Fizika alapismeretek

Pontrendszerek

http://techtv.mit.edu/collections/walterlewinvideos
http://techtv.mit.edu/videos/1067-fire-extinguisher-on-a-tricycle
http://www.youtube.com/watch?v=ORqsWFEsX8E
http://www.youtube.com/watch?v=h-tXB_QiH-E&feature=relmfu

Potenciális energia

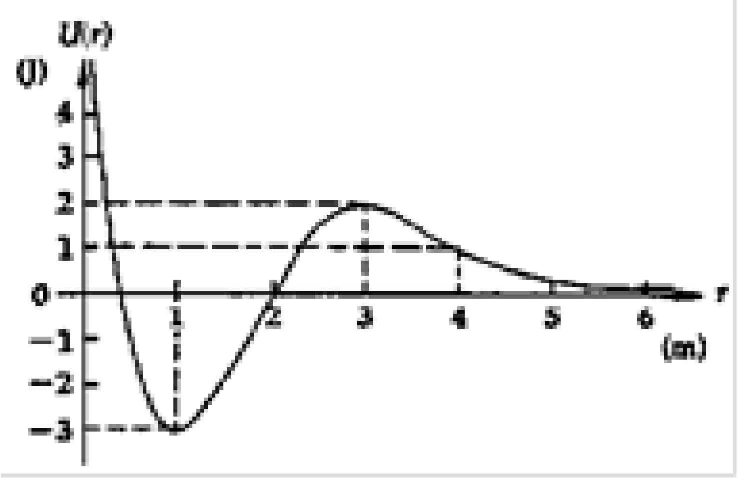
$$W = \int_A^B \vec{F} d\vec{r}$$

$$\boxed{\Delta U = U_B - U_A = -\int_A^B \vec{F} d\vec{r}}$$

$$\Delta U = -W$$

Az ábrán egy 500 g-os részecske U(r) helyfüggő potenciális energiafüggvénye látható.
A részecske az r = 1m helyen van. Mekkora sebességgel kell elindítani,
hogy áthaladjon az r=4m távolságban lévő ponton?

a. 8,16 m/s b. 7,3 m/s c. 4,47 m/s d. egyik sem

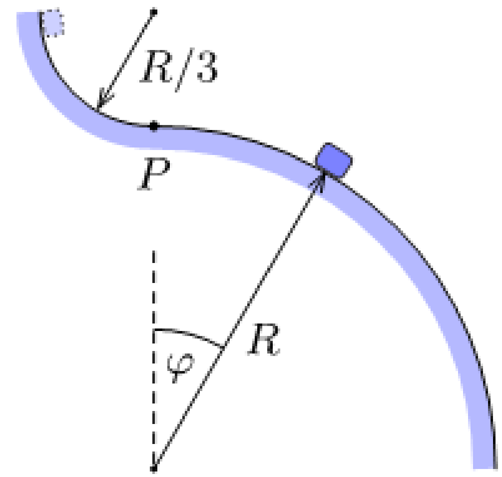


Erőlökés és mechanikai energia megmaradásának törvénye

1. Egy testet $F_1 = 10\,\mathrm{N}$ erővel $t_1 = 3\,\mathrm{s}$ alatt lehet felgyorsítani nyugalmi helyzetből $v = 15\,\mathrm{m/s}$ sebességre.

Mennyi ideig tart ugyanennek a testnek nyugalmi helyzetből ugyanerre a sebességre való felgyorsítása, ha az erő $F_2 = 2\,\mathrm{N}$?

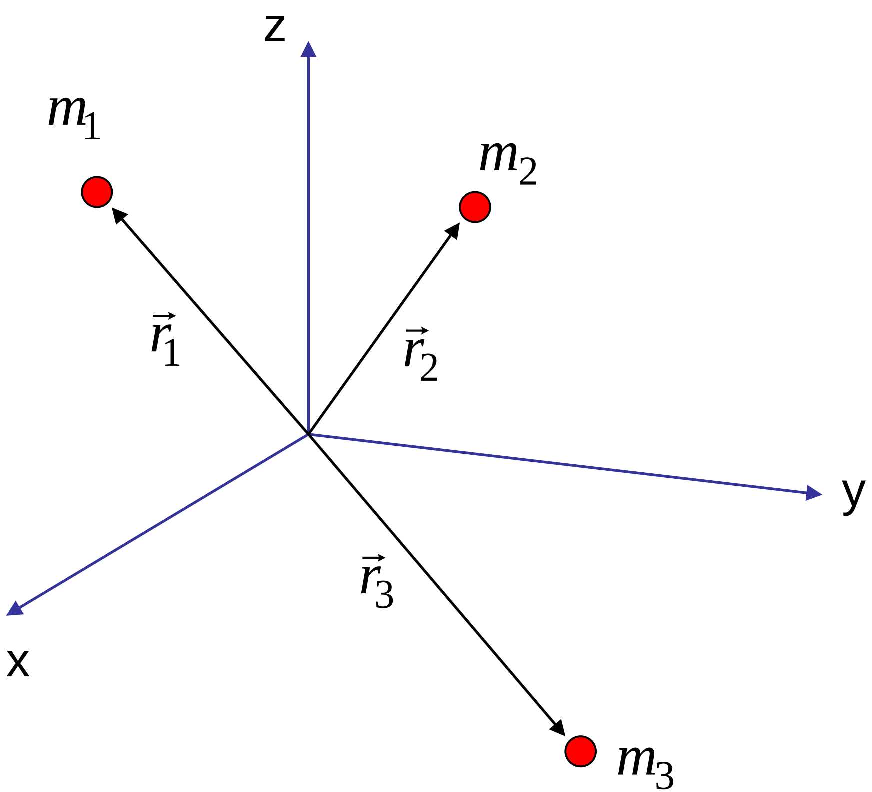
Egy R/3 = 1 m sugarú, negyed körív alakú
lejtő R = 3 m sugarú negyed körív alakú domboldalban
folytatódik (lásd az ábrát). A kisebb negyed körív
legfelső pontjáról kezdősebesség nélkül lecsúszik egy
pontszerű test. A súrlódás elhanyagolható.
a) Mekkora sebességgel ér a kis test a két negyed körív
P csatlakozási pontjába?
b) Mekkora ϕ szöggel jellemezhető helyzetben válik
el a kis test az alsó negyed körívtől?
c) Mekkora az elválás pillanatában a test sebessége?



1.21. 100 N súlyú testet 120 N nagyságú erővel emelünk. Mekkora a teljesítmény az indulás után 2 másodperccel? Mekkora az átlagteljesítmény az első 2 másodperc alatt?

Pontrendszerek:

Pontrendszer:



Tömegközéppont:

$$\vec{r}_{tkp} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

Tömegközéppont sebessége:

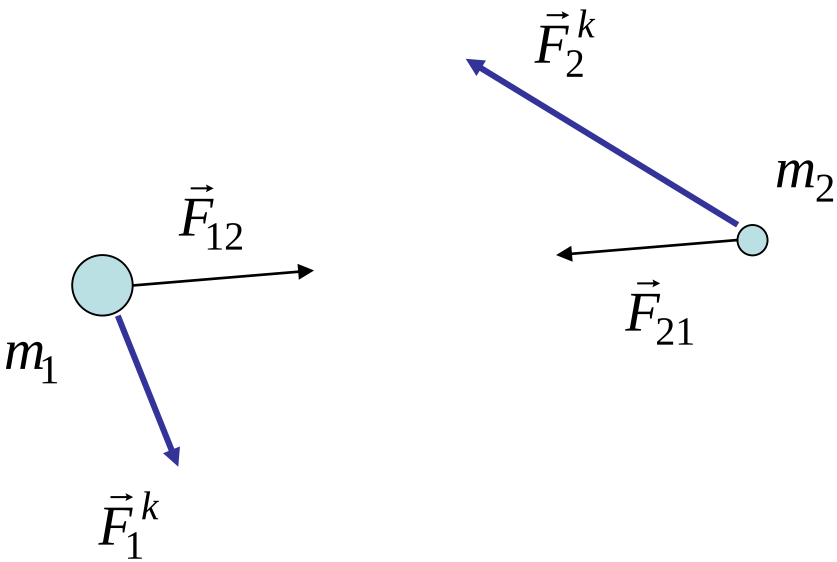
$$\vec{v}_{tkp} = \frac{d\vec{r}_{tkp}}{dt} = \frac{\sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i}$$

Tömegközéppont gyorsulása:

$$\vec{a}_{tkp} = \frac{d\vec{v}_{tkp}}{dt} = \frac{\sum_i m_i \ddot{\vec{r}}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \vec{a}_i}{\sum_i m_i}$$

Pontrendszer - dinamika:

külső erők: $\vec{F}_1^{\,k}$ **és** $\vec{F}_2^{\,k}$



$$I.\ \vec{F}_1^{\,k} + \vec{F}_{12} = m_1\vec{a}_1$$

$$II.\ \vec{F}_2^{\,k} + \vec{F}_{21} = m_2\vec{a}_2$$

$$I. + II.\quad \underbrace{\vec{F}_1^{\,k} + \vec{F}_2^{\,k}}_{\vec{F}_e^{\,k}} + \underbrace{\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}}_{=0} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 \quad \Longrightarrow \quad \vec{F}_e^{\,k} = \sum_i m_i\vec{a}_i$$

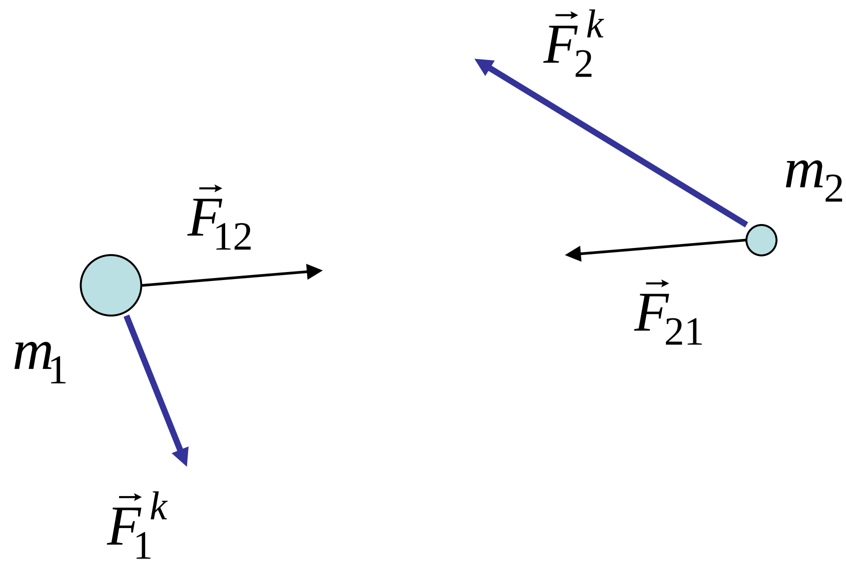
Láttuk: $$\vec{a}_{tkp} = \frac{d\vec{v}_{tkp}}{dt} = \frac{\sum_i m_i\ddot{\vec{r}}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i\vec{a}_i}{\sum_i m_i} \longrightarrow$$

$$\boxed{\vec{F}_e^{\,k} = \left(\sum_i m_i\right)\vec{a}_{tkp} = M\vec{a}_{tkp}}$$

http://www.youtube.com/watch?v=ORqsWFEsX8E

http://techtv.mit.edu/collections/physicsdemos/videos/3052-center-of-mass-trajectory

Pontrendszer impulzusa:



Láttuk:

$$I.+II.\quad \underbrace{\vec{F}_1^{\,k}+\vec{F}_2^{\,k}}_{\vec{F}_e^{\,k}}+\underbrace{\vec{F}_{12}+\vec{F}_{21}}_{=0}=\underbrace{m_1\vec{a}_1+m_2\vec{a}_2}\quad\Rightarrow\quad \vec{F}_e^{\,k}=\sum_i m_i\vec{a}_i$$

$$\boxed{\vec{F}_e^{\,k}=\left(\sum_i m_i\right)\vec{a}_{tkp}=M\vec{a}_{tkp}}$$

$$\vec{F}_e^{\,k}=m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt}+m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt}=\frac{d\vec{p}_1}{dt}+\frac{d\vec{p}_2}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1+\vec{p}_2\right)\quad\Rightarrow\quad \vec{F}_e^{\,k}=\frac{d\vec{p}_{syst.}}{dt}$$

Ha $\boxed{\vec{F}_e^{\,k}=0 \quad\Rightarrow\quad \vec{p}=const.}$

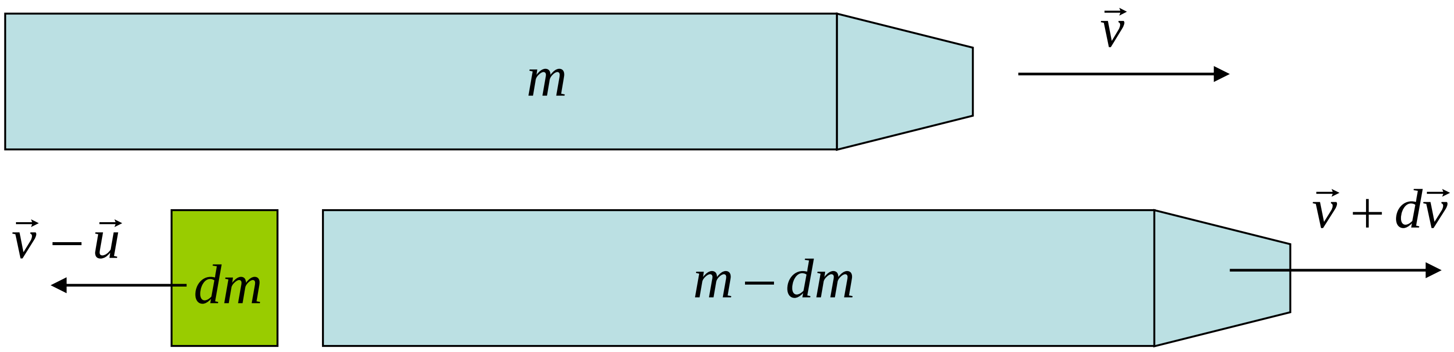
Ez az impulzus-megmaradás törvénye.

Rakéta-mozgás:

(rakéta-hajtás)

$\vec{F}_k = 0$

Imp. megm.



$$mv = (m - dm)(v + dv) + dm(v - u)$$

$$\cancel{mv} = \cancel{mv} + mdv - \cancel{vdm} - \cancel{dmdv} + \cancel{vdm} - udm$$

$$udm = mdv \longrightarrow u\frac{1}{m}dm = dv \xrightarrow{\text{integrálás}} u\int_{m_1}^{m_2}\frac{1}{m}dm = \int_{v_1}^{v_2}dv$$

(dm < 0 !!!)

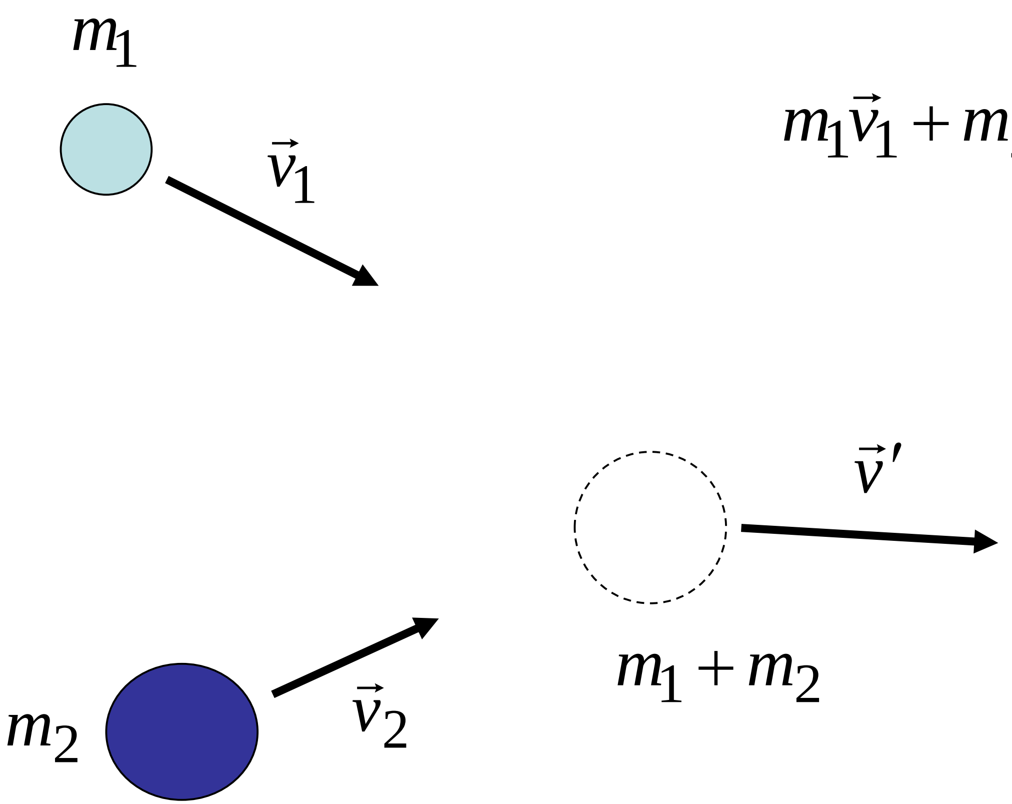
$$\boxed{u \ln\frac{M}{m} = v_2 - v_1}$$

http://techtv.mit.edu/videos/1067-fire-extinguisher-on-a-tricycle


profimedia

Tökéletesen rugalmatlan ütközés:

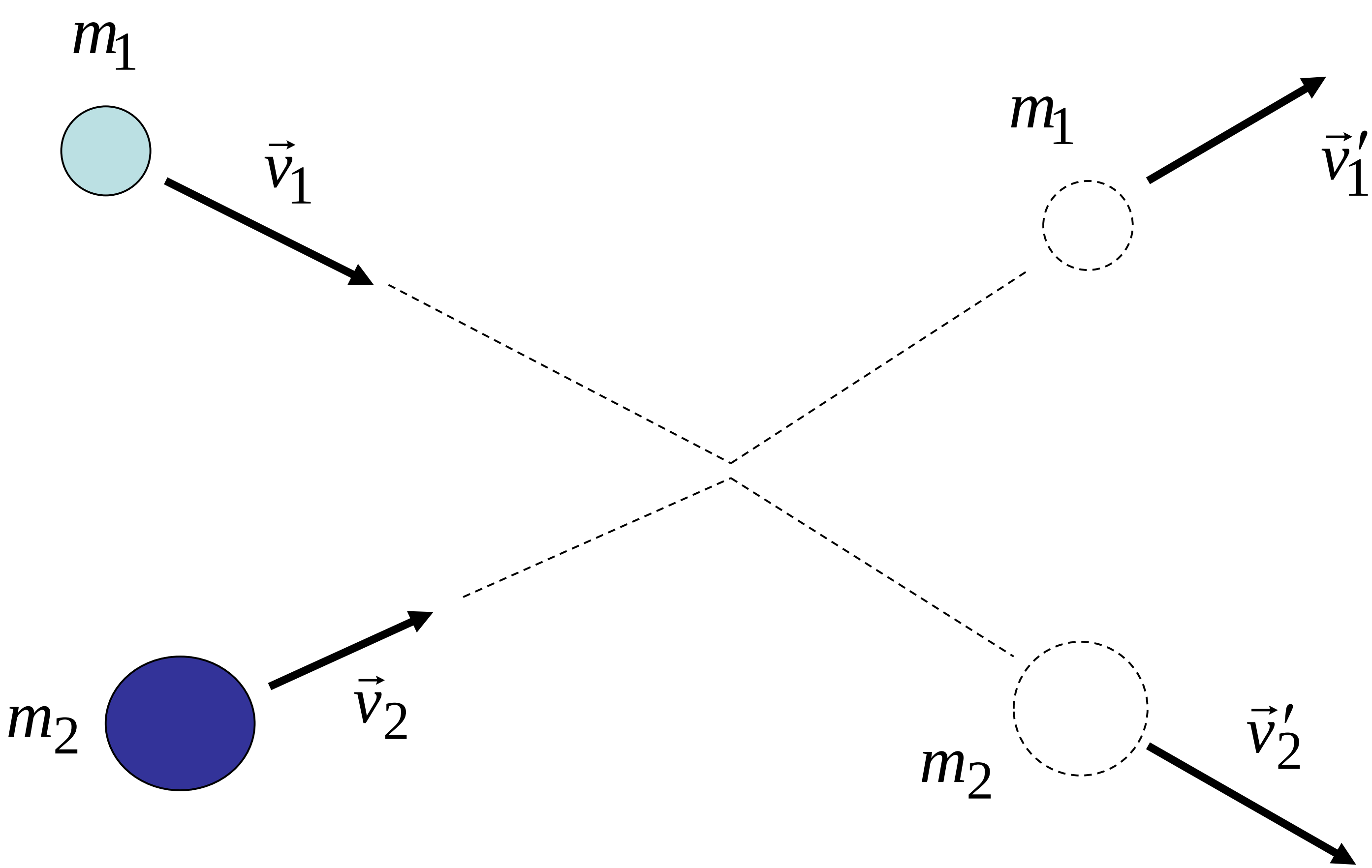
$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \left(m_1 + m_2\right)\vec{v}'$$



Energiaveszteség:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right) v'^2$$

Tökéletesen rugalmas ütközés:



I. $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$

II. $\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 {v_1'}^2 + \frac{1}{2}m_2 {v_2'}^2$

Ütközések

Csoportosítása:

- egyenes-ferde (attól függően, hogy az ütköző testek sebességei a tkp-jaikat összeköt egyenesbe esnek-e)
- centrális-nem centrális (attól függően, hogy az ütköző testek érintkezési pontja rajta van-e a testek tkp-jait összeköt egyenesen);

Rugalmas ütközés (az impulzus és a mechanikai energia is megmarad)

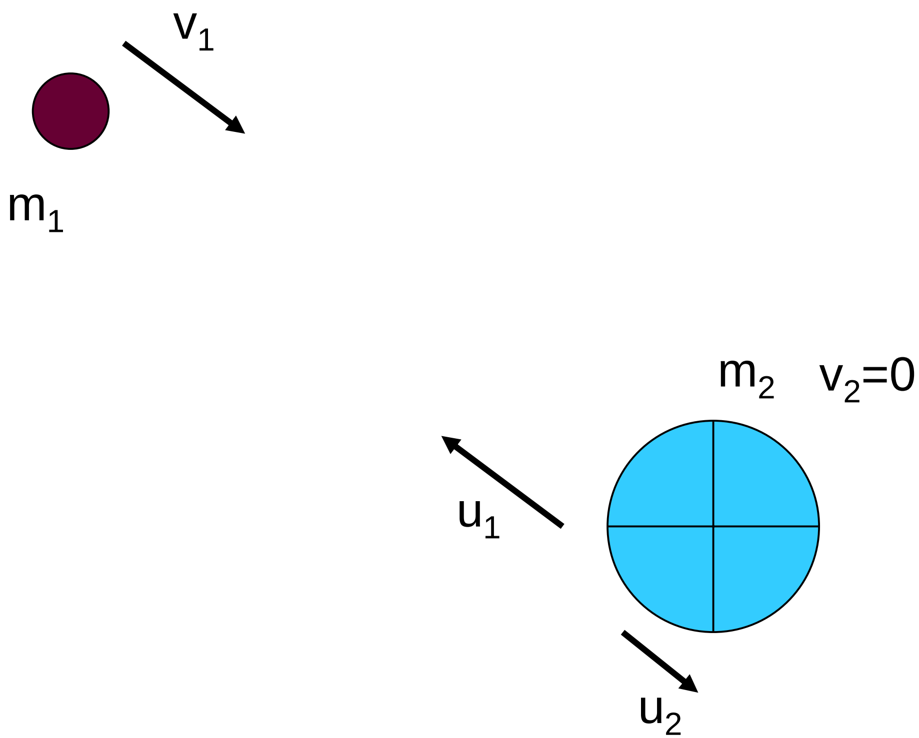
$$m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1'^{\,2} + \frac{1}{2}m_2\vec{v}_2'^{\,2} = \frac{1}{2}m_1\vec{v}_1^{\,2} + \frac{1}{2}m_2\vec{v}_2^{\,2}$$

Rugalmatlan ütközés (impulzus megmarad, mechanikai energia nem)

$$\left(m_1 + m_2\right)\vec{v}' = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

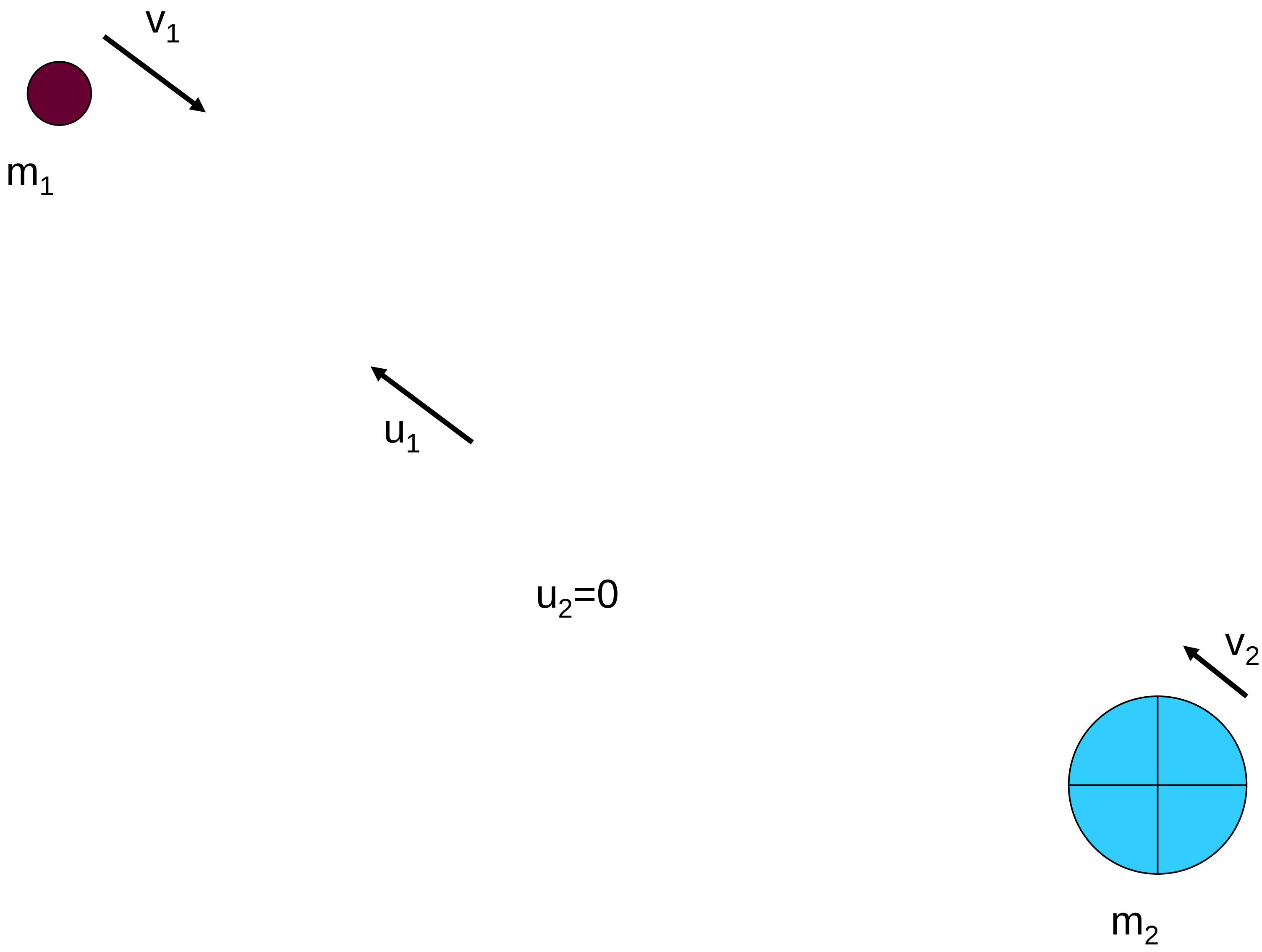
Rugalmas egyenes ütközés 1.



Visszalépés: ⟵

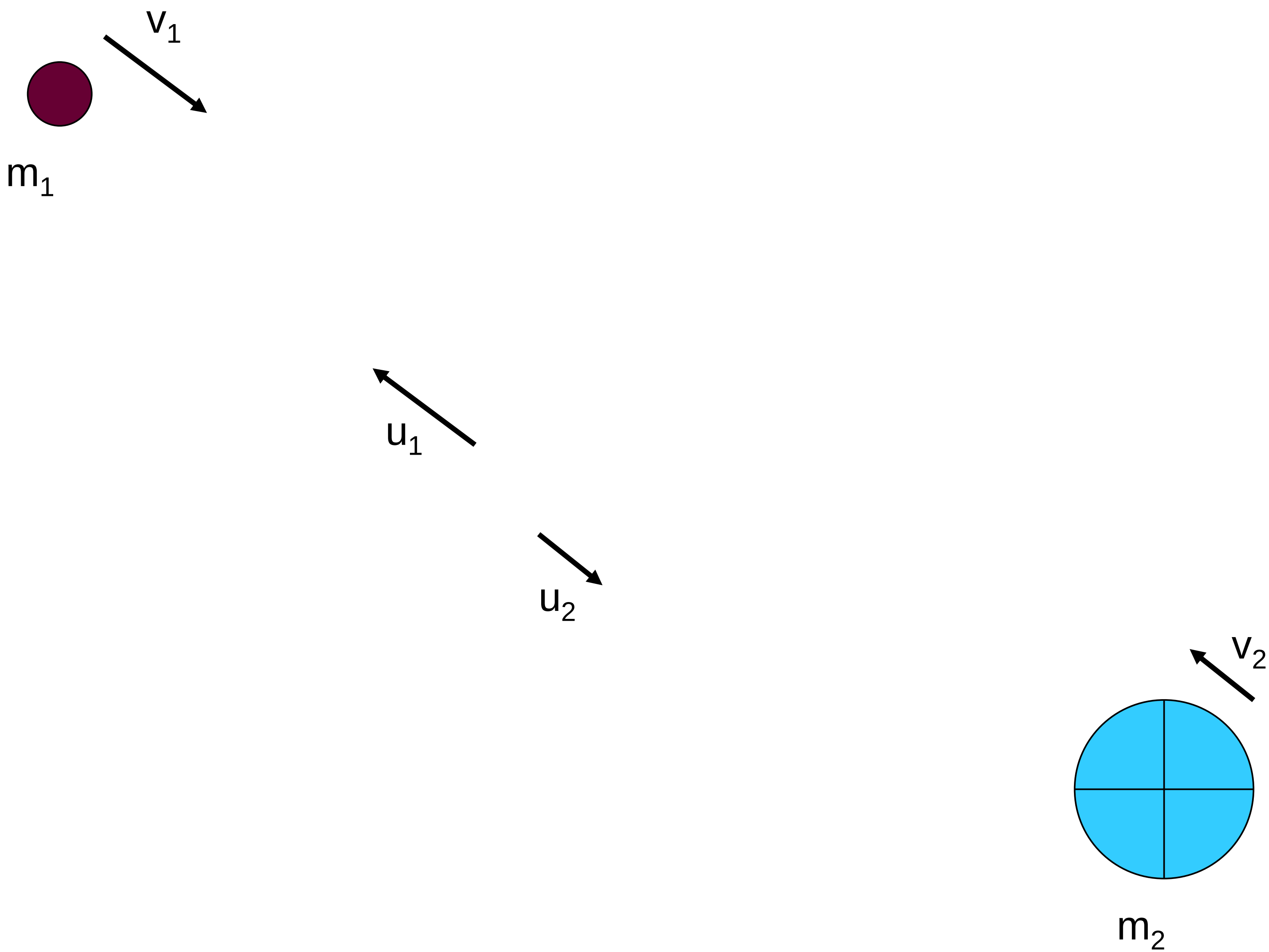
Kilépés: Esc.

Rugalmas egyenes ütközés 2.



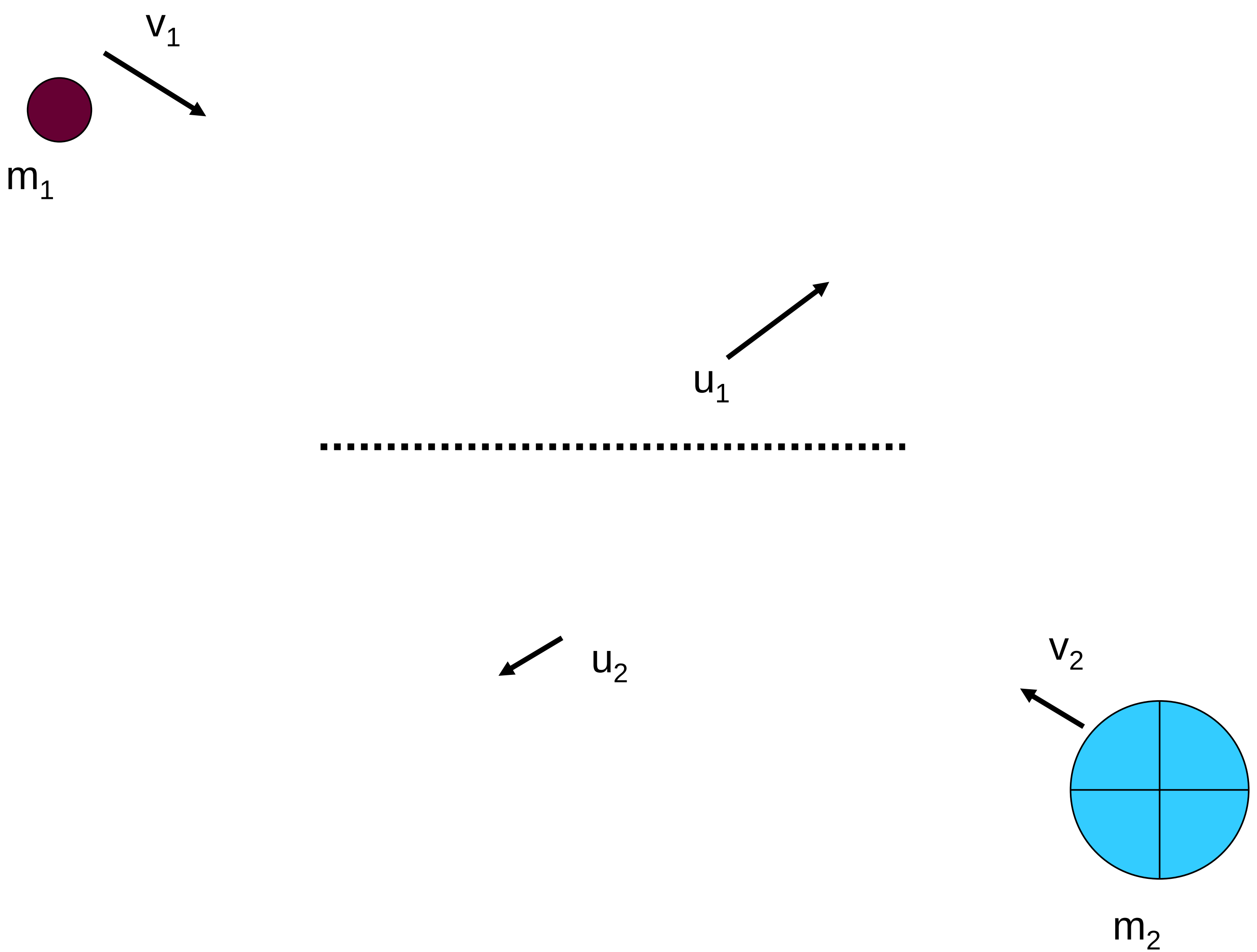
Visszalépés: ← Kilépés: Esc.

Rugalmas egyenes ütközés 3.



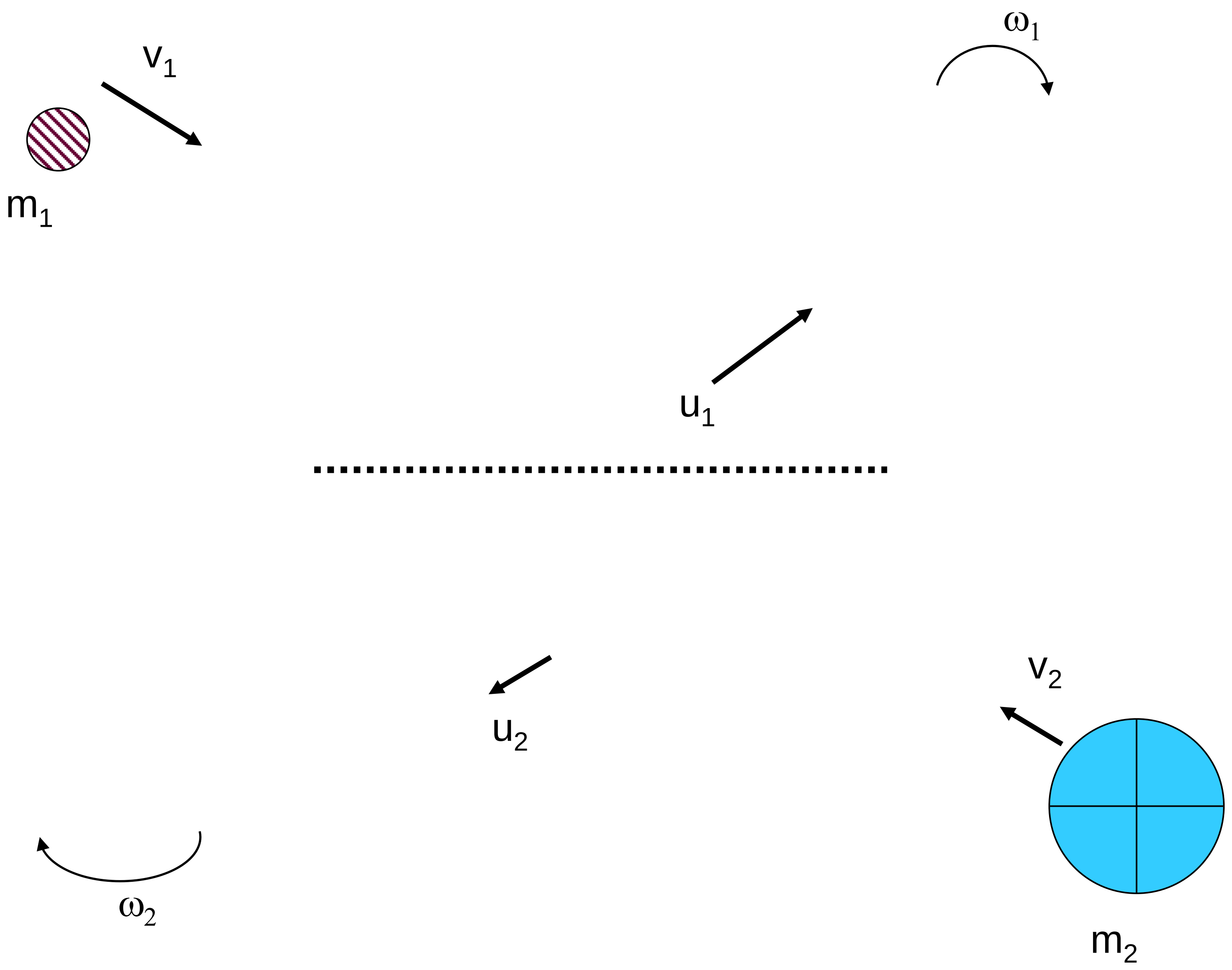
Visszalépés: ← **Kilépés: Esc.**

Rugalmas ferde ütközés 1.



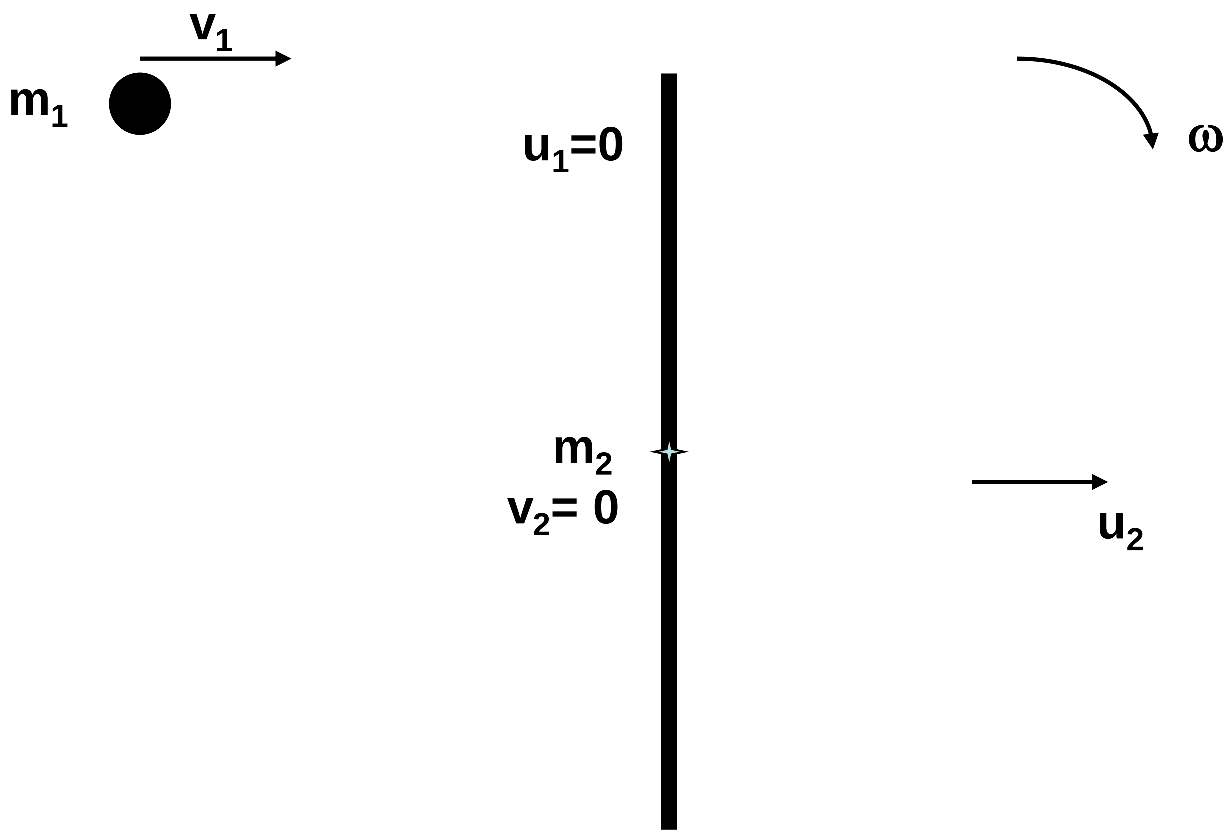
Visszalépés: ⟵ **Kilépés: Esc.**

Rugalmas ferde ütközés 2.



Visszalépés: ← **Kilépés: Esc.**

Golyó rugalmas ütközése rúddal



Visszalépés: ← Kilépés: Esc.

3.14. A 120 g tömegű, 40 cm/s sebességű és a 80 g tömegű, 100 cm/s sebességű két test egymással szembe mozog egy egyenes mentén. Teljesen rugalmatlan ütközés után mekkora és milyen irányú sebességgel mozognak tovább?

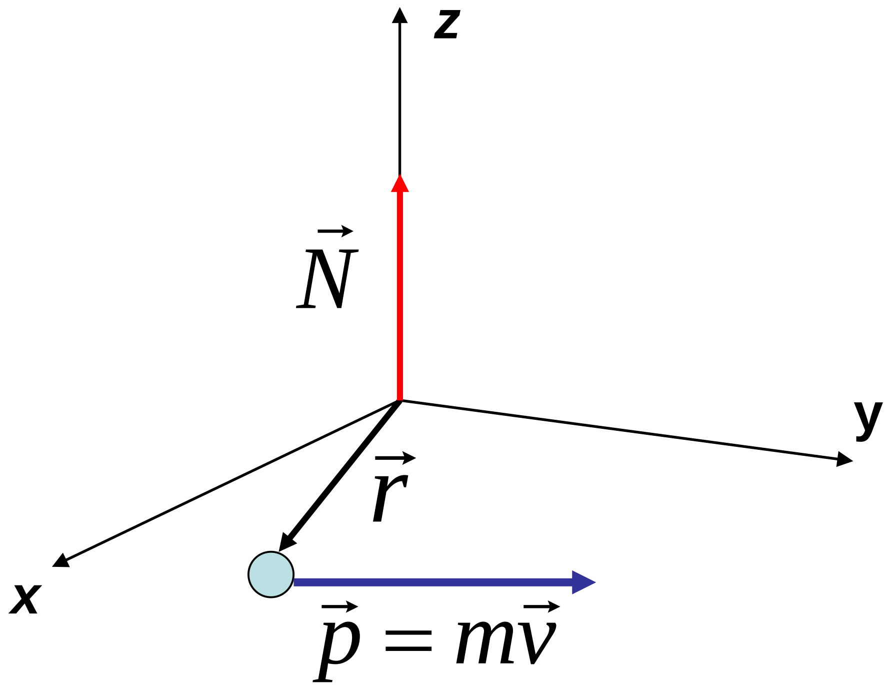
3.18. **Egy 0,46 kg tömegű labdát 2 m magasról a padlóra ejtünk, ahonnan 1,5 m magasra pattan vissza. Mekkora mozgásmennyiséget „adott át" ütközés közben a labda a padlónak? (A légellenállástól eltekinthetünk.)**

A súlytalanság állapotában két pontszerű test ütközik. Kezdetben az egyik test áll, az ütközés rugalmas és egyenes. Mekkora a testek tömegének aránya, ha ütközés után a két test azonos nagyságú, de ellentétes irányú sebességgel mozog?

Anyagi pont impulzusmomentuma

Anyagi pont origóra vonatkozó impulzusmomentuma az **r**(*t*) helyvektorának és **p**(*t*) impulzusának vektoriális szorzata:

$$\boxed{\vec{N} = \vec{r} \times \vec{p}}$$



Az impulzusmomentum nagysága:

$$N = pr\sin\alpha$$

Mértékegység: Js

Forgatónyomaték

Egy anyagi pontra ható erőnek az origóravonatkozó forgatónyomatéka az anyagi pont $\mathbf{r}(t)$ *helyvektorának és az* $\mathbf{F}(t)$ *erőnek a vektoriális szorzata:*

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

A forgatónyomaték nagysága:

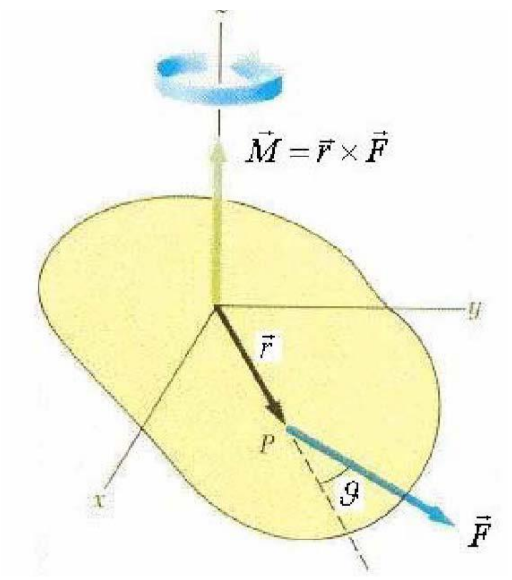
$$M = rF\sin\alpha$$

vagy:

$$M = Fd \quad \text{illetve} \quad M = rF_t$$

erőkar

az erő tangenciális komponense



Impulzusmomentum-tétel $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{r} \times \vec{v}$

$$\frac{d\vec{N}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \times \vec{p} + \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\boxed{\vec{M} = \frac{d\vec{N}}{dt}}$$

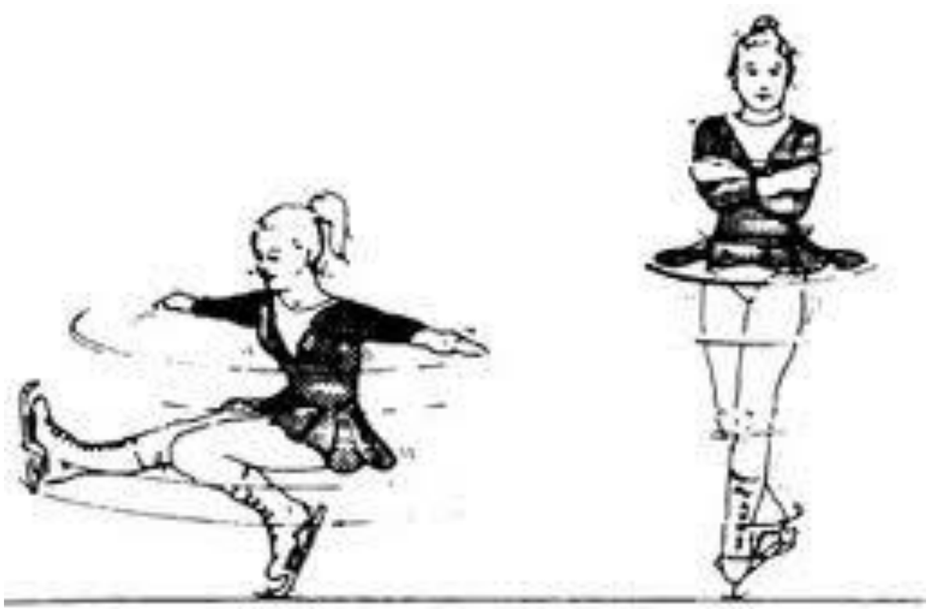
Ha az anyagi pontra ható erő forgatónyomatéka zérus, az anyagi pont impulzusmomentuma állandó.

$$\vec{M} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{N}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{N} = \acute{a}lland\acute{o}$$

Az impulzusmomentum megmaradásának tétele

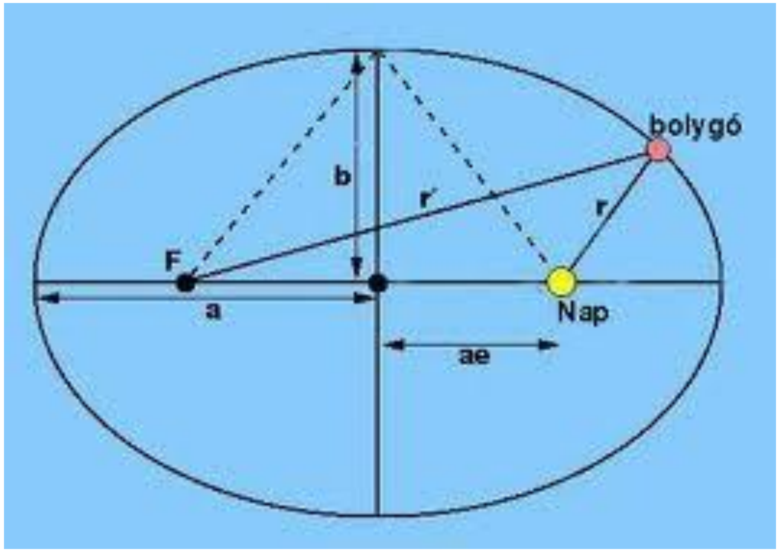
Impulzusmomentum-megmaradás:

$$\vec{M}_e = \frac{d\vec{N}}{dt} \longrightarrow ha \quad \vec{M}_e = 0 \;\Rightarrow\; \frac{d\vec{N}}{dt} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{N} = const.$$



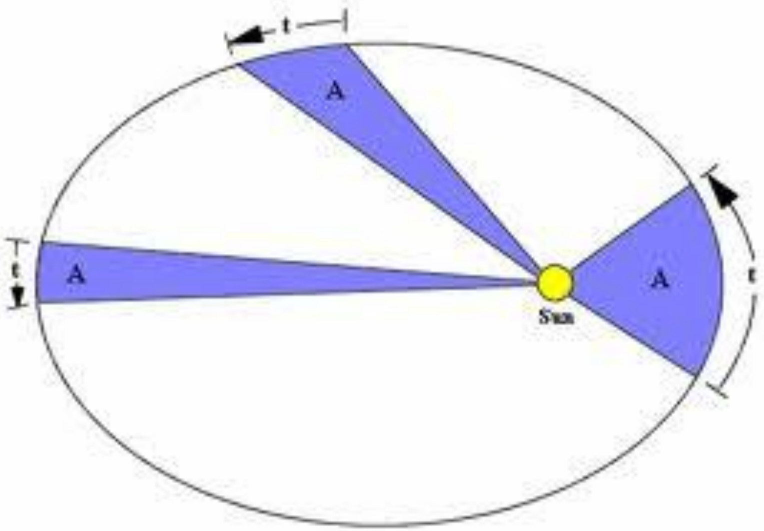
Kepler törvények:

(Tycho de Brahe mérései alapján)



1. A bolygók ellipszispályán keringenek a Nap körül és a Nap az ellipszis egyik fókuszpont-jában van.

2. A Naptól a bolygóhoz húzott sugár egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol.

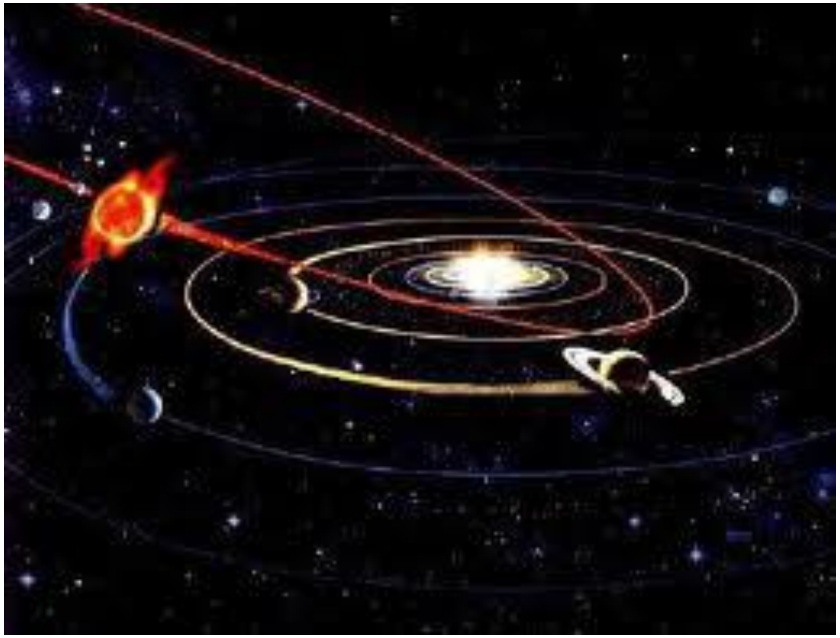


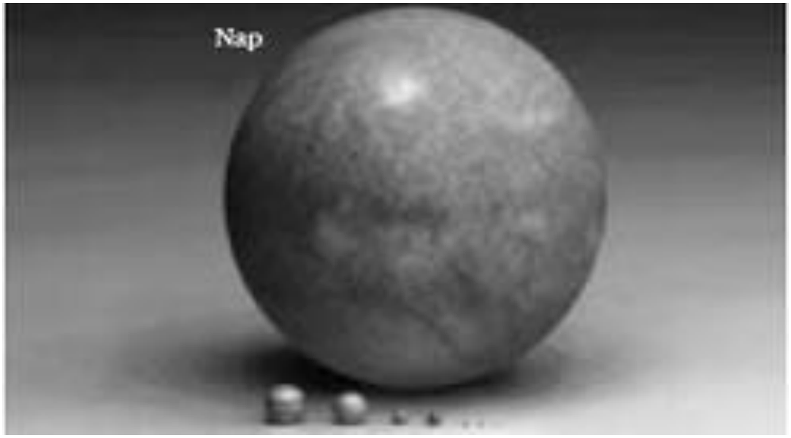
3. $$\frac{T^2}{a^3} = áll.$$

Ahol *a* az ellipszis nagytengelyének a fele és *T* a keringési idő (periódus idő)

(Kepler: *a* a bolygó Naptól mért középtávolsága)

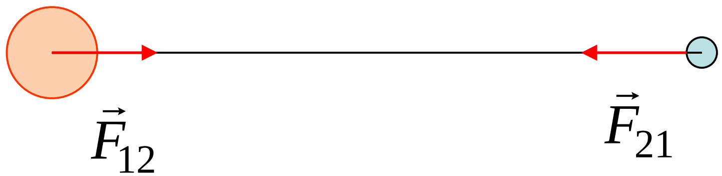
Naprendszer





Bolygómozgás:

Centrális erő(k):

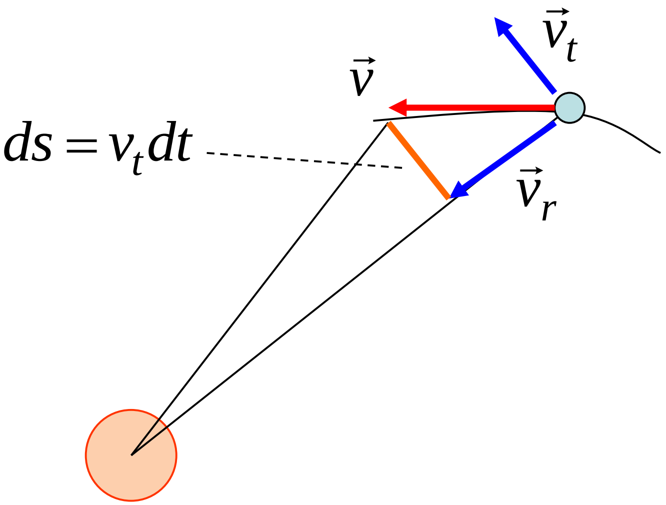


$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \text{és} \quad \left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right| = F_{gr} = F(r)$$

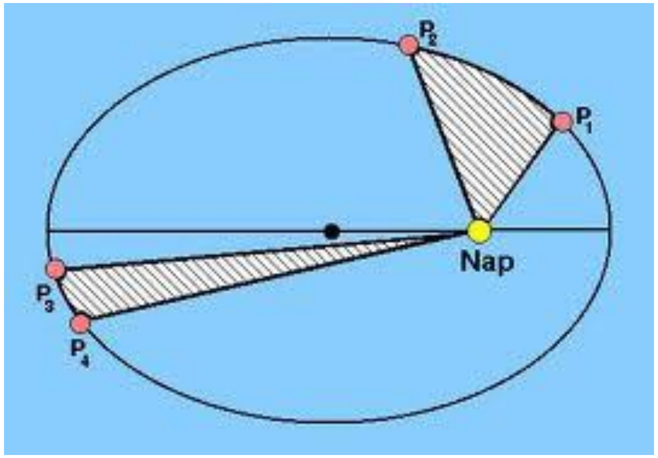
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{N} = áll. \;\Rightarrow\; \vec{r} \times m\vec{v} = áll. \qquad \vec{F} = -F_{gr}\vec{e}_r$$

$$\vec{N} = \vec{r} \times m(\vec{v}_t + \vec{v}_r) = m(\vec{r} \times \vec{v}_t + \vec{r} \times \vec{v}_r) = m(\vec{r} \times \vec{v}_t) = áll.$$

$$df = \frac{1}{2} r ds = \frac{1}{2} r v_t dt \;\Rightarrow\; \frac{df}{dt} = \frac{1}{2} r v_t$$



$$\boxed{\frac{df}{dt} = áll.}$$



Egy egyszerű példa

A Föld pályája csaknem egy "tökéletes" kör.
(A Föld pályájának ellipszicitása kicsi. a≈b)

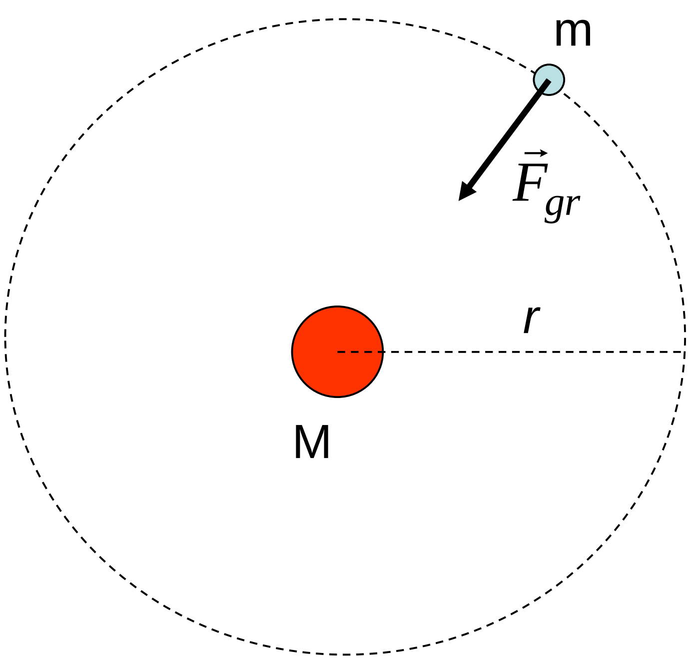
$$F_{gr} = G\frac{Mm}{r^2}$$

$$\vec{F}_{gr} = \vec{F}_{cp}$$

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

$$T = \frac{2r\pi}{v} = \frac{2r\pi}{\sqrt{\frac{Gm}{r}}} = \frac{2r^{3/2}\pi}{\sqrt{Gm}}$$

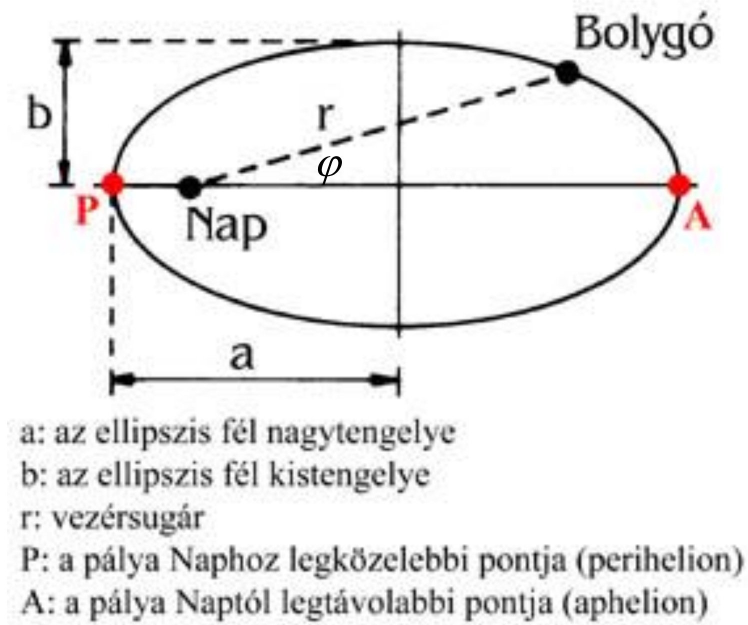


Azaz:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Lehetséges bolygópályák

$$r = \frac{a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$$



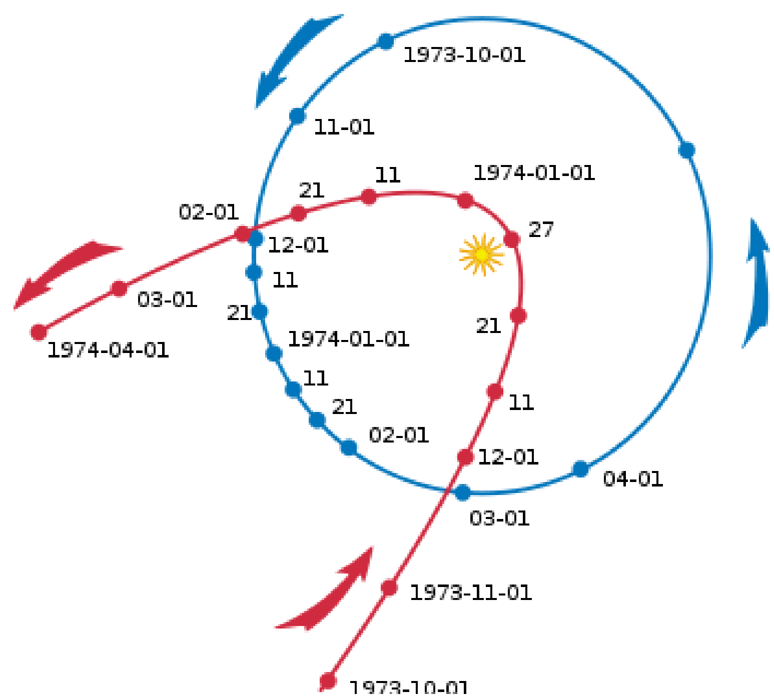
Energiaviszonyok:

ellipszis, kör: E < 0

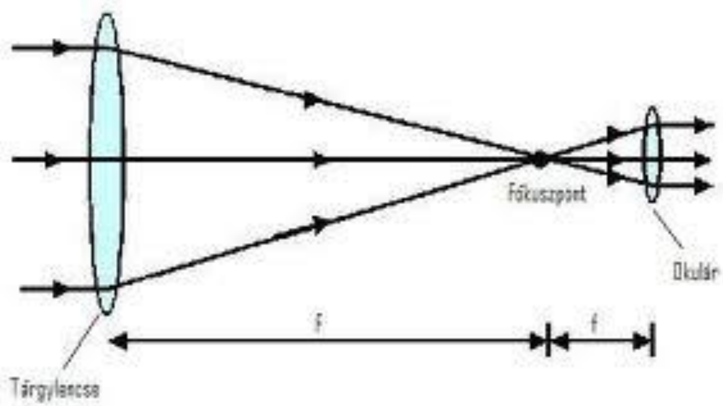
parabola : E = 0

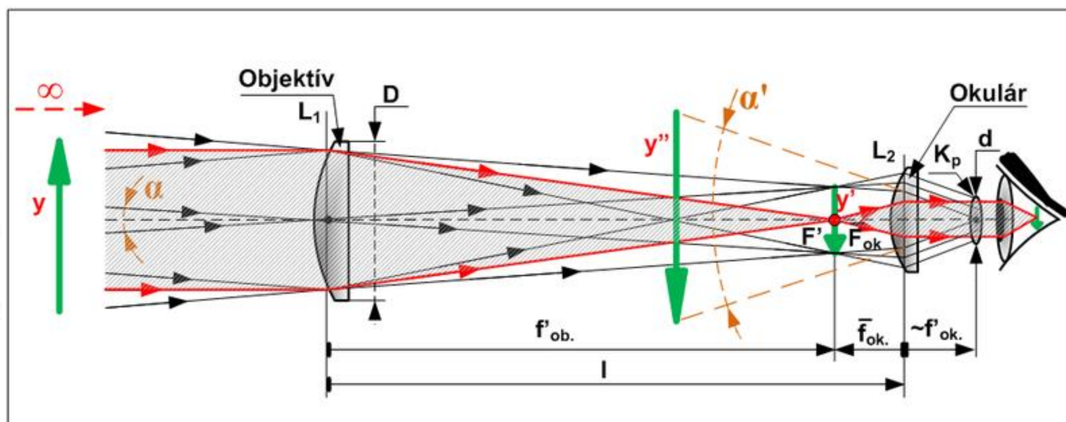
hiperbola : E > 0

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{Mm}{r}$$



Kepler





Kepler-távcső optikai rajza.

SZT / 2009