \mu_B S \approx$  kereszt,  $\underline{L} \cdot \underline{S}$

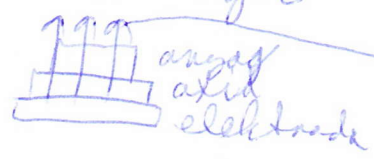
$= g \mu_B S \cdot \left( \frac{\underline{p}}{m} \times \underline{E} \right) =$  oszt.  $\underline{S} (\underline{p} \times \underline{E}) \sim \underline{S} \cdot \underline{L}$  spin-pályák kereszt.

$\underline{L} \cdot \underline{S}$  csak atomi eredetű elektronos térrel jár!

- atomi el. tér  $\rightarrow$  intrinézic
- pl. gyök. inv. szimmetria sérülés
- $\rightarrow$  hall SOC, Dresselhaus



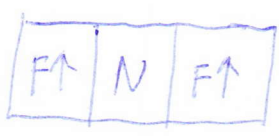
- heteroáréteg



transzverzális elektromos tér

$\rightarrow$  Bychkov - Rashba eff (Pisarskov)

Spinrellek



alacsony ellenállás

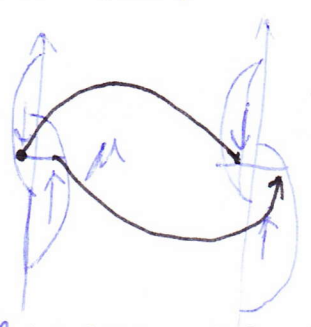
F: ferromágneses fém



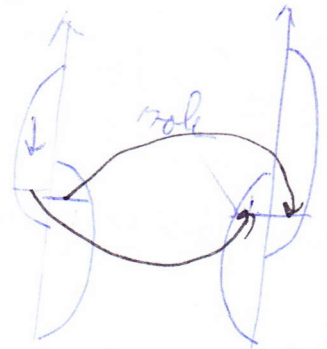
nagy, az ellenállás

N: normál fém

(Fert, Grünberg  $\rightarrow$  NP)

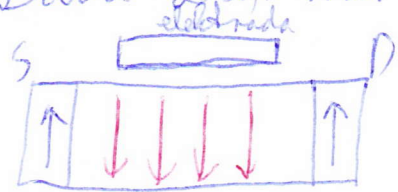


könnyen folyik át



balról  $\rightarrow$  kevésbe  
kevesébből  $\rightarrow$  jobbra

Datta - Das tranzisztor



sem el. tér.

$\vec{v} \rightarrow \odot \quad \vec{E} = -\frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{E}$

körös precessia

$\uparrow \mu = \frac{d\mu}{dt} = \gamma (\mu \times B)$   
effek  $\leftarrow$   $\omega$  precessia

5  $\left[ \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \uparrow & \uparrow & \downarrow & \downarrow & \uparrow \\ \hline \end{array} \right]$  ellenállás E térrel vezérelhető

$I_{SD} \leftrightarrow$  függ  $V_G$ -től

spin mozgása

spin-relaxáció

lakalisan ha  $B = 0$

$$M(t \rightarrow \infty) = 0$$

ha injektálod  $M \neq M(t \rightarrow \infty) = 0$ :

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M_0 - M(t)}{T_1}$$

$T_1$  spin relaxációs idő

$$M_0 = M(t \rightarrow \infty)$$

- diffúziós transport

- spin-drift  $\rightarrow$  ha nagy az elektron drift (ballisztikus)

$\uparrow \rightarrow$  momentum relaxáció!

$$L_{\text{spin}} = v_F \sqrt{\tau T_1} \gg v_F \tau = l_F$$

$\uparrow$  spin diffúziós hossz

momentum relaxáció

szabad úthossz



# Spin-relaxáció

ha  $B_z = 0 \Rightarrow M(t \rightarrow \infty) = 0$

ha  $M = M(t \rightarrow 0) - 1$  ingeklálal =

$$\frac{dM}{dt} = - \frac{M - M(t \rightarrow 0)}{T_1}$$

$\rightarrow$  diffúziós transzport

: momentum szórás

$$L_{\text{spin}} = v_F \sqrt{\tau T_1}$$

$L_{\text{spin}}$  spin diffúziós hossz

$$\gg v_F \tau = l - \text{momentum szórás utolsó}$$

501 - miért van spin in relaxációk

- spin-hűtés  $\rightarrow$  ha nagy az elektronok száma (balról)

12 Az elektron spinje, SOI

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, L] \neq 0 ; L+S = J \rightarrow \frac{dJ}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, J] = 0$$

$$S = \frac{\hbar}{2} \sigma \text{ spin-or.}$$

$$\langle S^2 \rangle = S(S+1)$$

$$\langle S_z \rangle = \pm S$$

$$M = \frac{1}{2} g \mu_B S$$

$$H_{Zeem} = g \mu_B S B ; \mu_B = \frac{e \hbar}{2m} \text{ Bohr-magneton}$$

$$|e| \mu = \frac{e \hbar}{2m} = \frac{e \hbar}{2m} = \mu_B$$

$$g = 2,0023$$

Spin = négy állapotokból

kvázi kloronokból:  $\uparrow \uparrow \uparrow$   
 $\uparrow \downarrow \uparrow$   
 $\uparrow \downarrow \downarrow$   
 $\downarrow \downarrow \downarrow$

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{E} \text{ Lorentz E tere}$$

zavaró mágneses

$$\vec{E} = -\nabla \phi(z) = -\frac{1}{e} \frac{\partial U}{\partial z} \rightarrow \mu_B \frac{\partial U}{\partial z} = g \mu_B \frac{1}{c} \frac{\partial U}{\partial z} \frac{v}{c} \approx \frac{1}{c} \frac{\hbar v}{m^2 c} \frac{\partial U}{\partial z} \approx \frac{1}{2} \frac{\hbar v}{m^2 c^2} \frac{\partial U}{\partial z}$$

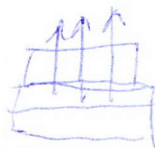
$\rightarrow L \approx$  csak akkor eredeti  $E$  kereküljön  $\leftarrow \frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial z}$

Dírcsac egyenlet  $\frac{1}{2}$  sorozatból

$\rightarrow$  SOI ~~alab~~ <sup>spin-orbit</sup> ~~alab~~: - atomi el. tér  $\rightarrow$  átjárás

- Gates: inverziós réteg rétegek
- $\rightarrow$  hull SOI  $\rightarrow$  p-n szelvény

- heterostrukturek: rendezési anizotropia

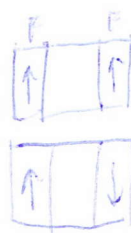
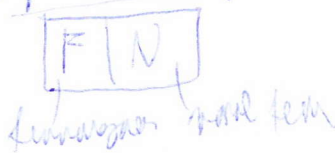


$\rightarrow$  Byrdlow-Kashiba féle SOI

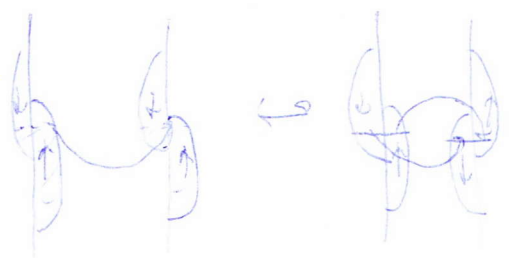
$\rightarrow$  néhány elemene vannak a SOI

Spintronika eredetileg alapjai:

Spinzelel



- alacsony ellenállás  
 - nagy ellenállás  
 $\rightarrow$  GMR



Datta - Das tranzistor

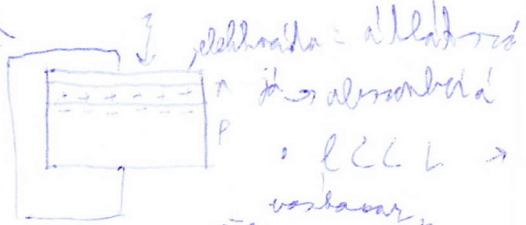


$E$ : barázdák köz.  
 $\rightarrow \vec{B} = \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{E} \rightarrow \frac{dU}{dt} = \langle J \times B \rangle$  Karwa - precessió

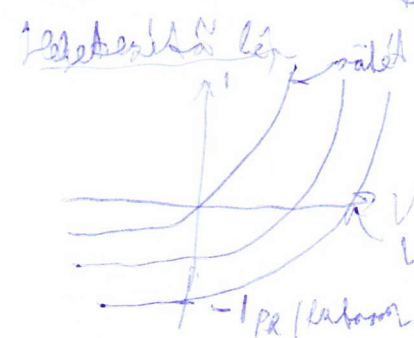
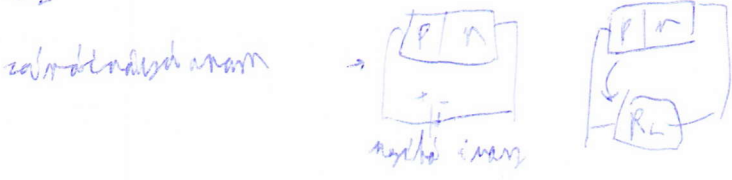
$\rightarrow$  spinel elfordulás  $\rightarrow$  ellenállás  $E$ -térrel vezérelhető

$E_{SO} \sim V_0$   $\rightarrow$  Datta-Das tranzistor spinzelel alapja

Napelem

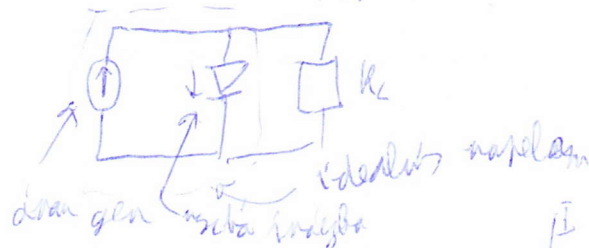
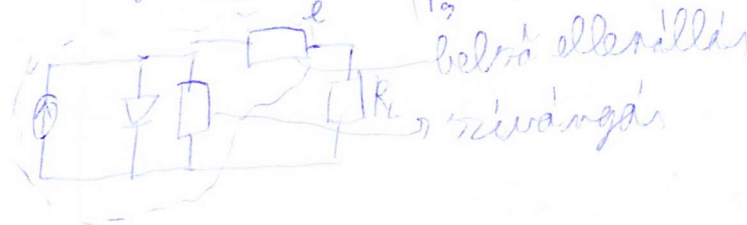


érintkezők elhelyezése:  $e^-$  ↑  
 + + + n  
 - - - p  
 ↓ P ↑ P

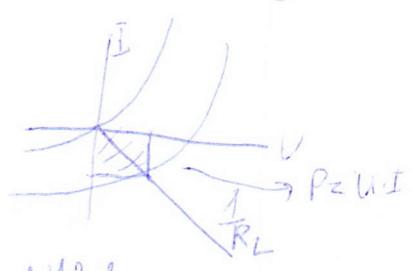


→  $I = I_{ph} \left( e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right) - I_{sa} = 0$  rövidre

↓  
 $V = V_{oc} = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{I_{ph}}{I_{sa}} + 1 \right)$



Optimális működés:

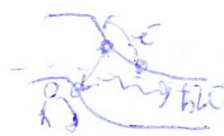


→ maximális  $V_{oc}$  (nyitlaképfeszültség)  
 →  $I_{sc}$  (kötési áram)  
 →  $I_{sa}$  (sötétáram)

LED:

P-n átmenet  $e > L$  - diff. hozam

- előfeltétel: vezetési zónák, vezetési zónák
- indikátor ~~száraz~~ félvezető hisz a led működéséhez szükséges a fotonok keletkezése



→ fotonok keletkezése (rekombináció miatt)

LED-ek

- csak direkt gap jellegű anyagok
- az LED-ek működéséhez szükséges a fotonok keletkezése



- heterostrukturú LED-ek
- nagy fényerősség
- fotonok keletkezése, rekombináció miatt
- $e^-$  - beinjektálás
- koherencia, monokromatitás

# 11 A felvételről optikai tulajdonságainak alapján alapjai

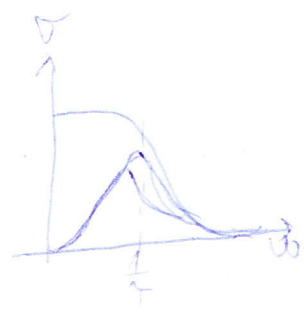
Druze modell:

$$m^* \ddot{x} = -eE - \frac{m^* \dot{x}}{\tau} \rightarrow \dot{x} = ne \frac{E}{m^*} = \sigma E \rightarrow \sigma_{DC} = \frac{ne^2 \tau}{m^*}$$

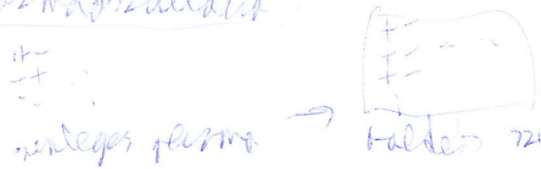
$$E = E_0 e^{i\omega t} \rightarrow v = v_0 e^{-i\omega t} \rightarrow -i\omega m^* v = -eE - \frac{m^* v}{\tau} \rightarrow \sigma(\omega) = \frac{ne^2 \tau}{m^*} \frac{1}{1 - i\omega\tau}$$

$$\sigma(\omega) = \sigma'(\omega) + i\sigma''(\omega) \rightarrow \sigma'(\omega) = \sigma_{DC} \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2} \quad \sigma''(\omega) = \sigma_{DC} \frac{\tau\omega}{1 + \omega^2\tau^2}$$

$\sigma'(\omega)\sigma''(\omega)$  - Kramers-Kronig rel.  $\sigma'(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int \frac{\sigma''(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega'$



## Plazmaoszilláció:



terjedő plazma  $\rightarrow$  haladás megfordul  $\rightarrow E(x) = \frac{ne^2 x}{\epsilon_0} \rightarrow F = -eE_0 = -\frac{ne^2 x}{\epsilon_0}$

$$m\ddot{x} = -\frac{ne^2 x}{\epsilon_0} \rightarrow \text{ham. mozg.} \quad \omega_0^2 = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m_0} \rightarrow \omega_{pl}^2 = \frac{ne^2}{m^* \epsilon_0} \text{ plazma oszilláció}$$

$$\sigma_{DC} = \frac{ne^2 \tau}{m^*} = \epsilon_0 \omega_{pl}^2 \tau$$

$\tau \approx 100 \text{ fs}$   $\rightarrow$  rezonancia  
 $\omega_{pl} \approx 100 - 1000 \text{ THz} \rightarrow \sqrt{\omega}$

## Fresnel-formula

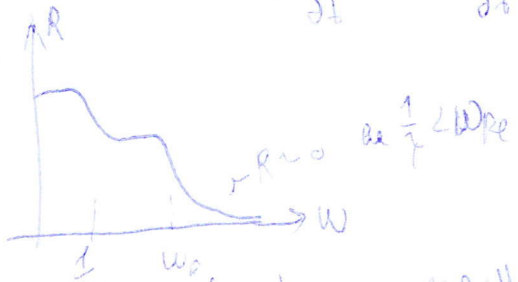
$$R = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|^2 = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|^2 = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}$$

$$\frac{i\omega_{pl}^2 \tau}{\omega(1 - i\omega\tau)} = \frac{\omega_{pl}^2}{\omega(\frac{\omega}{\tau} + \omega^2)}$$

$N = n + ik(\omega)$   $\rightarrow$  extinkciós együttható  $E = E_0 e^{-i\omega t}$

$$m\ddot{x} = E + \gamma \dot{x} = \sigma E + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \left( 1 - \frac{\sigma}{i\omega\epsilon_0} \right)$$

$$N^2 \approx \epsilon_r = 1 + \frac{i\sigma}{\omega\epsilon_0} = 1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2 + i\omega/\tau}$$

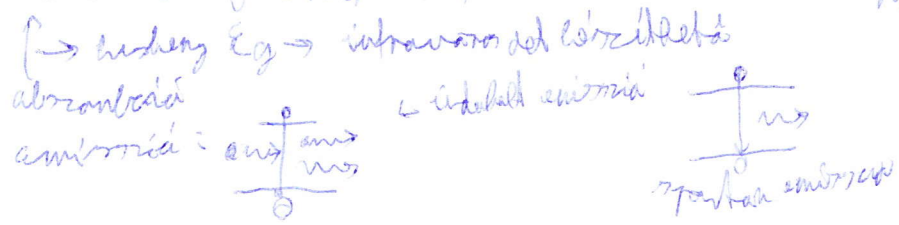


$n$  alacsony  $\rightarrow \omega_{pl} < \omega_{pl}(föld)$   $\rightarrow$  IR tartományban átlátszó a felületén, de  $\epsilon_r$  nagy - az átlátszatlanság  $\rightarrow$  abszorpció

## Feldarabolás (nár - társ gennyel)

$\Delta n = \Delta p \approx$   $\Delta$   $\rightarrow$   $\sigma = ne \mu + p e \mu_p \rightarrow \sigma = \sigma - \sigma_0 = \sigma_0$

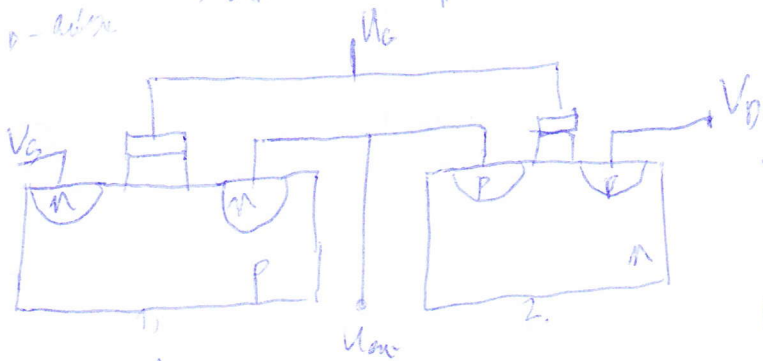
$$\left( \frac{1 + \frac{m_0}{m_n}}{n_0 \frac{m_0}{m_a} + p_0} \right) \Delta n \approx \Gamma \rightarrow$$



# CMOS - complementary MOS

$I_G$  on:  $I_{D0}$  nagy  $\rightarrow$  2dB 1n és 1p k<sub>in</sub>:  
 off:  $I_{D0}$  kicsi

re NOT kapai:



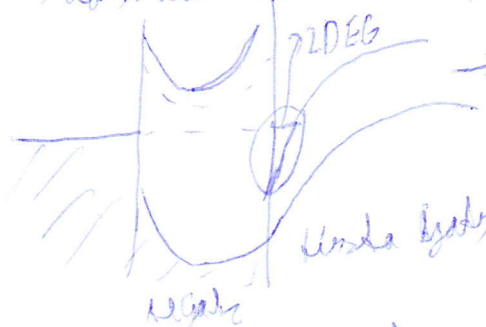
$V_{GS} > 0$  1. off  
 2. on  
 $\rightarrow U_{ai} = V_G$   
 $V_{GS} \sim 0 \rightarrow$  1. on  
 2. off  $\rightarrow U_{ai} = V_D$

$\rightarrow$  áramot is a képer-alakítók felvétel

## Heterostrukturmodell:

tervezésszerű: n-p

$\rightarrow$  károsodás nemkívánatos felvezetés, hord. gap: p felvétel 2. felvétel



$\rightarrow$  vezeték a nagy p felvétel

## HEMT (High electron mobility transistor)

$\rightarrow$  analóg erősítő

$$G = \frac{n e^2 \tau}{m^*} \rightarrow \text{nagy}$$

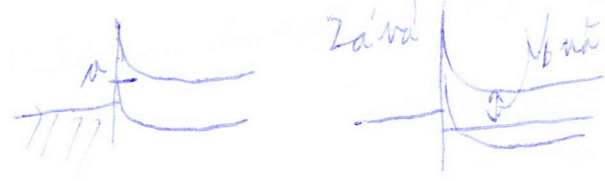
10 Felületi állapotok  
 Hullámok-vel szemben von  
 széleket azaz állapotok →  
 felületen down miközben ionizálódik, ellátás



Schottky gát:



$\phi_b$ : barrier magassága → sem ábrázolunk másképp  
 függ  
 munkafüggvény

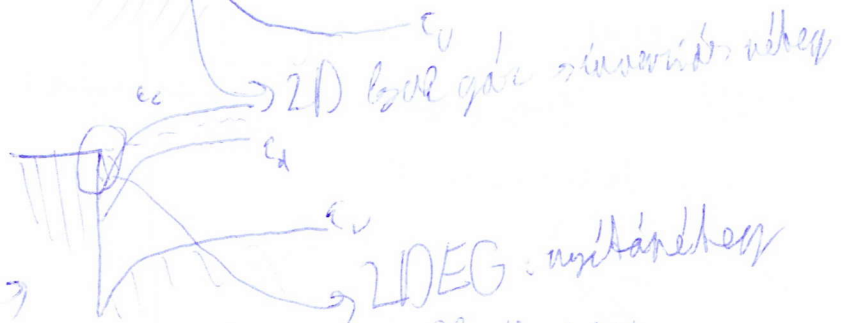
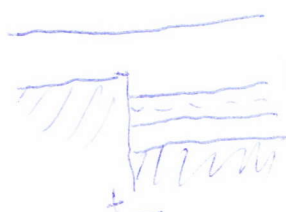


→ mellek  
 → magassága a barrier, lehet kicsi, félvezető talajfázis

Ha  $\phi$  nagy:

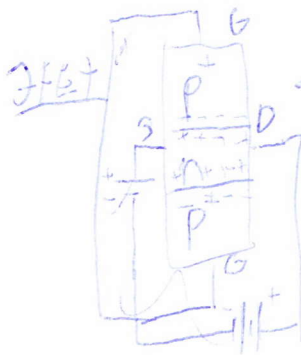


Ha  $\phi$  kicsi:

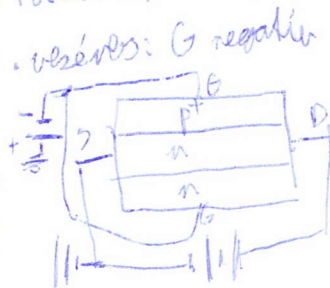


nincs Schottky gát

erős dipólus okozható a potenciálgát szélességét → alkalmatlan felület



• félvezető talajfázis



• vezérlés:  $G$  negatív fesz → kevés vezetékcsatlakozás  
 → károsodás a hőmérséklet növekedésével → R nő  
 → digitális kábelcsatlakozás →  $10^{20}$

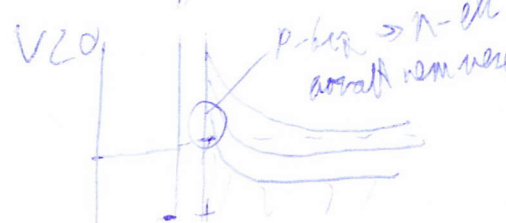
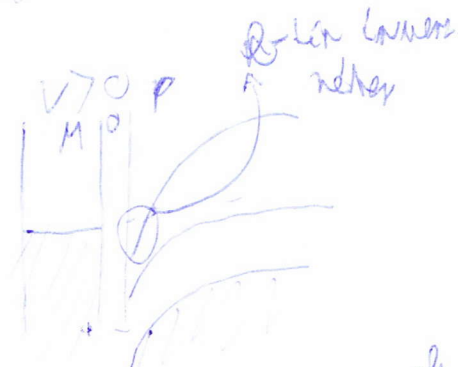


→ pólusok, félvezető talajfázis

$V_G > 0 \rightarrow e^-$  csatlakozás →  $I_{GD} > 0$   
 $V_G < 0 \rightarrow$  központi felület

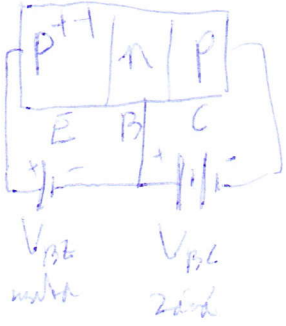
$I_{GD} \sim V_G$  (nagy impedancia)

ON / OFF →  $V_G$ -től függ



[PIN] → nagyobb elektronok töltés, nagyobb egyenirányítók, alacsony kapacitás  
 varaktor dióda = variálható [PIN] →  $C \sim \frac{1}{\sqrt{V_{\text{bias}}}}$

Bipoláris tranzistor (BJT)



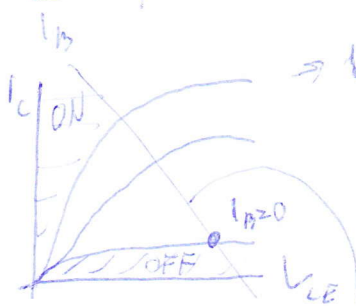
bázis  $\ll$   $L$  diffúziós hossz

↳ bázisba túlszórásig feltöltődés van

$I_{EC} \sim V_{BE}$  → nagy  $E$  tér abszorpció a  $P^+$  felbővítés a kollektorban

$I_{EC} \gg I_B$

$I_C = \beta \sim 10 - 100$  áramerősítési tényező



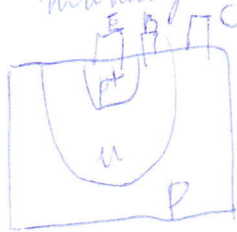
→ belsőbb elektronok abszorpció miatt

→ kapcsolási viselkedés

→ erősítési viselkedés ( $V_{CE}$  adott állandó legyen) →  $I_C \sim I_B$

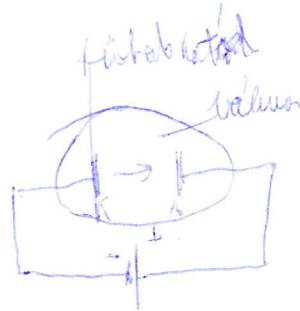
működőre

megvalósítás



analógia = elektronváltak

dióda → egyenirányító eszköz



$V_G$  - el bázis az anódánál vezetelmény

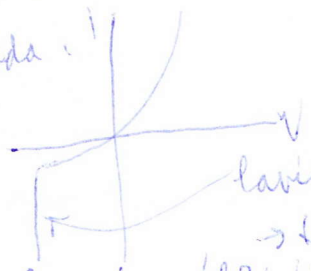
→ gyenge hisz áramot vezet fel → nagy áramerősítés

9) Specialis diódák tulajdonságai

$\mu$ -n áramú V analízisvizsgálata:  $I(V) = I_c (e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1)$



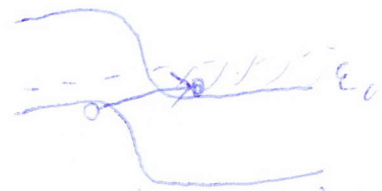
Zener dióda



lavinás képződés  $\rightarrow V < 0$  zener effektus vagy E  
 $\rightarrow$  túlzottan nagy áramú zener effektus miatt fordított irányú áramú zener effektus a forward  $i$ -ben

energiaátvitel  $\rightarrow$  parabolikus hátkézület gerjesztés  $\rightarrow$  túlzottan a forward  $i$ -ben  
 Zener effektus: túlzottan átalékos dióda  $\rightarrow$  néhány létezőtől néhez  $\rightarrow$

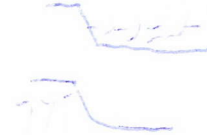
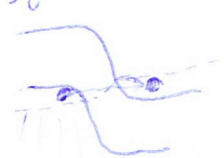
$\rightarrow$  alapjelenség



- normál  $V$  esetén p-v-rab képzés az anyagban nem  
 a n-től zener effektus miatt  $\rightarrow$  kétféleképpen  $i$  átalékosként  
 vagy az n-áldal kétféleképpen állapotokba

slagódi (Erabi) dióda

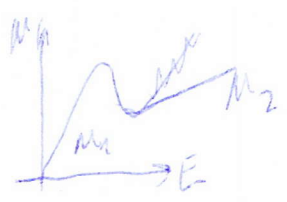
$\rightarrow$  degenerált félvezető (erősen doped)  $\rightarrow$  zener effektus miatt  
 $\rightarrow$  extrém néhány létezőtől néhez  $\rightarrow$



$\frac{dI}{dV} = -\frac{1}{r} \rightarrow$  negatív differenciális ellenállás

Gyerm - dióda

$n_1, n_2$  - koncentrációk  
 $\mu_1, \mu_2$  - mobilitások



$j = (n_1 e \mu_1 + n_2 e \mu_2) E$

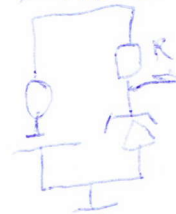


negatív diff. ellenállás

$\rightarrow$  nem a kétféleképpen miatt van

Erabi és Gyerm dióda alkalmazásai:

• túlzottan nagy energiák (oszillátor)



$U_a \approx U_c \frac{R}{R - r} = U_c \frac{r}{R - r} > U_c$  ha  $R < r$

• pl energiáké vagy analóg oszillátor

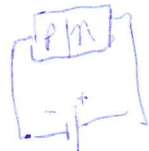


p-n átmenet feszültség alatt



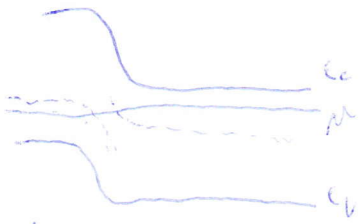
nyitott áram

→ nagyobb a áramirányított irány



zárva áram

→ nő a áramirányított irány

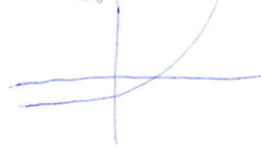


~~áram~~  $I = I_{sat} + I_{sat}$

áram  $I = j_{pnp} - j_{nps} = -e(j_e^{gen} - \text{val } e^{-\beta eV})$

$j(\phi) = 0 \rightarrow j(V) = e j_e^{gen} (e^{\beta eV} - 1)$

$j = j_e + j_n = e(j_e^{gen} + j_n^{gen}) (e^{\beta eV} - 1)$



### 3 Diffúziós jelenség felvetésénél

szilárd hordozó hálóján (pl. Si, SiGe, GaAs)  $\leftrightarrow$  rekombináció (R. idő:  $\tau$ )

$$N = \int_0^{\infty} \frac{dN}{dt} dt = \int_0^{\infty} g(t) L(t) dt \rightarrow \frac{1}{2} N \approx \int_0^{\infty} k (e - e^-) e^{-t/\tau} dt = e \tau$$

$$0(t) dN = \frac{dN}{dt} dt = dN \rightarrow g(t) = \frac{dN}{dt} = \frac{e - e^-}{\tau}$$

$n_p = n_i^2 \rightarrow$  extrinéz:  $n = p \approx n_i(T) = 2 \left( \frac{2\pi m^* kT}{h^2} \right)^{3/4} \left( \frac{2\pi m^* kT}{h^2} \right)^{3/4} e^{-\frac{E_g}{2kT}}$

$n$  típusú:  $N_D \gg P_0$  hálózati lakt,  $P_0 = \frac{n_i^2}{N_D}$  hálózati lakt - hordozó  
 $p$  típusú:  $P_0 \gg n_0$  - - - - -  $n_0 = \frac{n_i^2}{P_0}$  - - - - -  
 bármelyik irányban

nem egyensúlyi állapot: ( $n \neq p$ )

$T_n, T_p$  - e is lyukak rekombinációs élettartama  $T_n, T_p \gg \tau$  - nem-rel.

kontinuitási egyenlet:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} - e \nabla \cdot j_n &= -\frac{p - p_0}{T_p} \\ \frac{\partial p}{\partial t} + e \nabla \cdot j_p &= -\frac{p - p_0}{T_p} \end{aligned} \right\} n \text{-típus} \rightarrow p \text{ típusú} = -\frac{n - n_0}{T_n}$$

$\leftarrow$  csak a hálózati lakt. hord. függ

Inhomogén eset:

$j_n = n e \mu_n E = n e \mu_n \nabla V$  - drift

diff =  $-e j_n = +e D \nabla n$

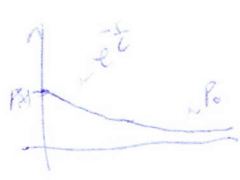
stac. esetek:  $j_{diff} + j_{drift} = 0 \rightarrow -n e \mu_n \nabla V = +e^2 D \nabla n \rightarrow D = \frac{q \mu_n kT}{e}$   
 $n(x) = n_0 e^{-x/L_p}$   $L_p = \frac{D}{\mu_n} = \frac{q \mu_n kT}{e \mu_n} = \frac{q kT}{e}$  - Einstein-rel.

### Diffúziós hossz:

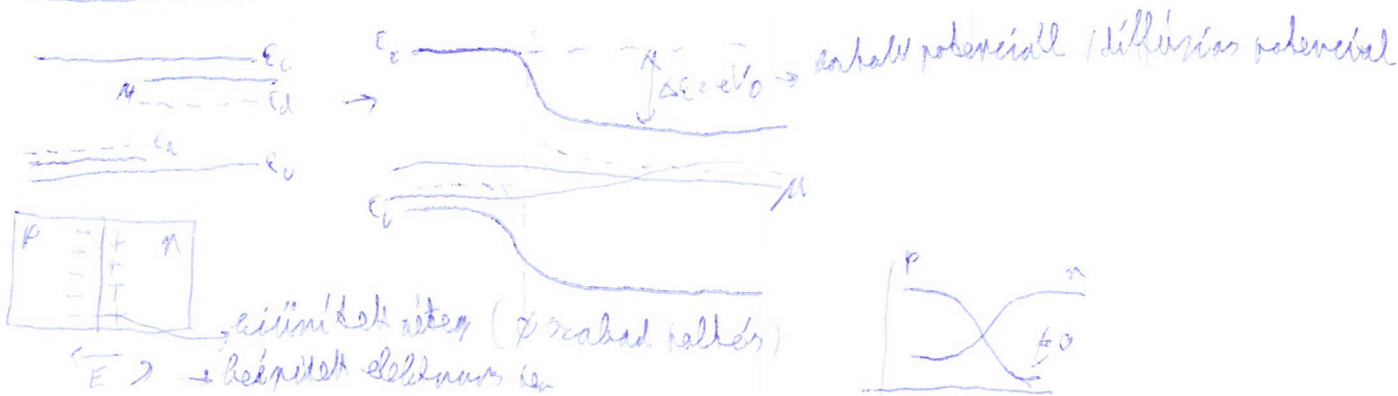
re-grad  $n$ -típusú stac. eset:  $\frac{1}{e} \nabla j_p = -\frac{e}{e} D \nabla n = -\frac{p - p_0}{T_p} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p - p_0}{L_p}$

$P(x) = P_0 + (P(0) - P_0) e^{-x/L_p}$   $L_p = \sqrt{D_p T_p}$  - rekombinációs hossz

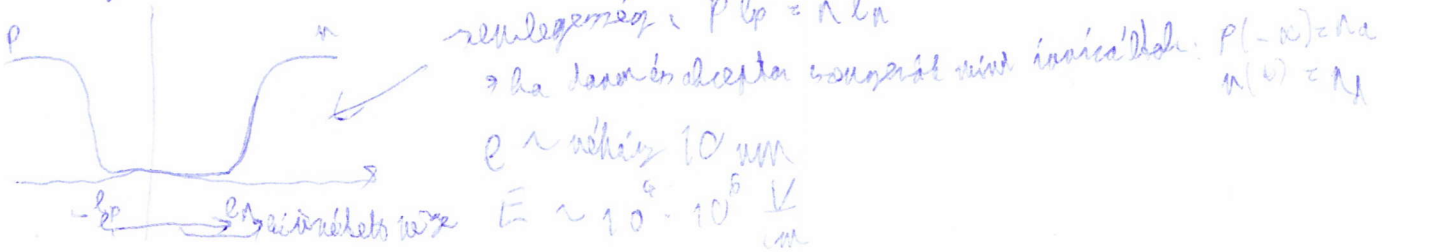
$L_p \sim 10-100 \mu m$  (mm is lehet)



### P-n átmenet



### Schottky átvitel:



7 Magnetotranszport felismerés  
 klasszikus Hall-efektus

$\rightarrow \vec{j} \perp \vec{E} \perp \vec{B}$   $\uparrow F_1 = e \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow F_{\text{tot}} = F_{\text{kon}} + F_{\text{Lor}} = -e \nabla \phi - e \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow E = \mu \vec{v}$

ahol Drude:  $v_0 = \frac{e E \tau}{m^*} = \mu E$ ;  $v_H = \frac{d e E \tau}{n x}$

$R_H = \frac{E_{\text{kon}}}{j_{\text{kon}}} = \frac{v_H B}{j_{\text{kon}}} = \frac{B}{n e} = R B \rightarrow R = \frac{1}{n e}$  Hall-állandó  $R = \frac{sgn(m^*)}{n \cdot e}$

$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$   $\downarrow$   $\sigma_{xx} = \frac{n e^2 \tau}{m^*} = \frac{R}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{v_H}{v_{\text{kon}}} = \frac{B}{e n x}$

$\rightarrow \mu = \frac{1}{e} \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial B} \Big|_{B=0}$   $\mu = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial B} \Big|_{B=0}$

magnetonos ellátás:  $\sigma(B) = \sigma^{-1}(B) = \begin{pmatrix} \sigma & R B \\ -R B & \sigma \end{pmatrix} \rightarrow R(B) = \frac{R(B=0)}{1 + (R B)^2}$

$\vec{v} = \mu(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$   
 $\vec{v} \times \vec{B} = \mu \vec{E} \times \vec{B} + \mu (\vec{v} \times \vec{B}) \times \vec{B}$   
 $\vec{v} \times \vec{B} = \mu \vec{E} \times \vec{B} + \mu^2 (\vec{B} \cdot \vec{v}) \vec{B}$   
 $\rightarrow \vec{v} = \frac{\mu}{1 + (\mu B)^2} (\vec{E} + \mu \vec{E} \times \vec{B} + \mu^2 (\vec{B} \cdot \vec{v}) \vec{B})$

Termoelektronikus jelenségek

$\vec{j} = -e \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} f(\vec{k}) \vec{v}(\vec{k}) = -e^2 \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \nabla_{\vec{k}} \epsilon(\vec{k}) \vec{v}(\vec{k}) E + e \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \nabla_{\vec{k}} \epsilon(\vec{k}) \vec{v}(\vec{k}) \nabla_{\vec{k}} \epsilon(\vec{k}) \cdot \vec{E}$

$\vec{j} = f + g(B, \mu, T)$   
 $\frac{\partial \vec{j}}{\partial T} = \frac{e}{h} (\vec{v} \times \vec{E}) \frac{\partial f}{\partial \epsilon} + \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \nabla_{\vec{k}} \epsilon(\vec{k}) (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} + \mu \nabla_{\vec{k}} \epsilon(\vec{k}) \cdot \vec{v}(\vec{k}))$   $\vec{v}(\vec{k}) = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \nabla_{\vec{k}} \epsilon(\vec{k}) f(\vec{k}) \nabla_{\vec{k}} \epsilon(\vec{k}) \cdot \vec{v}(\vec{k})$

$g = \mu \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \nabla_{\vec{k}} \epsilon(\vec{k}) \cdot \vec{E}$

$\vec{j} \cdot \vec{B} = d\vec{k} \mu dN \rightarrow \vec{j} \cdot \vec{B} = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} (\epsilon(\vec{k}) - \mu) \vec{v}(\vec{k}) f(\vec{k})$

$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \begin{pmatrix} -e \\ \epsilon(\vec{k}) - \mu \end{pmatrix} \vec{v}(\vec{k}) f(\vec{k}) = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E + \frac{v_H}{e} \\ -\frac{v_H}{T} \end{pmatrix}$   
 $L_{11} = \sigma$   
 $L_{12} = L_{21} = \frac{e}{T} \int d\epsilon \left( \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \sigma(\epsilon) (\vec{v} \times \vec{v})$   
 $L_{22} = \frac{1}{e} \int d\epsilon \left( \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \sigma(\epsilon) (\vec{v} \cdot \vec{v})$

Onsager relációk

Hővezetés:  $\vec{j} = 0$   $\vec{j}_y = -\kappa \frac{\nabla T}{L} \rightarrow \kappa = \frac{L_{12} + L_{21} \frac{v_H}{e}}{L_{11} + L_{22}}$

Szebeck-efektus:  $E = 0, \nabla T \neq 0 \rightarrow \vec{j} \neq 0$

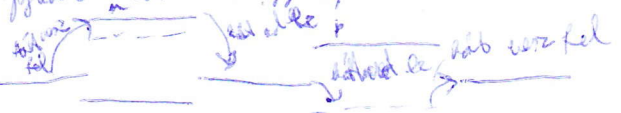
$E_{\text{eff}} = \int \nabla T$   
 $\underline{S} = \frac{1}{T} L_{12} L_{21}$

Peltier-efektus

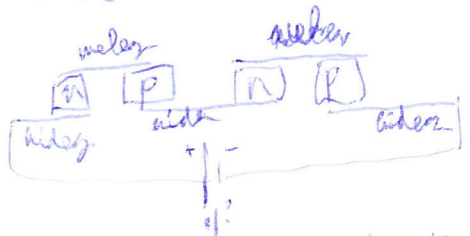
$\vec{j} \neq 0, \nabla T = 0 \rightarrow \vec{j} \cdot \vec{B} \neq 0$

$\vec{j} \cdot \vec{B} = \Pi \vec{j} \rightarrow \Pi = \frac{L_{21}}{L_{11}}$

gyakran látható nagy  $\nabla \mu$  és kis hővezetésű anyagok



$\Pi = S/T$  közös anyagokra  
 $\rightarrow$  Kelvin-relatív



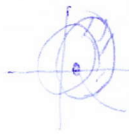
$\rightarrow$  elektronok mozgása, hőmérsékletkülbséggel párhuzamosan kell kapcsolni a teljesítményszármazást  
 Maximalizálás:  $\begin{pmatrix} R \\ -T \end{pmatrix}$

G A Bohrmann egyenlet megoldása homogén egyenletben

Bk:  $\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{e}{\hbar} (U(r)) \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \frac{\partial \psi}{\partial t} U(r) \left[ e \underline{E} + \nabla U + \frac{U(r)}{r} - k \cdot \sigma \right]$

$H = U + \nabla^2 = 0$

$\frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \Rightarrow \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} U(r) e^E \Rightarrow \psi(r, t) = e^E U(r) \uparrow \frac{\partial \psi}{\partial E}$

$f = f^0 + e^E U(r) \uparrow \frac{\partial f}{\partial E} \Rightarrow f \sim f^0 \left( \frac{\hbar}{m} + \frac{e E r}{\hbar} \right)$    $\hbar k = -\frac{e r E}{\hbar} \Rightarrow v_0 = \frac{\hbar k}{m}$

$v_d = -\frac{e r E}{m \hbar} \quad |v_d| = m v \Rightarrow v = \frac{e r}{m \hbar}$

$\dot{j} = e^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} -\frac{\partial f}{\partial E} \uparrow (k) v(k) (E U(r)) = e^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \left( -\frac{\partial f}{\partial E} \right) \uparrow (k) v(k) U(r) = \int dE \left( \frac{\partial f}{\partial E} \right) \sigma(E) E$

$\dot{j} = \sigma E$   
 $\dot{j} = n e v_0 = \frac{n e^2 r}{m} \leftarrow \text{Drude} \Rightarrow \text{val lassú } \bar{v} : \text{csak } \bar{v} v_0 \dot{j} = n e v_0$

Blad-Bohrmann: kevés gyors  $\bar{v}$  : Termi felület közelében:  $\dot{j} = n e v_F \frac{n v_F}{v_F}$

$\sigma(E) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \delta(E - \epsilon(k)) \uparrow (k) v(k) \sigma(k)$   
 gámszámítás:  $\sigma = \frac{e^2}{12\pi \hbar} \uparrow \frac{\hbar}{m} k_F^2 = 4\pi k_F^2 = \frac{e^2 r}{m \hbar} n$

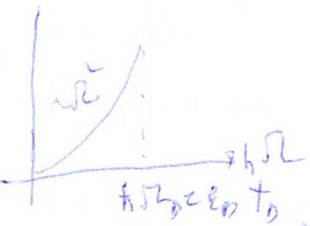
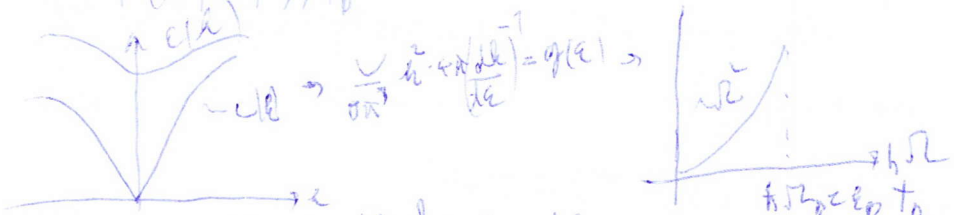
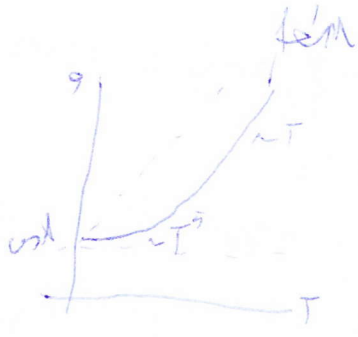
momentum relativitás mechanizmus:

Taha = koncentráció, rezonancia  $\rightarrow$  adalikus / uddla

$e^-$  foton száma,  $e^- e^+$  hosh

Mattkiesen-vezetők:  $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\gamma_{e^-}} + \frac{1}{\gamma_{e^+}} + \frac{1}{\gamma_{magnon}}$

$\gamma \sim (kT)^2$   
 $\gamma_{e^-} \sim T_{e^-}$   
 $\gamma_{e^+} \sim T_{e^+}$   
 $\gamma_{magnon} \sim T_{magnon}$



magas hőmérsékleti limitben:

$\lambda = 2 \int_0^{\infty} \frac{d\Omega}{\Omega} \mathcal{L}F(\Omega)$  (HSE) foton állapotátváltás)

$\mathcal{L}F(\Omega) \sim 1 - \cos(\Omega) F(\Omega)$

dimenziómentes 0 a járulék az ellenállásba

$\frac{\hbar}{T} = 2\pi k_B T + \lambda \int_0^{\infty} \frac{d\Omega}{\Omega} \frac{(\hbar \Omega / k_B T)}{\Omega (\hbar \Omega / k_B T)}$

Block-lyüncsien-let.

$T \rightarrow \infty \rightarrow 1$ -be beh  
 $T \rightarrow 0 \rightarrow x = \frac{\hbar \Omega}{k_B T} \rightarrow T^2$

hosszpontok alapján felvétel alapján

$\mathcal{F} = -D \nabla \mu$

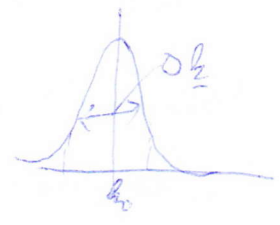
Méretskálák:

- fémek hővezetési differenciális egyenlet  $\sim 10 \text{ nm} - 1 \text{ cm}$   $\mathcal{F} = -D \nabla T$   $\gamma$ : relaxációs idő
- spin diffúziós egyenlet:  $\mathcal{F}_s = -D_s \nabla \mu_s$   $\sim 1 - 100 \text{ nm}$   $\gamma_s$ : spin életidő
- fémek hővezetési egyenlet  $\sim 100 \text{ nm} - 1 \text{ cm}$   $\gamma$ : relax. idő
- momentum szabad út hossza  $l = v_F \cdot \tau \sim 1 - 100 \text{ nm}$
- Fermi hullámhossza

okm - kv: differenciál + derivált  $\rightarrow$  részecske mechanika helyett egyenlet  
 részecske formalizmus  $\rightarrow$  részecske fizika

Hullámmechanika

$\Psi_n(\mathbf{r}, t) = \sum c_k \Psi_{nk}(\mathbf{r}) e^{-i E_k t / \hbar}$ ,  $c_k \sim 0$  ha  $|k - k_0| > \Delta k$   
 $\Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{i k r - i \hbar^{-1} (E(k) + \hbar \omega(k) t)} \sum c(k) \exp(i(k - k_0)(r - v(k)t))$   
 $\hbar \omega \sim \frac{1}{\Delta k} \rightarrow 0 \ll \frac{1}{a} \Rightarrow \Delta r \gg a$



Járváshullámok dinamikája  $\rightarrow$   $e^-$  rétegek között áthaladás  $\rightarrow$  elterjedés  $\Psi$  ellene

$\mathcal{V} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$  in  $\hbar \dot{k} = E = -e(E + \mathcal{V} \times B)$   $(m)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j}$

feltételek:  $\lambda \gg a \gg \gamma$  - valójában elterjedése  
 minél több-részes elterjedés:  $e E a, \hbar \omega_c \ll \frac{E_F}{E}$   
 idő függés:  $F(t) \sim e^{i \omega t} \rightarrow \hbar \omega \ll \frac{E_F}{E}$

Boltzmann egyenlet

$f(k, r, t)$ : klasszikus fv  $f_0(k, r) = \frac{1}{e^{\frac{E(k) - \mu}{k_B T}} + 1}$  Fermi-fv.  
 $\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \dot{k} \frac{\partial f}{\partial k} + \dot{r} \frac{\partial f}{\partial r} = 0$   $\text{coll} = E(k) \rightarrow k$   $f(k, r, t) (1 - f(k, r, t)) - W(k \rightarrow k')$   $f(k, t) f(k', t)$

$\rightarrow$  lineáris alak:  $f(k) \ll 1$   $B \neq 0$  - na  $\ln$  ma;  $\hbar \omega$   $\nabla T$  in  $E$  kicsi;  $f(k, r, t) = c f(k) g(r, t)$   
 $\dot{k} = \frac{e}{\hbar} (E + \mathcal{V} \times B)$   $E = \mu = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$   $\frac{\partial f}{\partial k} = \frac{\partial f}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial k} = \hbar v \frac{\partial f}{\partial E}$   $\hookrightarrow$  relax. idő  $\sim$   $\frac{\hbar}{k_B T}$   
 $\frac{\partial f}{\partial t} - e \frac{\partial f}{\partial E} v(k) E - \frac{e}{\hbar} (v(k) \times B) \frac{\partial f}{\partial k} + v(k) \frac{\partial f}{\partial r} = - \frac{f}{\tau}$   
 $\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{e}{\hbar} (v \times B) \frac{\partial f}{\partial k} + \frac{f}{\tau} = \frac{\partial f}{\partial E} v(k) \left[ \frac{e E v}{e E + \hbar v} + \frac{e(k) - \mu}{T} \nabla T \right]$

relaxációs idő  $\sim$   $\frac{\hbar}{k_B T}$   $\rightarrow$   $\nabla T = 0$

$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{f}{\tau} = 0 \rightarrow f = f_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \sim$   $\tau$  idő alatt  $\sim$   $\frac{\hbar}{k_B T}$   $\rightarrow$   $f_0$  -  $\ln$   
 $\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f_0(k, t)}{\partial t} = - \frac{\partial f}{\partial E} \nabla \mu + \left( - \frac{\partial f}{\partial E} \right) \frac{e - \mu}{T} \nabla T$

$\psi \rightarrow \psi - \psi_0 = \left( \frac{p^2}{2m} + V(x) \right) \psi - E_0 \psi_0(x) \rightarrow$  *so far exakt Lösung*  $\rightarrow$  *mit 1. 2. Ordnung*

$$U_{n0}(z) := \sum_n C_n \psi_n(z) = \sum_n \langle n | \psi_0 \rangle \psi_n$$

1. Ordnung:  $E_1 = E_0 + \langle n | V | n \rangle$   $|\psi_1\rangle = |n\rangle$   $(H+V)|\psi\rangle = E|\psi\rangle$

2. Ordnung:  $E_2 = E_0 + \langle n | V | n \rangle + \sum_{n' \neq n} \frac{\langle n' | V | n \rangle^2}{E_n - E_{n'}}$   $\psi_n = |n\rangle + \sum_{n' \neq n} \frac{\langle n' | V | n \rangle}{E_n - E_{n'}} |n'\rangle$

bei  $E_{n0}$  *unlösbar*:

$$\psi_{n0} = \psi_{n0} + \sum_{n' \neq n} \frac{\langle n_{i0} | \frac{p^2}{2m} + \frac{V}{m} | n_{i0} \rangle}{E_n - E_{n'}} \psi_{n_{i0}} = \psi_{n0} + \sum_{n' \neq n} \frac{\langle n_{i0} | V | n_{i0} \rangle}{E_n - E_{n'}} \psi_{n_{i0}}$$

Energie:  $E_n = E_{n0} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{n' \neq n} \frac{|\langle n_{i0} | V | n_{i0} \rangle|^2}{E_{n0} - E_{n0}}$

*dominantes*  $E_n - E_{n0} = E_g \rightarrow \frac{1}{m^*} \langle n_{i0} | V | n_{i0} \rangle^2 = P^2$   
 $\rightarrow \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{2P^2}{m^2 E_g} \rightarrow m^* = m^* (P, E_g)$

Beispiel für Löslbarkeit

• *ausgesät*  $\rightarrow$  *erhalten* *lassen* *unlösbar* *problematisch*

$$H_0 \psi(x) = E_0 \psi(x)$$

$$\psi_{n0}(z) = e^{ikz} + U_{n0}(z)$$

$$H = H_0 + V(z) \rightarrow H \psi = E \psi \leftarrow \psi(z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} F_n(k) \psi_{n0}(z)$$

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} \psi_{n0}(z) [E_{n0}(z) - E + V(z)] F_n(k) = 0 \quad \int \psi_{n0} dz$$

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} (E_{n0}(z) - E) \psi_{n0}(z) F_n(k) + \langle \psi_{n0} | V(z) | \psi_{n0} \rangle F_n(k) = 0$$

$$V_{n0}(z) = \int U_{n0}^*(z) V(z) U_{n0}(z) e^{i(k-k')z} dz = \int U_{n0}^*(z) U_{n0}(z) V(z) dz e^{i(k-k')z} = V(k-k')$$

*additivität* *unabhängig* *additiv*  $\rightarrow$  *reparabel*

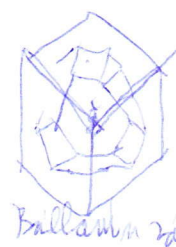
$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} (E_{n0}(k) - E) \delta_{k-k'} + V(k-k') F_n(k) = 0 \iff E_{n0}(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

$$\rightarrow \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} F_c(k) + \sum_{k'} V(k-k') F_c(k') = (E - E_c) F_c(k) \quad \text{da } k \rightarrow i\Gamma \text{ versch}$$

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta + E_c + V(z) \right] F_c(z) = E F_c(z)$$

$$F_c \text{ als Lösung} \rightarrow \rho(z) = \sum_c |\psi(z)|^2 \rho(E_c) = \rho_{c0} \sum_c |F_c(z)|^2 \rho(E_c)$$

4 Feladat: részecske fizika / kvantummechanika / részecske fizika

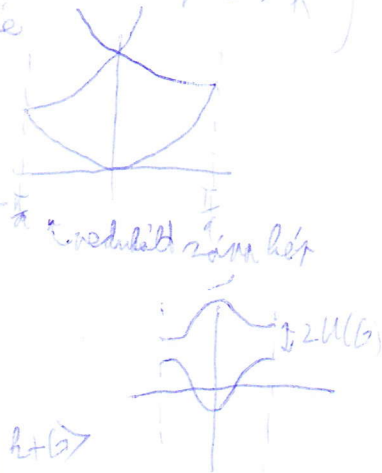


$\Gamma$ : zárt körzsepe  
 $L$ : határozatlan körzsepe  
 $\Xi$ : nyílt körzsepe  
 $k$ : 2 dimenziós körzsepe

$$\begin{pmatrix} 100 & \Gamma \rightarrow X \\ 111 & \Gamma \rightarrow L \\ 110 & \Gamma \rightarrow k \end{pmatrix}$$

inés másként:  $H\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi \rightarrow E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  (2,3D-és degen)

$\frac{\hbar}{m\lambda}$ : de Broglie hullámhossz



szélesség  $\epsilon$  közelítés  $\rightarrow$  gyenge potenciális pólus:  $U(x+R) \approx U(x)$

Blatt-féle:  $\psi_{n\ell}(z) = e^{ikz} U_{n\ell}(z)$   $U_{n\ell}(z) = U_{n\ell}(z+R)$

$H\psi_{n\ell}(z) = \left[ \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(z) \right] \psi_{n\ell}(z) = E_{n\ell} \psi_{n\ell}(z)$

$\psi_{n\ell}(z) = \psi_n(z) \rightarrow E_{n\ell} = E_n + \langle \psi | U | \psi \rangle = E_n + \frac{\langle \psi | U | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle}$

időfüggés:  $\psi(z) = \psi(z+R) \rightarrow |H_{ij} - E\delta_{ij}| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} E - E_n & U(b) \\ U^*(b) & E - E_n \end{vmatrix} = 0 \rightarrow E_n \approx 2U(b)$

normálizálás közelítés

$\psi_i(z) = \frac{1}{\sqrt{D}} \sum_n e^{ikR_n} \psi_n(z - R_n)$   $n \rightarrow 1D$ -ha

$\psi_i(z) = \sum_n e^{ikR_n} |n\rangle$   $-1D$

$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(z)$ ,  $U(z) = \sum_R V_{0R}(z - R) = \sum_{R \neq R'} V_{0R}(z - R) + V_{0R}(R)$

$H\psi_{0R}(z) = \sum_R e^{ikR} \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \sum_{R' \neq R} V_{0R}(z - R') \right] \psi_{0R}(z) = E \sum_R e^{ikR} |R\rangle$   $|R\rangle \langle R|$

$\sum_R e^{ikR} \langle R | H | R \rangle = E$

1. normálizációs közelítés:  $R = R + R' \rightarrow \langle R' | V_{0R}(z - R) | R \rangle = -|b|$  eltolási integrál

$\rightarrow E(E) = E_0 + \sum_{R'} e^{ikR} (-|b|) = E_0 - 2|b| \cos kya - 2|b| \cos kyb - 2|b| \cos kzc$

másdimenziósánál  $R' = R \pm 2a$

szélesség, párhuzamos bázisok  $\rightarrow$  több komponensű hullámok

pot. p. képzés:  $\otimes \otimes \otimes \rightarrow E = E_0 + 2|b| \cos ka$   $\in \mathbb{R}$  adós  $\otimes \otimes \pi$  adós

effektív tömeg:  $(m^*)^{-1} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} \rightarrow \frac{1}{m^*} = \frac{2|b|a^2}{\hbar^2}$   $\leftarrow$   $\hbar$  anyag paraméter

$\hbar$ -f modell  $\rightarrow$  szemi-empirikus modell a szilárd testek extrémumainál

$\psi_{n\ell}(z) = e^{ikz} U_{n\ell}(z)$   $n$ -pálya/zártsági

$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(z)$ ,  $H\psi = E\psi$

$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \left[ \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{m} \left( \frac{kR}{2m} \right) + \frac{\hbar^2}{2m} \right] U_{n\ell}(z) = E U_{n\ell}(z)$

3) Földészbandásák nem vezetnek félvezetőkhöz  
 Adatok: félvezető típusa, koncentrációk, hőmérséklet

B: Si : III-vezető g lyok lájosa → p-vezető

P: Si : V-vezető → e<sup>-</sup> lájosa → n-vezető

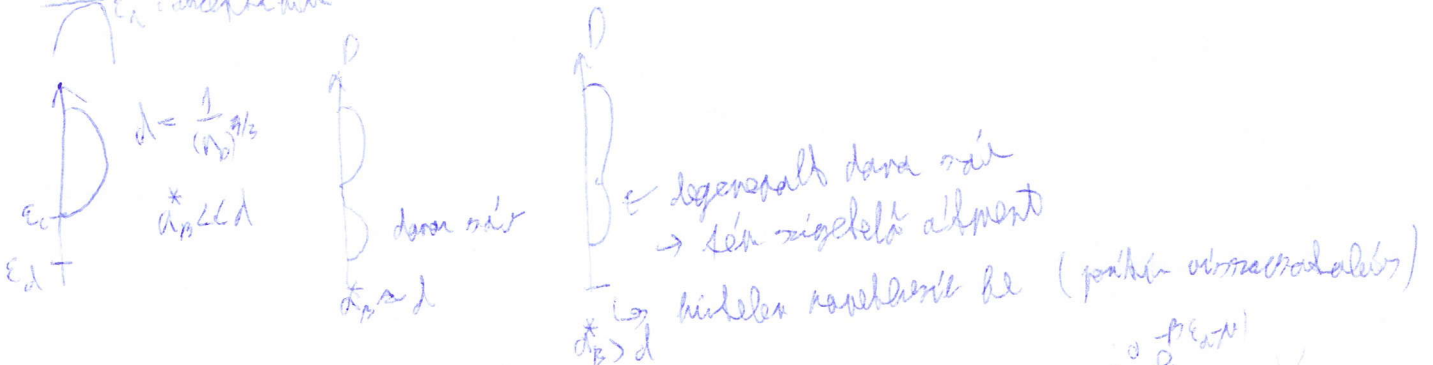
→ effektív töltéshordozók → hatékony töltéshordozók P-vezető

rel. töltéshordozók:  $\frac{mv^2}{T} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$ ,  $L = \pi b$  →  $v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar k}$ ,  $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \hbar}{m v} \rightarrow r = \frac{\hbar}{m v}$

$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{m e^2 \hbar^2}{\pi^2 \hbar^2} = -13,6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2}$

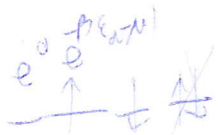
Élvezető:  $m \rightarrow m^*$   $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_r \epsilon_0 \rightarrow a_B \rightarrow a_B^* = a_B \frac{m}{m^*}$   $E \rightarrow E = E_1 \frac{m}{m^*} \frac{1}{n^2} \ll E_1$

$\sum_{E_n} \epsilon_n$  = donor szint  
 $\sum_{E_n} \epsilon_n$  = akceptor szint



Donor szintek határfunkciója:

$n(T) = \sum_n \frac{N_D e^{-\beta(E_D - \mu)}}{1 + e^{-\beta(E_D - \mu)}} = \frac{2 e^{-\beta(E_D - \mu)}}{1 + 2 e^{-\beta(E_D - \mu)}} \approx \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{-\beta(E_D - \mu)}}$



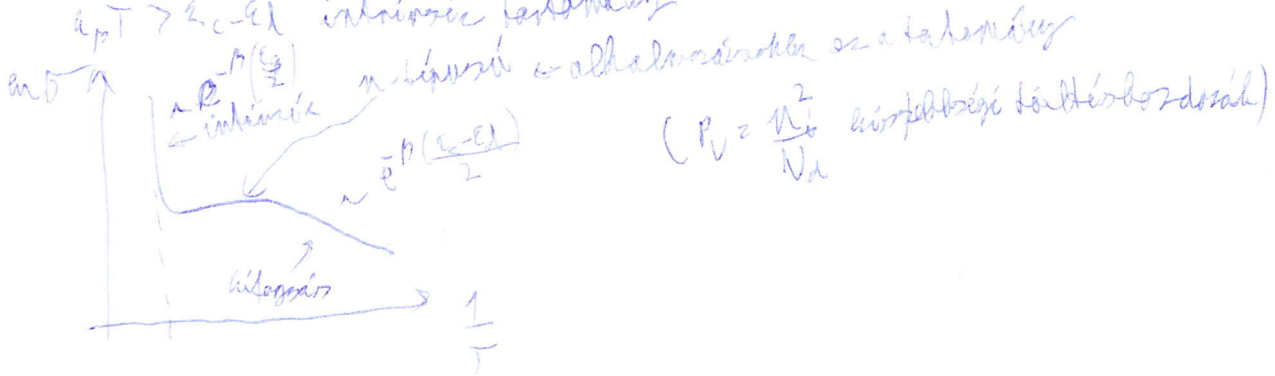
hátrészcsere mérleg:  $n_c + n_d = p_v + p_a + N_d - N_a$

m n-típus:  $n_c + n_d = N_d \rightarrow n_c = N_d (1 - f_d) = N_d \frac{1}{1 + 2 e^{-\beta(E_D - \mu)}}$

$T \rightarrow 0$   $n = \frac{e_c + e_v}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_d}{2 N_c}$

$T \rightarrow k_B T \ln \frac{e_c - e_v}{2}$  intrinszik →  $k_B T$  nincs van a vezetékben

$k_B T > k_c - e_v$  intrinszik tartomány

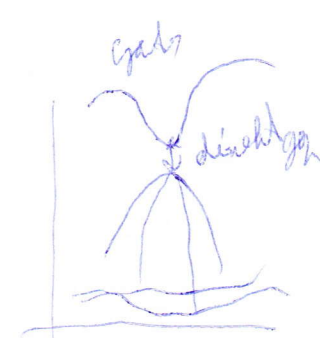
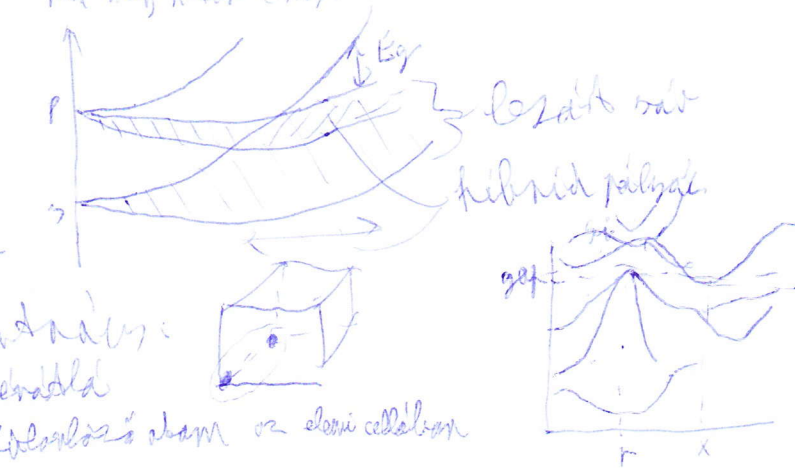
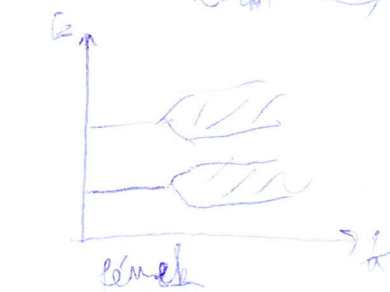
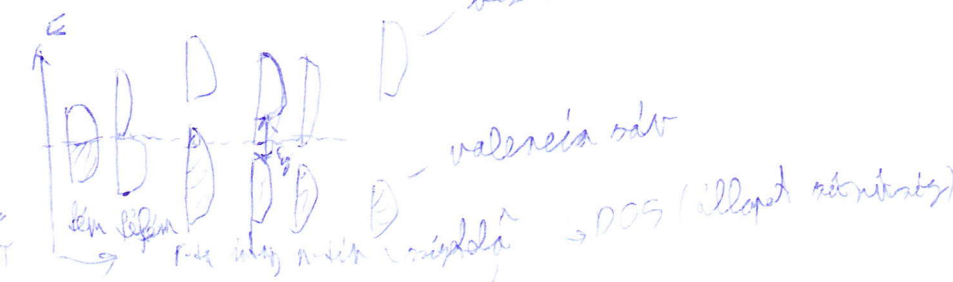
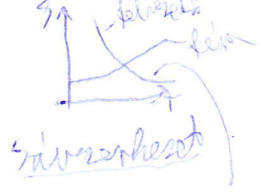


$(P_V = \frac{N_V^2}{N_A})$  intrinszik félvezető

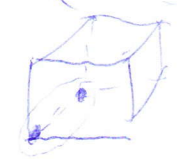


1) Félfoszteriták: olyan anyag, aminek vezetőképessége nagyon függ: hőmérséklettel, átlékoldással, külső feszültséggel, lényeg, nedvesség, közeli kontaktusban lévő anyag

Félfoszteriták anyagok pl: IV-félfoszteriták (Si, Ge), III-V szulfidok (InS, GaS), II-VI szulfidok ZnS



szempontok:  $sp^3$  hibridizáció  
-  $1/4$  sűrűség



ZnS szempontok: 2 hibridizációs szám az atomi cellában

atomok sűrűsége:  $s, p \rightarrow s^2 = 1^2, 2^2, 3^2, 3^2, 3^2$   $\rightarrow sp^3$  hibridizáció  $\rightarrow sp^3$  hibridizáció  $\rightarrow s, p$  lineáris kombinációja a hullám funkció



$n = \int_{E_g}^{\infty} D_c(E) dE$   
 esetek:  $p = \int_{-\infty}^{E_g} D_v(E) (1 - f(E)) dE$

atomok sűrűsége  $\rightarrow$  Fermi-Dirac statisztika!  $f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_f)/kT} + 1}$

Átlékoldás = Félfoszteriták mielőtt elektronatomok közötti kölcsönhatás  $\rightarrow$  pl B:Si  $\rightarrow$  bázis dipól, P:Si  $\rightarrow$  érdipól

2. Látványosabbak tízde felvezetőkben

$n \sim 2 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$

Drude modell:  $F = m\ddot{x} = F - kv = qE - qv \rightarrow \dot{v} = \frac{qE}{m} - \gamma v \quad | \int \rightarrow 0 = \frac{qE}{m} - \gamma v$

$\langle v \rangle = \frac{qE}{m\gamma} = \frac{qE\tau}{m} \approx \mu E \rightarrow \mu = \frac{q\tau}{m}$  mobilitás.  $\tau$ : relaxációs idő ( $\omega = \tau_0$  átlag relaxációs)

$\dot{\rho} = neE = \sigma E \rightarrow \sigma = ne\mu = \frac{ne^2\tau}{m}$   $v_{Dr} = v_D = \frac{eE\tau_e}{m^*}$  gyors  
 $\sigma_e = \frac{ne^2\tau_e}{m^*}$  gyors

$\sigma = n_e e \mu_e + n_h e \mu_h$   
 $\mu \approx \frac{v_D}{E} \quad [\mu] = \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$

$\rightarrow \mu$  tipikus Si-én: 100-1000  
 gyökös: akár  $10^6$  is lehet

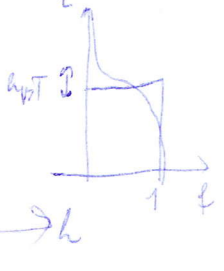
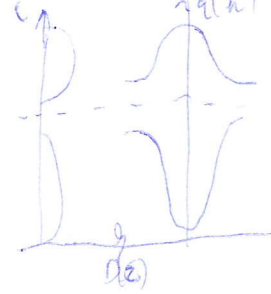
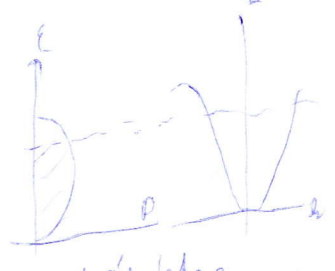
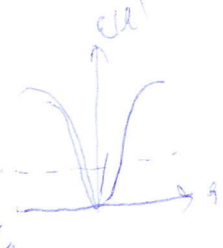
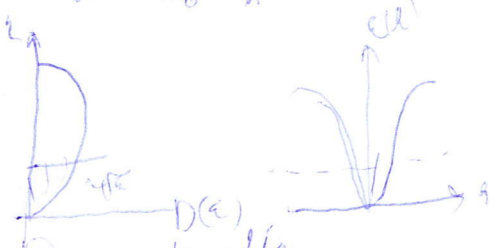
$\mu$ -re ~~az~~ korlát: átlagos teremtési sebesség:  $\tau\omega = \frac{1}{2} m v_D^2$

DOS (állapot sűrűség)

$\psi$ -térben egyenletes eloszlás:  $D(k) = \frac{V}{(2\pi)^3} \cdot g \left( \frac{d^3k}{d^3k} \right)$   $g = 2$  (degeneráció), faktor 2 spin

állapotszám:  $N = \int_{-\frac{\hbar}{2m}}^{\frac{\hbar}{2m}} \frac{V}{(2\pi)^3} d^3k = N$  ( $L = \frac{\hbar k}{m}$ )  $\frac{d^3k}{d^3k} = \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3}$   
 átváltás:  $D(k) \frac{d^3k}{d^3k} = D(\epsilon) d\epsilon \rightarrow D(\epsilon) = \frac{V}{4\pi^2} \cdot 4\pi \frac{1}{2} \left( \frac{d\epsilon}{d\epsilon} \right)^{1/2}$

ah  $\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \rightarrow \frac{d\epsilon}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m^*} \rightarrow D(\epsilon) = \frac{V}{\pi} \cdot \frac{2m^* \epsilon}{\hbar^2} \cdot \frac{1}{\hbar \cdot \frac{2m^* \epsilon}{\hbar^2}} = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{V}{2\pi^2} \sqrt{\epsilon}$   
 $\frac{d\epsilon}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m^*} \rightarrow \frac{d\epsilon}{d\epsilon} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{2m^* \epsilon}{\hbar^2}$



$D(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon - \epsilon_c}$   
 $n = \int_{\epsilon_c}^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon = \int_{\epsilon_c}^{\infty} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{V}{2\pi^2} \sqrt{\epsilon - \epsilon_c} e^{-\frac{\epsilon - \epsilon_c}{k_B T}} d\epsilon$

$\epsilon_g \gg k_B T$   
 $P = \int_{-\infty}^{\infty} D(\epsilon) [1 - f(\epsilon)] d\epsilon = \frac{1}{4} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{V}{2\pi^2} e^{-\frac{\epsilon_g - \epsilon_c}{k_B T}}$

ah  $n = P = n_i \rightarrow \sqrt{np} = n_i^2 = n = P \Rightarrow \frac{1}{4} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{V}{2\pi^2} e^{-\frac{\epsilon_g - \epsilon_c}{k_B T}} \rightarrow n \sim e^{-\frac{\epsilon_g}{2k_B T}}$   
 $n = \frac{1}{2} (\epsilon_c + \epsilon_v) - e n \left( \frac{m^*}{m_0} \right)^{3/2} \cdot \frac{1}{4} k_B T$

$$n_i = \frac{N}{4\pi^2} \left( \frac{2\pi k_B T}{h^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

$\mu \approx \frac{m_e^*}{m}$  mobilisasi

Drude model:

$$m \dot{v} = F - kv \rightarrow m \dot{v} = \frac{F}{m} - \frac{v}{\tau} \rightarrow \langle v \rangle = v_D = \frac{qE}{m} \tau = \mu E$$

$\tau$ : relaxation time

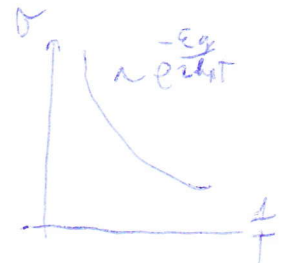
$$j = ne v_D = \sigma E \rightarrow \sigma = ne \mu = \frac{ne^2 \tau}{m} \rightarrow \mu \approx \frac{e \tau}{m} \quad v_D = -\frac{e \tau_a E}{m_e} \quad \sigma = \frac{e^2 \tau}{m_e} E$$

$$\sigma = n_e e \mu_e + n_h e \mu_h$$

$$\mu = \frac{v_D}{E} \quad [\mu] = \frac{cm^2}{Vs} \quad \mu \text{ biasanya } 100-1000 \frac{cm^2}{Vs} \text{ Si}$$

$\mu$ -nya kecil banget: optika foton absorpsi  $\rightarrow \tau \approx \frac{1}{2} m_e v_{th}^2$   
 makin abis  $10^5$

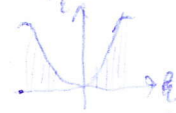
atau bisa pake  $\sigma = ne \mu = ne (m_e + m_h) \tau = ni(T)$



2 Töltéseloszlás a fémszálban  
 állapotműködés:

• periodikus határolt kör:  $e^{ikL} = 1 \rightarrow kL = 2\pi n \rightarrow k = \frac{2\pi n}{L} \rightarrow \Delta k = \frac{2\pi}{L}$ ,  $n$ : kvantumszám  
 $\rightarrow$  1D. állapot sűrűség:  $D(k) = \frac{1}{2\pi} = \frac{L}{2\pi}$   $\rightarrow$  egyszerűen

$nD$ :  $D(k) = \frac{V}{(2\pi)^3} g$  egyszerűen  $\epsilon$  körben,  $g$ : degenerációs faktor

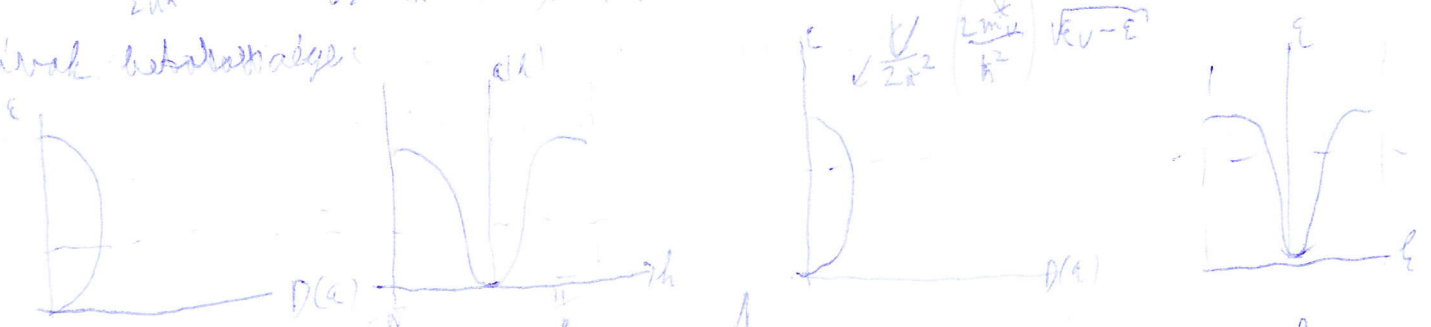
• állóhullám energiakörheli állapotműködés:   $\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$

$D(k) dk = g(\epsilon) d\epsilon \rightarrow 3D = \frac{V}{(2\pi)^3} \cdot 2 \cdot 4\pi k^2 dk = g(\epsilon) d\epsilon$

$dk = \frac{1}{\hbar} \frac{d\epsilon}{v_g}$

$\frac{\hbar^2 k}{2m^*} = \epsilon(k) \Rightarrow \frac{d\epsilon}{d\epsilon} = \frac{\hbar^2 k}{m^*} = \frac{\hbar^2}{m^*} \frac{dk}{dk} = \frac{\hbar^2}{m^*} \frac{dk}{\frac{1}{\hbar} \frac{d\epsilon}{v_g}} = \sqrt{2m^* \epsilon} \Rightarrow g(\epsilon) = \frac{V}{4\pi^2} k^2 \left| \frac{dk}{d\epsilon} \right| = \frac{V}{4\pi^2} \cdot \frac{2m^* \epsilon}{\hbar^2} \sqrt{\frac{m^*}{2\hbar^2 \epsilon}} = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon}$

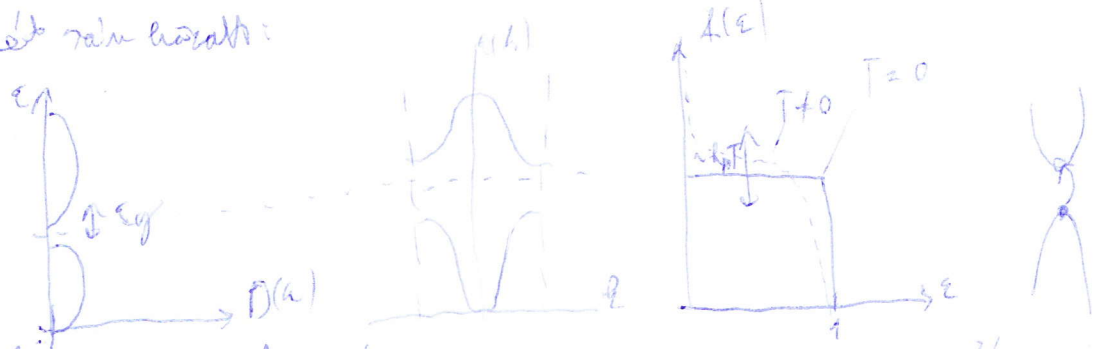
3D-os állapotműködés:



Fermi térség eloszlása:  $f(\epsilon) = \frac{1}{1 + e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}}}$   $\leftarrow$  Maxwella potenciál

$\mu \approx E_F \rightarrow$  Fermi szint  $\rightarrow T=0$  -n =

1D-os eloszlás:



állókörös elektronok koncentrációja:  $n$

$\epsilon - \epsilon_c$  szalma  $n = \int_{\epsilon_c}^{\infty} D(k) f(k) dk = \int_{\epsilon_c}^{\infty} g(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon = \int_{\epsilon_c}^{\infty} \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon} \frac{1}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}} + 1} d\epsilon$

$f(\epsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}} + 1} \approx e^{-\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}}$   $\leftarrow \epsilon_g \gg k_B T$  és  $\epsilon = \epsilon_c$

$n = \int_{\epsilon_c}^{\infty} \sqrt{\epsilon - \epsilon_c} e^{-\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}} d\epsilon = \int_0^{\infty} \frac{t^{1/2}}{\hbar^2} e^{-\frac{t}{k_B T}} dt = \sqrt{k_B T} \cdot \frac{\Gamma(3/2)}{2} = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{2m^* k_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\epsilon_c - \mu}{k_B T}}$

szalma töltés:  $\int_{-\infty}^{\infty} g(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon = 0 \Rightarrow P = \int_{-\infty}^{\epsilon_c} g(\epsilon) (1 - f(\epsilon)) d\epsilon = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{2m^* k_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mu - \epsilon_c}{k_B T}}$

Keimiai ad. teljességgel:

$n = P = n_i \rightarrow$  teljes semlegesítés határolt fémszálban

$nP = n_i \Rightarrow$  töltéselválasztás

$\left( \frac{m^*}{m} \right)^{3/2} e^{-\frac{\epsilon_c - \mu}{k_B T}} = \frac{m^*}{m} e^{-\frac{\mu - \epsilon_c}{k_B T}} \rightarrow \mu = \frac{\epsilon_c + \epsilon_v}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln \left( \frac{m^*}{m} \right)$

