

A 19.) feladat

Adott a következő transzformáció:

$$Q = q - a \quad P = p - b \quad (\text{ahol „a” és „b” ismert konstansok}).$$

- A szimplektikus $\underline{\underline{M}}$ mátrix segítségével mutassa meg, hogy kanonikus transzformációról van szó!
- Tételezzük fel, hogy a transzformációt megvalósító alkotófüggvény a következő alakú:
 $W_2(q, P) = qP + \alpha(q) + \beta(P)$ (ahol az „ α ” és a „ β ” a meghatározandó függvények).
- Írja fel a „ p, Q ” koordináták és a W_2 alkotófüggvény kapcsolatát!
- Határozza meg a W_2 alkotófüggvényt!
- Ellenőrizze, hogy a W_2 tényleg előállítja a megadott kanonikus transzformációt!

A 20.) feladat

Adott egy egyszabadságfokú rendszer, amelynek a kanonikus változói „ q ” és „ p ”. Tekintse a következő transzformációt, ahol az új változókat „ Q ” és „ P ” jelöli! A feladatban a transzformáció alkotófüggvényét keressük.

$$Q = \arctg \left\{ \frac{q}{p} \right\} \quad P = \frac{1}{2}(q^2 + p^2)$$

(MEGJEGYZÉS: Hasonló volt a **HF8–A15** feladatban is!)

- Írja fel az inverz transzformációt, azaz a $q(Q, P)$ és a $p(Q, P)$ kifejezéseket!
A továbbiakban egy $W_1(q, Q)$ alkotófüggvény keresése a célunk.
- Tekintse a $dW_1 = \frac{\partial W_1}{\partial q} dq + \frac{\partial W_1}{\partial Q} dQ$ kifejezést, azaz a $W_1(q, Q)$ teljes differenciálját!
A $\frac{\partial W_1}{\partial q}$ és $\frac{\partial W_1}{\partial Q}$ helyére helyettesítse be megfelelően a „ p ” és „ P ” mennyiségeket!
- Adja meg a dW_1 differenciált úgy, hogy benne csak a régi, „ p ” és „ q ” változók szerepeljenek, azaz fejezze ki dW_1 -et
 $dW_1 = \alpha(q, p) dq + \beta(q, p) dp$
alakban! Adja meg az $\alpha(q, p)$ és $\beta(q, p)$ függvényeket!
- Feltételezve, hogy dW_1 teljes differenciál, keresse meg azt az $F(q, p)$ függvényt, amelynek a teljes differenciálja megadja a dW_1 -et!
- EXTRA! Az $F(q, p)$ függvény és a szóban forgó $p(q, Q)$ transzformáció ismeretében keresse meg a $W_1(q, Q)$ alkotófüggvényt!
- EXTRA! Ellenőrizze, hogy a kapott $W_1(q, Q)$ tényleg előállítja a megadott kanonikus transzformációt!