Bevezetés a modern fizika fejezeteibe

4. (c)

Kvantummechanika

Utolsó módosítás: 2013. december 2.

Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

Az impulzusmomentum (1)

A mechanikában az impulzusmomentumot a hely és impulzus vektoriális szorzataként definiáljuk, azaz

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$$

és ezt a továbbiakban is meg kívánjuk őrizni. Az impulzus-momentum vektor komponensei rendre

$$L_x = yp_z - zp_y \qquad L_y = zp_x - xp_z \qquad L_z = xp_y - yp_x$$

Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

Az impulzusmomentum (2)

Az impulzusmomentum-komponensek operátorai:

$$L_x = \frac{\hbar}{i}\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right)$$

$$L_y = \frac{\hbar}{i}\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$L_z = \frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)$$

Az impulzusmomentum (3)

Az impulzuskomponensek között relációk :

$$L_x L_y - L_y L_x = i\hbar L_z$$

$$L_y L_z - L_z L_y = i\hbar L_x$$

$$L_z L_x - L_x L_z = i\hbar L_y$$

Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

Az impulzusmomentum (4)

Az első összefüggés bizonyítása:

$$
\begin{aligned}
&(L_x L_y - L_y L_x)\Psi \\
&\quad = \left\{\frac{\hbar}{i}\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right)\frac{\hbar}{i}\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right)\right. \\
&\quad \left. - \frac{\hbar}{i}\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right)\frac{\hbar}{i}\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right)\right\}\Psi \\
&\quad = -\hbar^2\left\{\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(z\frac{\partial\Psi}{\partial x} - x\frac{\partial\Psi}{\partial z}\right)\right. \\
&\quad \left. - \left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(y\frac{\partial\Psi}{\partial z} - z\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right)\right\} \\
&\quad = -\hbar^2\left\{y\frac{\partial\Psi}{\partial x} + yz\frac{\partial^2\Psi}{\partial z\partial x} - yx\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} - z^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial y\partial x} + zx\frac{\partial^2\Psi}{\partial y\partial z}\right. \\
&\quad \left. - zy\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\partial z} + z^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\partial y} + xy\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} - x\frac{\partial\Psi}{\partial y} - xz\frac{\partial^2\Psi}{\partial z\partial y}\right\} \\
&\quad = -\hbar^2\left\{y\frac{\partial\Psi}{\partial x} - x\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right\} = i\hbar L_z\Psi
\end{aligned}
$$

Az impulzusmomentum (5)

Az előző relációk egyetlen zárt formulába írhatók

$$\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{L} = i\hbar \boldsymbol{L}$$

alakban. (Nem szabad elfelejteni, hogy az $\boldsymbol{L}$ impulzusmomentum operátor. Megtévesztő ugyanis, hogy míg a szokásos gondolkodásban egy vektor önmagával vett vektoriális szorzata 0, addig itt a komponensek nem-kommutativitása vezet erre az eredményre.)

Az impulzusmomentum (6)

Az impulzusmomentum négyzet operátor :

$$L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$$

Ez az operátor az operátorok mindegyikével felcserélhető, azaz

$$L^2 L_x - L_x L^2 = 0 \qquad L^2 L_y - L_y L^2 = 0$$

$$L^2 L_z - L_z L^2 = 0$$

E ténynek fontos következményei vannak!

Az impulzusmomentum (7) – a *z*-komponens

Az impulzusmomentum *z*-komponensére vonatkozó sajátérték egyenlet:

$$L_z \Psi = k \Psi$$

Az impulzusmomentum operátor z komponensének behelyettesítésével

$$\frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi = k\Psi$$

Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

Az impulzusmomentum (8) – a *z*-komponens

Célszerű áttérni gömbi polárkoordinátákra:

$$x = r\,sin\theta\,cos\varphi \qquad y = r\,sin\theta\,sin\varphi$$

$$z = r\,cos\theta$$

A hullámfüggvény azimut szög szerinti deriváltja:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} = \frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\varphi} + \frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\varphi} + \frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial\varphi} = x\frac{\partial\Psi}{\partial y} - y\frac{\partial\Psi}{\partial x}$$

Az impulzusmomentum (9) – a *z*-komponens

Így az impulzusmomentum operátor:

$$L_z \equiv \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

A sajátérték egyenletet:

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} = k\Psi$$

A megoldás:

$$\Psi = Ae^{i\frac{k}{\hbar}\varphi}$$

Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

Az impulzusmomentum (10) – a *z*-komponens

A szög szerinti periodikusság az jelenti, hogy a

$$\Psi(\varphi + 2\pi) = Ae^{i\frac{k}{\hbar}(\varphi+2\pi)} = Ae^{i\frac{k}{\hbar}\varphi}e^{i\frac{k}{\hbar}2\pi}$$
$$= \Psi(\varphi)$$

összefüggés akkor teljesül (lásd első sor utolsó tényező), ha

$$m = \frac{k}{\hbar} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Azaz az impulzus momentum z-komponense csak a $\hbar$ egészszámú többszöröse lehet:

$$k = m\hbar$$

Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

Az impulzusmomentum (11) – négyzete

Az impulzusmomentum négyzete sajátérték-problémája az

$$L^2\Psi = K\Psi$$

egyenlettel fogalmazható meg. Gömbi koordinátákra célszerű áttérni, amellyel

$$L^2 = -\hbar^2\left(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + ctg\theta\,\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)$$

Érdekes megállapítani, hogy *r*-től független. Hosszú számolás után:

$$K = \hbar^2 l(l+1) \quad (l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

Az impulzusmomentum (12) – négyzete

A megfelelő sajátfüggvény:

$$Y_l^m(\theta,\varphi) = sin^{|m|}\theta\ P_l^m(cos\theta)e^{im\varphi}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

valamint a P_l^m függvények $l - |m|$ -ed fokú polinomok.

A hidrogénatom (1)

A protonból és elektronból álló rendszeren belül a Coulomb-kölcsönhatás működik :

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

A Laplace-operátort gömbi koordinátákban írva a

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} + ctg\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} + \frac{1}{sin^2\theta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2}\right) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V(r))\Psi = 0$$

Schrödinger-egyenletet kapjuk. A sajátérték egyenlet megoldása szolgáltatja a hidrogénatom lehetséges energiaszintjeit, a sajátfüggvényeknek az elektronok megtalálási valószínűségéhez van közük.

A hidrogénatom (2)

A megoldás szétválasztható egy csak *r*-től függő és egy csak szögektől függő két függvény szorzatára, azaz

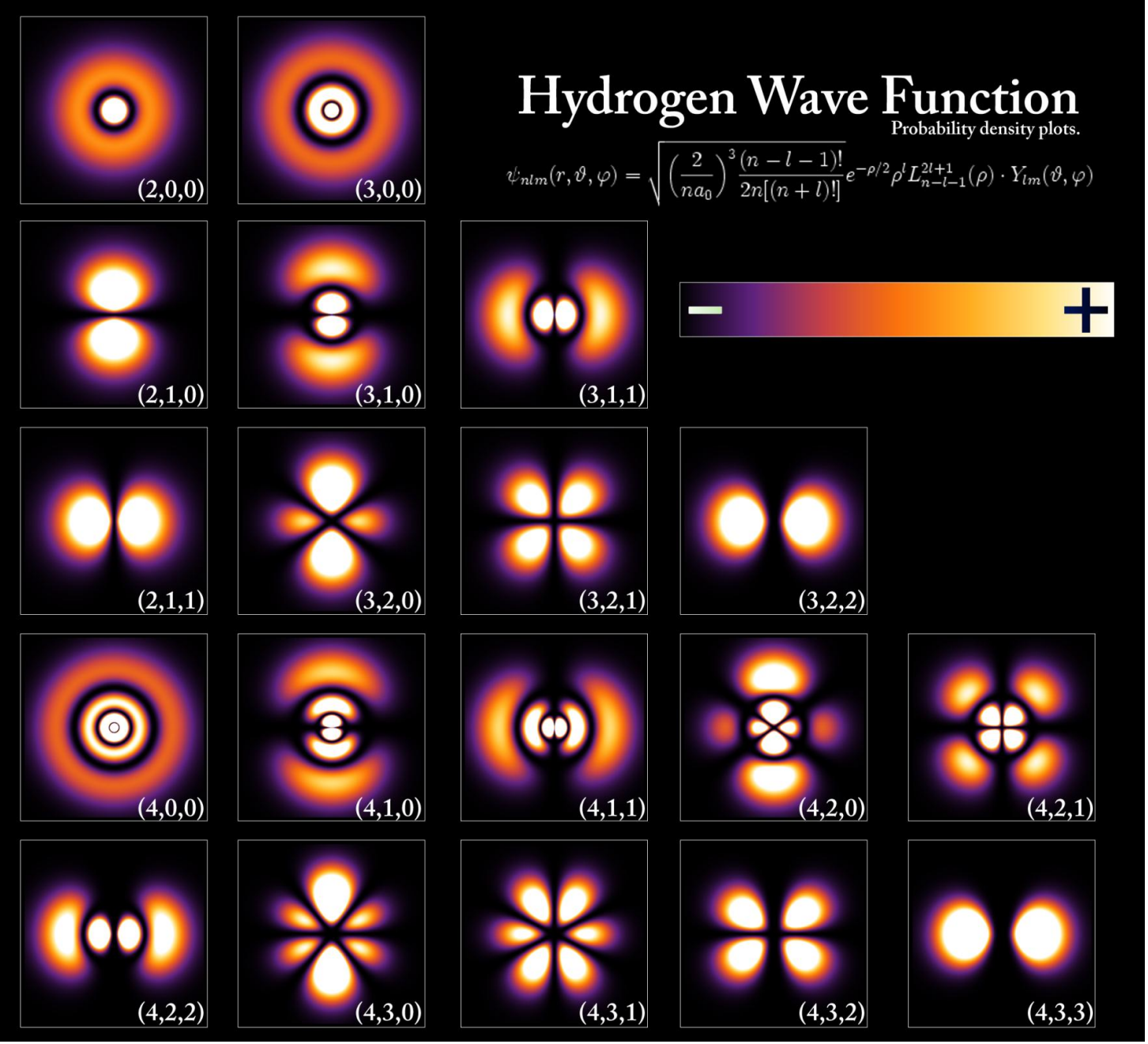
$$\Psi(r,\theta,\varphi) = F(r)Y(\theta,\varphi)$$

Bevezetve az $R(r) = r\mathrm{F}(r)$ függvényt a

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{2mV(r)}{\hbar^2} - \frac{l(l+1)}{r^2}\right]R = 0$$

differenciálegyenlet adja a radiális megoldást.

n: főkvantumszám
l: mellékkvantumszám
m: mágneses kvantumszám



Az elektron tartózkodási valószínűsége: nagyobb a (+), kisebb a (-) jelek irányában.

Az időfüggő Schrödinger-egyenlet (állapotegyenlet) (1)

A hamiltoni kanonikus formalizmus alapján az energia és az idő között hasonló kapcsolat áll fenn, mint a koordináta és az impulzus között. Ez alapján a

$$t \rightarrow t \quad E \rightarrow -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}$$

„operátorok” közötti megfeleltetéseket tesszük. Ekkor a felcserélési törvény immár ezekkel a mennyiségekkel:

$$[-E, t] = (-E)t - t(-E) = \frac{\hbar}{i}$$

Az időfüggő Schrödinger-egyenlet (állapotegyenlet) (2)

Az időfüggő Schrödinger-egyenletet (állapotegyenlet) úgy kapjuk, hogy az *E* helyére a fenti operátort helyettesítjük, azaz

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi$$

vagy

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + V(x,y,z)\Psi$$

A kontinuitási egyenlet (1)

Tekintsük az állapotegyenlet

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi+V\Psi=0$$

alakját, valamint ennek az egyenletnek a komplex konjugáltját

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi^*}{\partial t}-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi^*+V\Psi^*=0$$

A kontinuitási egyenlet (2)

Az első egyenletet Ψ^*-gal, a másodikat Ψ -vel szorozva, majd az első egyenletből a másodikat kivonva:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\boldsymbol{j} = 0$$

Ez egy kontinuitási egyenlet, ahol

$$\rho = \Psi^* \Psi$$

a valószínűségi sűrűség

$$\boldsymbol{j} = \frac{i\hbar}{2m}(\Psi grad\Psi^* - \Psi^* grad\Psi)$$

a valószínűségi áramsűrűség

Az Ehrenfest-tétel

A kvantummechanika és a klasszikus mechanika kapcsolatát tükrözi, és egyben rávilágít a klasszikus mechanika érvényességi határaira is.

A klasszikus mechanika szerint a pontszerűnek tekintett részecske mozgása, mint pl. egy elhajított test mozgása gravitációs térben, egy rúgón rezgő test vagy akár egy elektron mozgása elektroncsőben, katódsugárcsőben, kiválóan leírható, azaz a kinematikai mennyiségek, a pálya adatai pontosan kiszámolhatók. Más kísérletek tanulsága szerint azonban a részecske pályája és adott pillanatbeli helyzete már csak a valószínűségek nyelvén fogalmazható meg. (Lásd a részecske-hullám kettős viselkedéssel kapcsolatos kétréses kísérlet.) Szokás azt mondani, hogy az „elkent” elektron nem lokalizálható egy pontra (csak a tartózkodási valószínűség adható meg), tehát kvantummechanikai leírás szükséges. Mit mondhatunk a két megközelítés egymáshoz való viszonyáról? Ez utóbbi esetben a gyorsulás kiszámolható, majd a Schrödinger-egyenlet használatával belátható, az elektron (vagy más részecske) úgy mozog, hogy gyorsulásának a részecske tömegével való szorzata a részecskére hatóerő középértékével egyenlő, azaz a kvantummechanikai leírás határeseteként, a $\hbar \to 0$ feltétel mellett, a klasszikus mozgás leírásához jutunk.

A Heisenberg-féle határozatlansági reláció (1)

Olyan állapotok nem léteznek, amelyekben egyidejűleg minden (az összes) mennyiség pontos értéket vesz fel. A matematikai ok: közös sajátfüggvényeik csak felcserélhető operátoroknak vannak, ahogy ezt rögtön ellenőrizhetjük is. Legyen *A* és *B* két operátor ugyanazzal a sajátfüggvény-rendszerrel:

$$A\Psi = a\Psi \qquad B\Psi = b\Psi$$

Ekkor $$AB\Psi = Ab\Psi = bA\Psi = ba\Psi = ab\Psi$$
$$= aB\Psi = Ba\Psi = BA\Psi$$

Azaz

$$(AB - BA)\Psi = 0$$

A Heisenberg-féle határozatlansági reláció (2)

Ha a Ψ állapotfüggvény az A operátornak nem sajátfüggvénye, akkor az A által leírt fizikai mennyiség méréssel meghatározott lehetséges értékére közül bármelyiket megkaphatjuk. Minél távolabb van a rendszer sajátállapottól, annál határozatlanabb kérdéses fizikai mennyiség értéke. A közepes eltérést

$$\Delta A = (\Psi, [A - \bar{A}]^2 \Psi)^{1/2}$$

Hasonlóképpen az A-val nem felcserélhető B operátorra is

$$\Delta B = (\Psi, [B - \bar{B}]^2 \Psi)^{1/2}$$

A Heisenberg-féle határozatlansági reláció (3)

Mivel most a két operátor egymással nem felcserélhető, így

$$AB - BA = C \neq 0$$

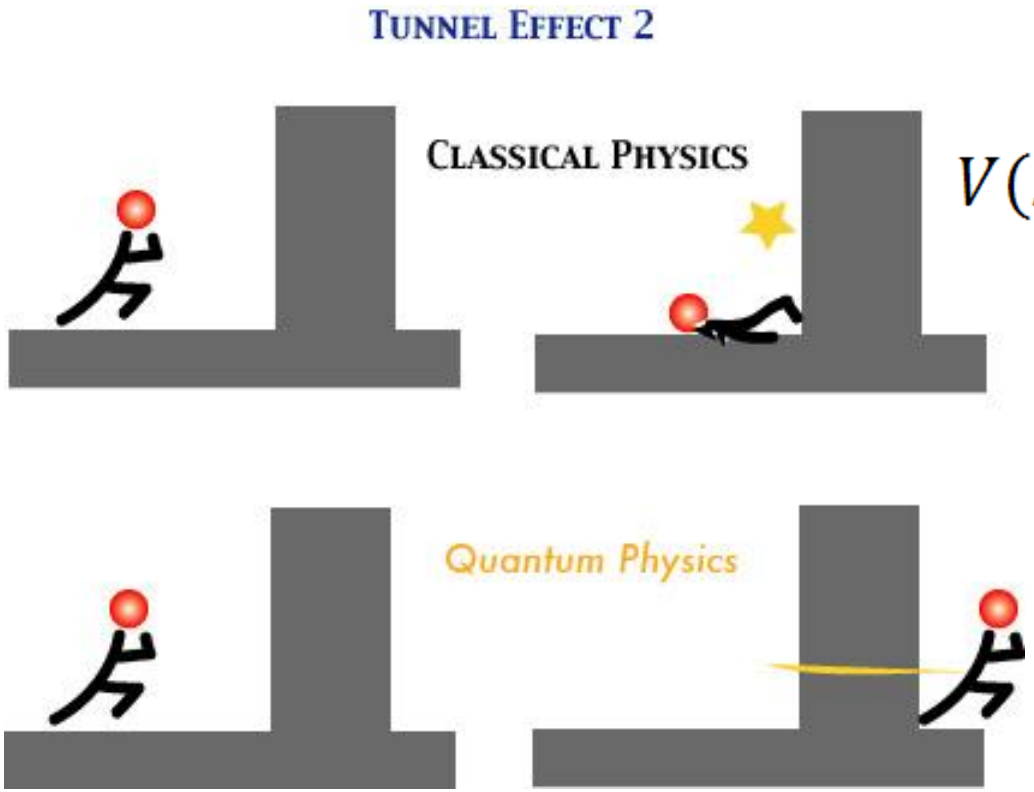
Ebből következik, hogy

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{\hbar}{2}$$

határozatlansági reláció. Az egymással nem felcserélhető operátorokhoz tartozó fizikai mennyiségek egyidejűleg nem határozhatók meg tetszőleges pontossággal.

Az alagúteffektus (1)

Érkezzen egy E mozgási energiájú részecske a d szélességű V_0 egyenletes magasságú akadályhoz. A klasszikus mechanika szerint, ha $E < V_0$, akkor a részecske visszapattan.



$$V(x) = V_0, \quad 0 \leq x \leq d$$

Mit mond erről a kvantummechanika?

Az alagúteffektus (2)

A tartományokra felírható Schrödinger-egyenletek sorra:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} = E\Psi \quad x \leq 0$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} + V_0\Psi = E\Psi \quad 0 \leq x \leq d$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} = E\Psi \quad d \leq x$$

Az alagúteffektus (3)

Az egyenletek megoldásából a hullámfüggvények a három tartományban:

$$\Psi(x) = e^{ikx} + re^{-ikx} \quad x \leq 0$$

$$\Psi(x) = Ae^{-\kappa x} + Be^{\kappa x} \quad 0 \leq x \leq d$$

$$\Psi(x) = te^{ikx} \quad d \leq x$$

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \qquad \kappa = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$$

Az alagúteffektus (4)

A hullámfüggvény és deriváltjának a határokon történő folytonossága miatt:

$$1 + r = A + B$$

$$te^{ikd} = Ae^{-\kappa d} + Be^{\kappa d}$$

$$ik(1 - r) = \kappa(-A + B)$$

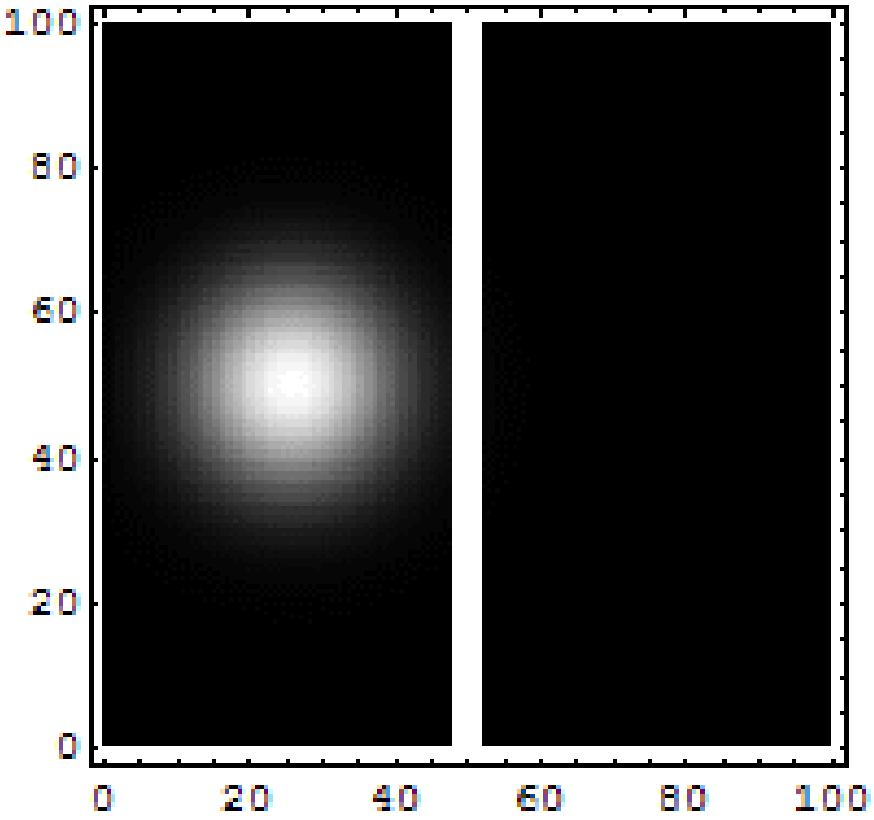
$$ikte^{ikd} = \kappa(-Ae^{-\kappa d} + Be^{\kappa d})$$

Az alagúteffektus (5)

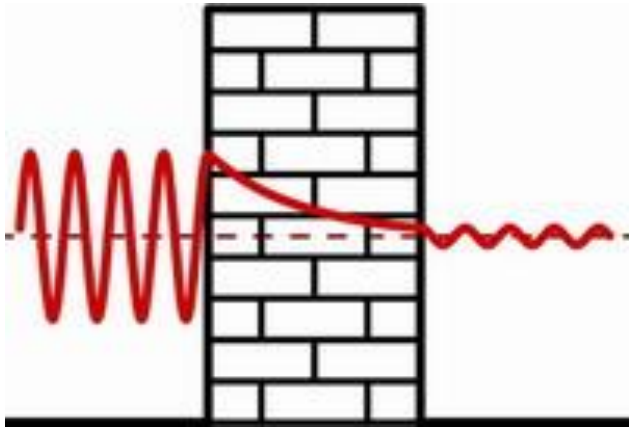
Innen az áthaladás valószínűsége:

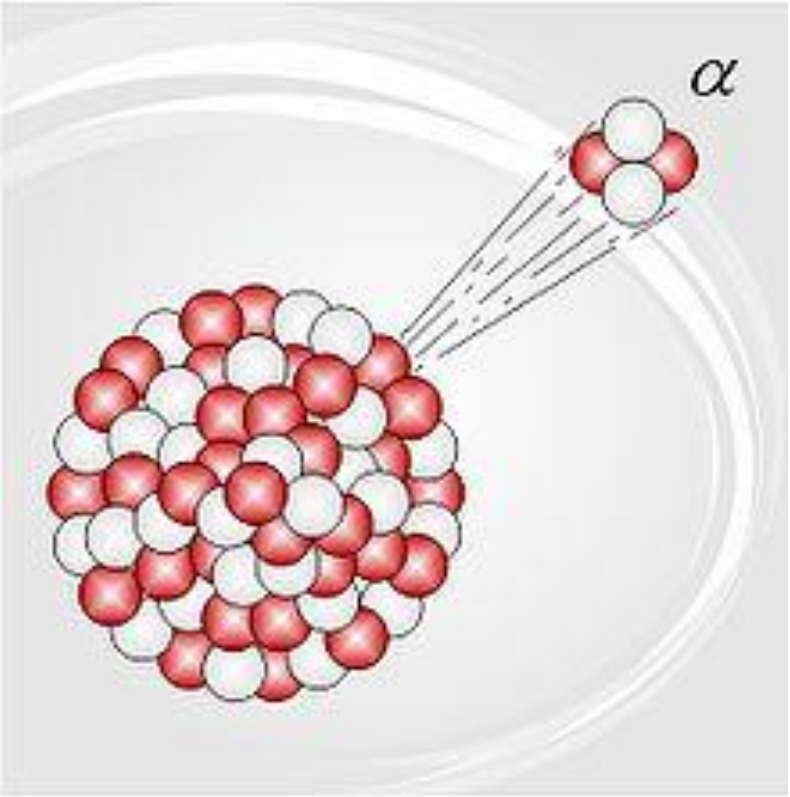
$$t^2 = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} sh^2(\kappa d)}$$

amely nem zérus a $E < V_0$ esetben sem!



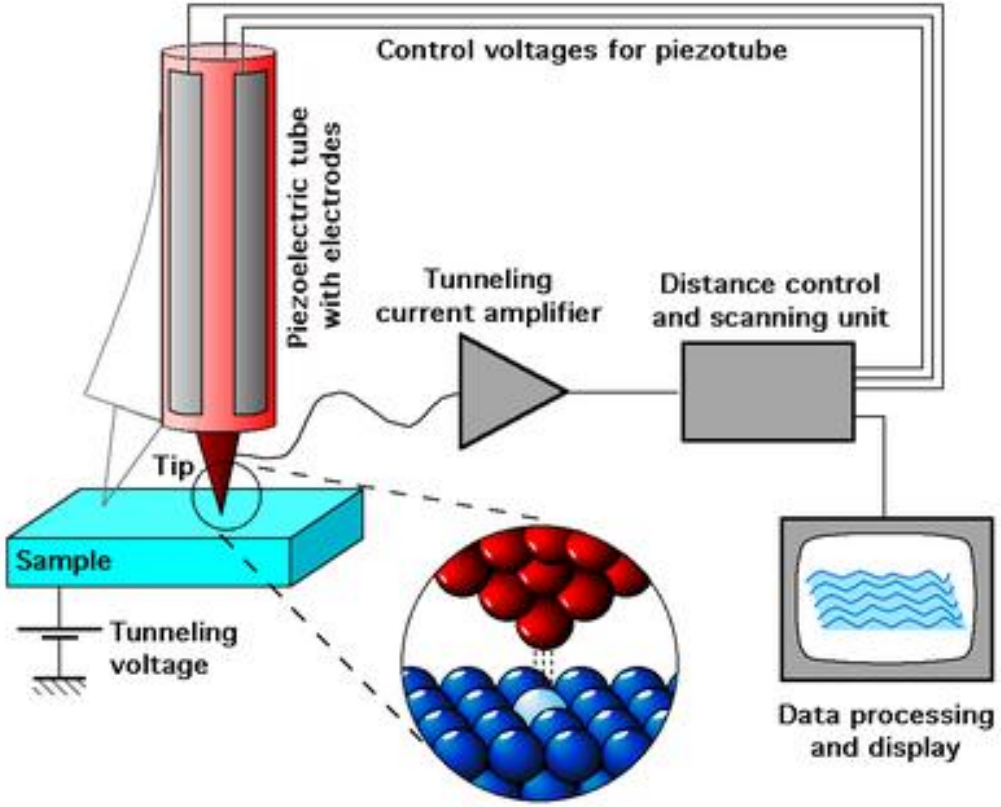
Az alagúteffektus (6) – alfa bomlás





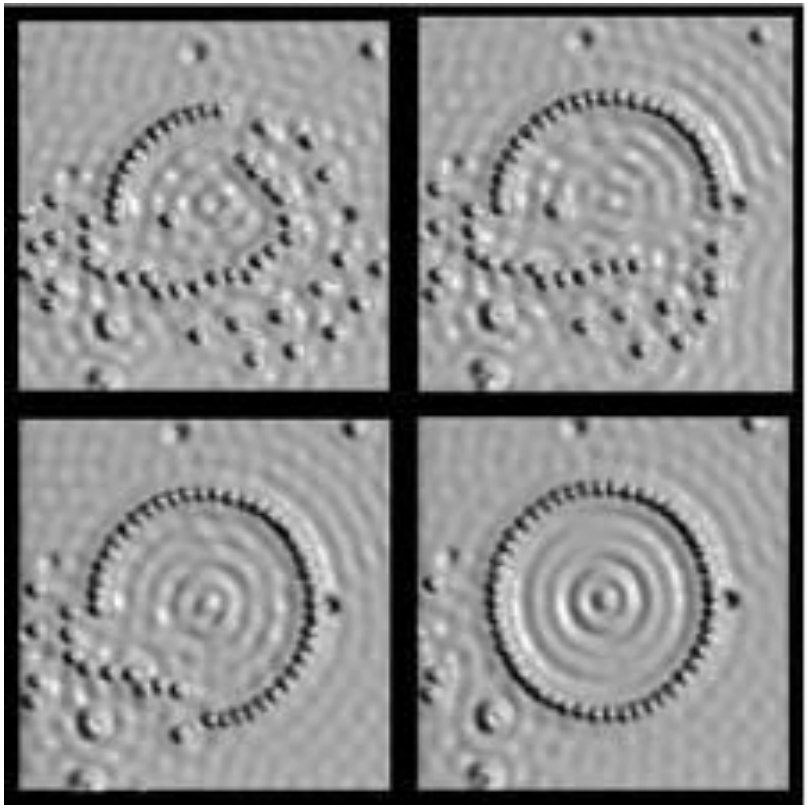
Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

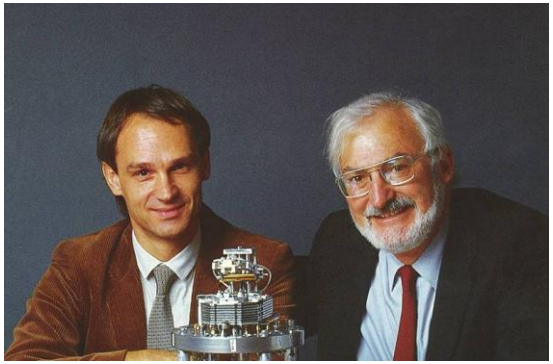
Pásztázó alagútmikroszkóp (1)



- Egy 3D piezo mozgató segítségével egy hegyes tűt mozgatunk egy fémes felület fölött.
- Konstans feszültségnél a minta és a tű közötti alagútáramot mérjük. XY irányú "pásztázás" közben Z irányban úgy mozgatjuk a tűt, hogy az alagútáram konstans maradjon. A Z(XY) függés a minta felületi topográfiáját adja meg akár atomi felbontással.

Pásztázó alagútmikroszkóp
(Scanning tunneling microscope, STM)

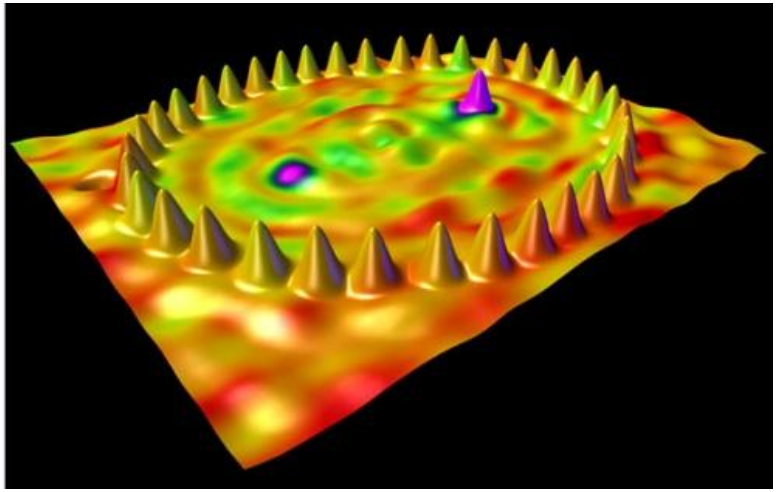




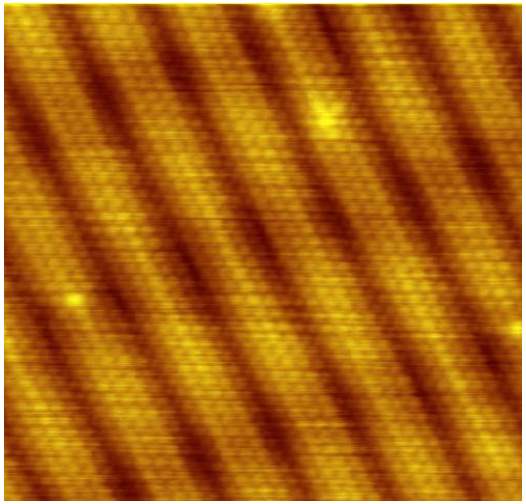
Gerd Binnig,
Heinrich Rohrer
Nobel díj 1986.

- Akár egy ollóval elvágott PtIr vagy W tűvel is készíthetünk jó STM képet
- Az STM tű segítségével atomokat tologathatunk a felszínen ("Quantum corral")
  - 48 kört alkotó Fe atom egy Cu felületen. A kör belsejében állóhullámok látszanak.

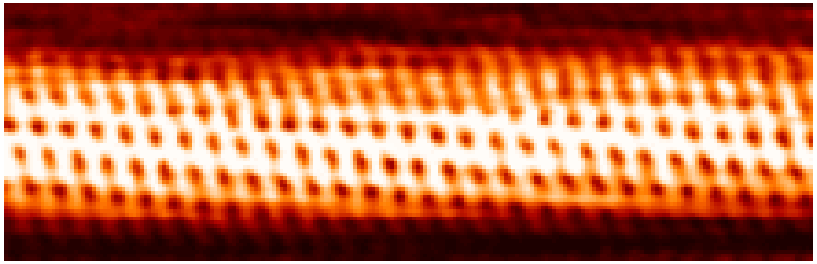
Pásztázó alagútmikroszkóp (3)



•36 ellipszist alkotó Co atom, + 1 Co atom az egyik fókuszpontban, aminek a hatása a másik fókuszpontban is látszik. (Manoharan et al., in Nature, 2000)

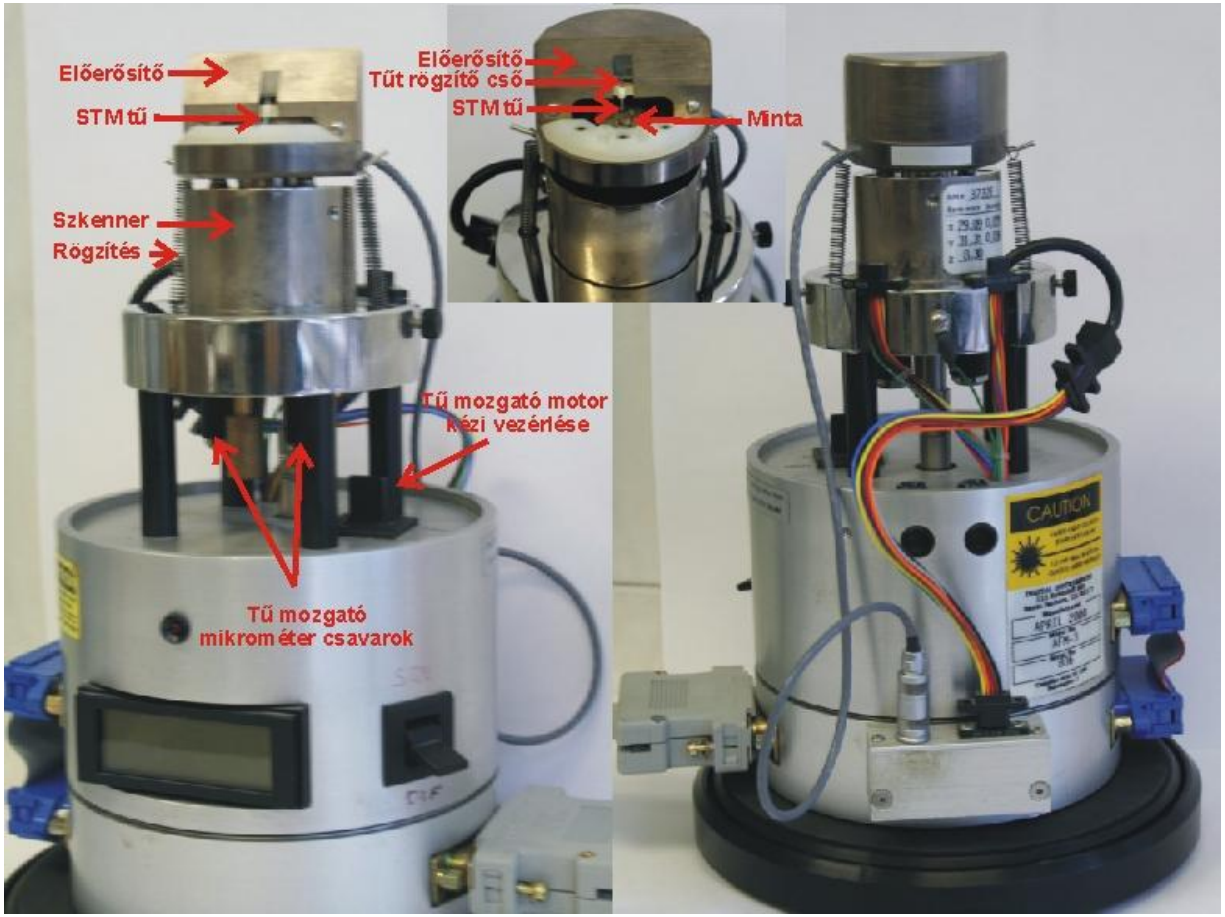


Arany (100) felületi átrendeződésének atomi felbontású STM képe

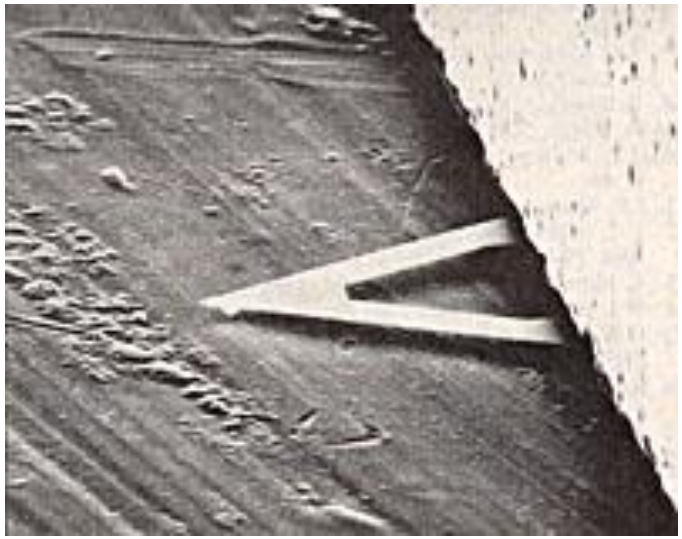


Egyfalú szén nanocső STM képe

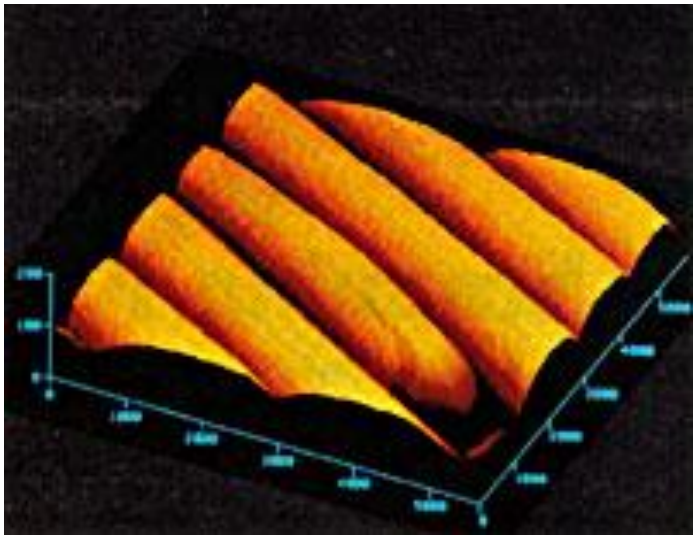
Pásztázó alagútmikroszkóp (4)



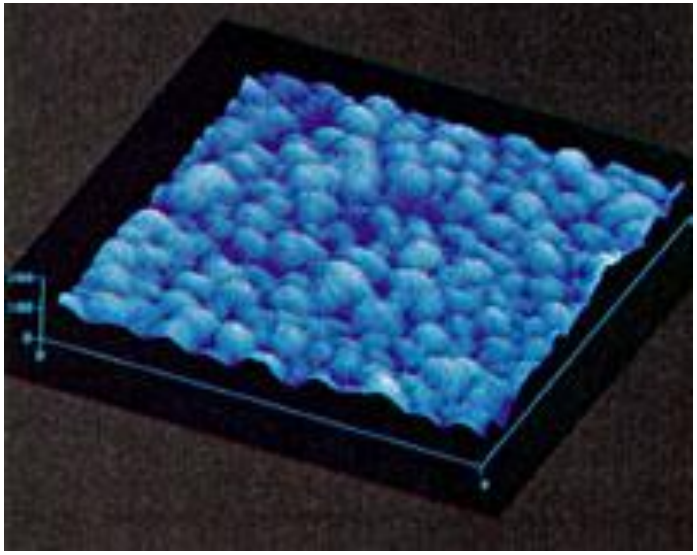
KFKI MFA



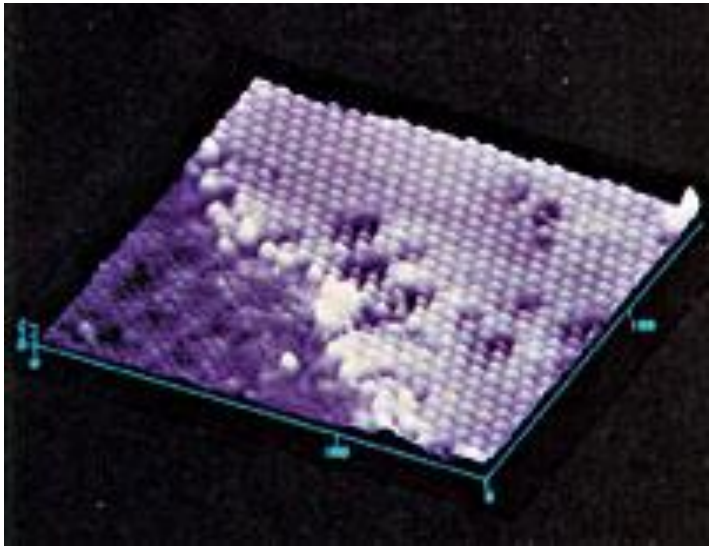
Letapogató hegy



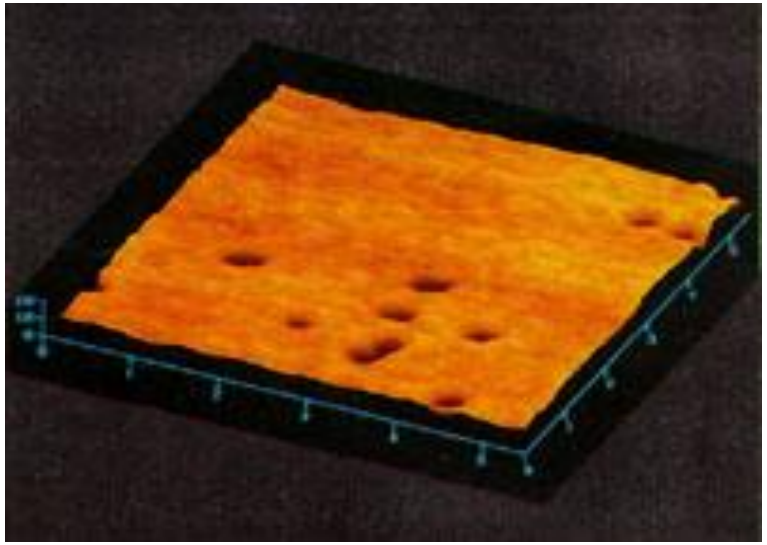
Au-nyal bevont Si



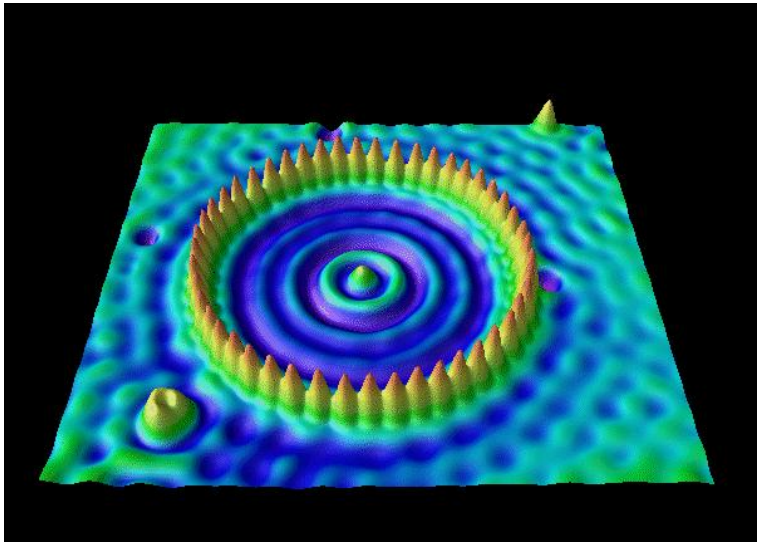
As-nal kevert Si



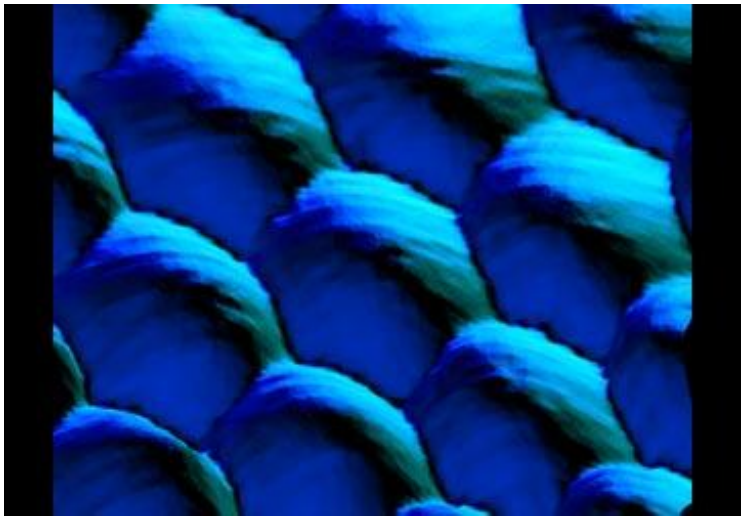
Ga Si-felületen



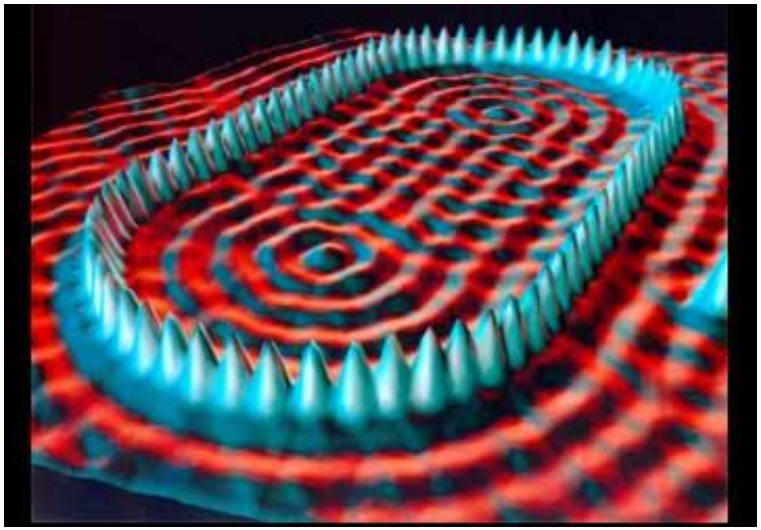
SiO2 lyukhibák



Cu(111)+48 Fe atom



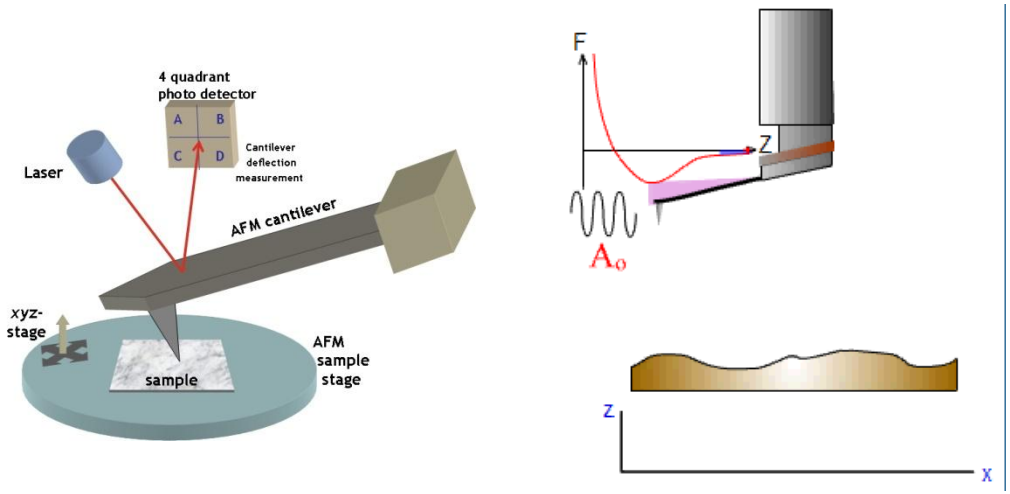
Platina felület



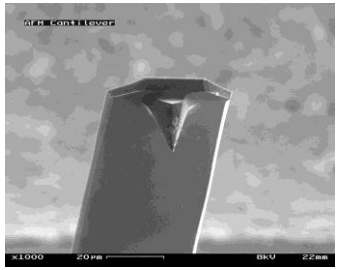
Cu(111)+48 Fe stadion

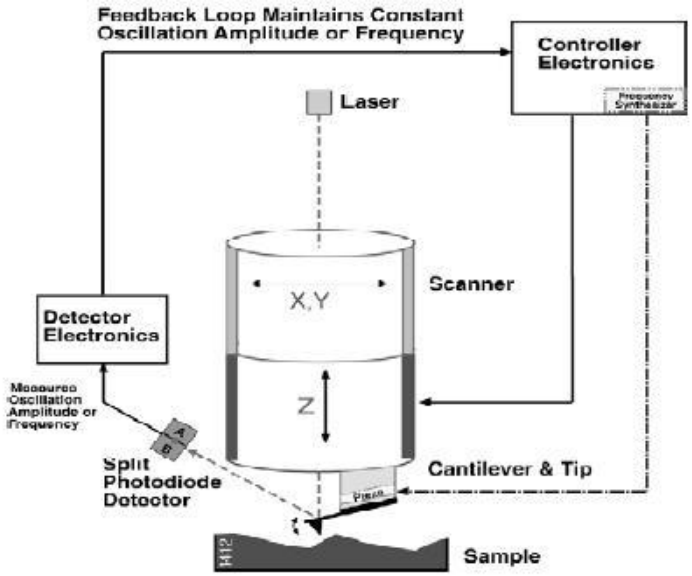
Atomi erő mikroszkóp
(Atomic Force Microscope, AFM)

Egy 3D piezo mozgató segítségével egy finom cantilever (laprugó) végén levő hegyes tűt mozgatunk a vizsgált felület fölött. A cantilever "meghajlását" általában a cantileverről visszavert lézersugár és egy fotodetektor segítségével mérjük.



100 μm





Atomi erő mikroszkóp (2)

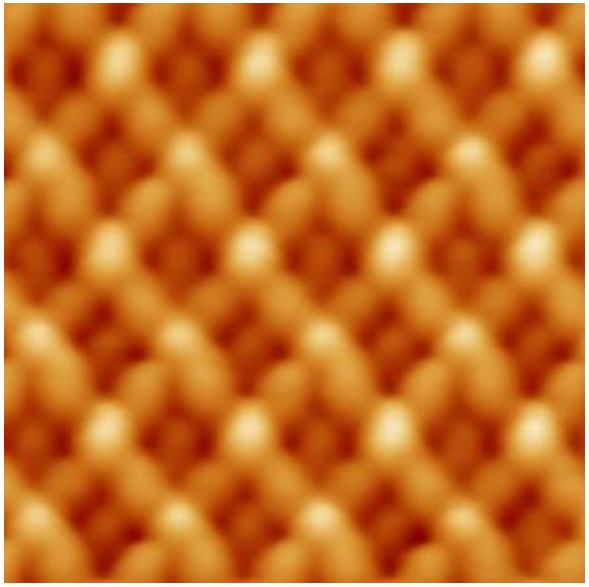
- Egy 3D piezo mozgató segítségével egy finom cantilever (laprugó) végén levő hegyes tűt mozgatunk a vizsgált felület fölött. A cantilever "meghajlását" általában a cantileverről visszavert lézersugár és egy fotodetektor segítségével mérjük.

- "Non-contact mode": a cantilevert a minta fölött a sajátfrekvenciája környékén rezgetjük. A minta és a tű közötti erőhatás megjelenése miatt a sajátfrekvencia elhangolódik. Az XY szkennelés közben a tűt Z irányban úgy mozgatjuk, hogy a rezgés amplitúdója (v. fázisa) konstans maradjon. A Z(XY) függés megadja a felület topográfiáját, akár atomi felbontással.

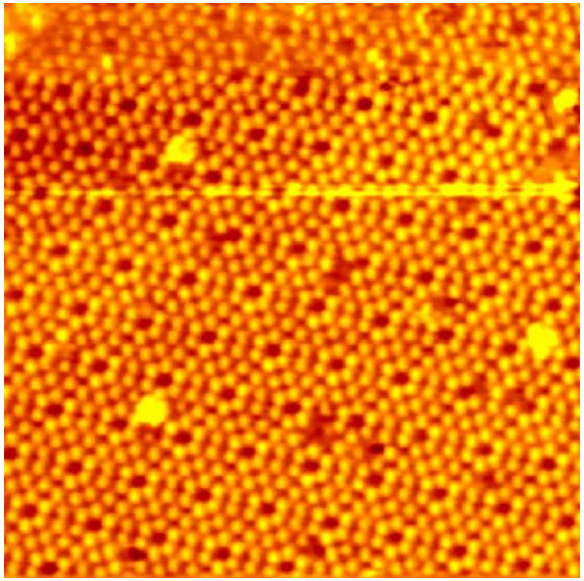
- "Contact mode": a cantilevert folyamatosan a mintához nyomjuk. XY mozgatás közben a Z pozíciót úgy változtatjuk, hogy a cantilever meghajlása (és így a minta és a tű közötti taszító erő) konstans maradjon.

- AFM-el nem fémes felületek is tanulmányozhatók!

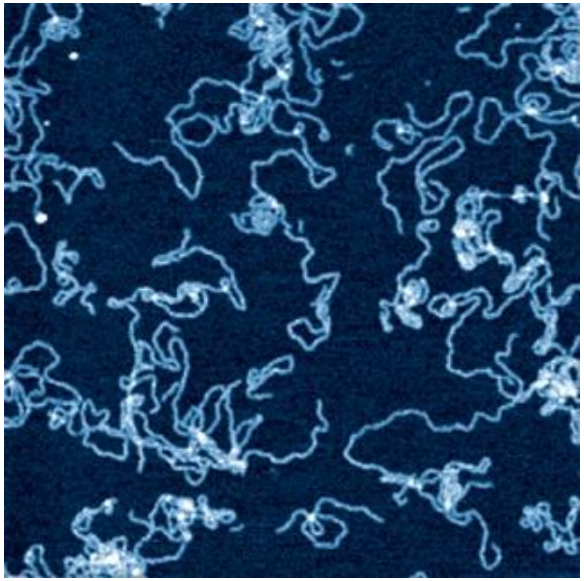
Atomi erő mikroszkóp (3)



Ge/Si (105)
by NC-AFM



Si (111) 7x7
by NC-AFM



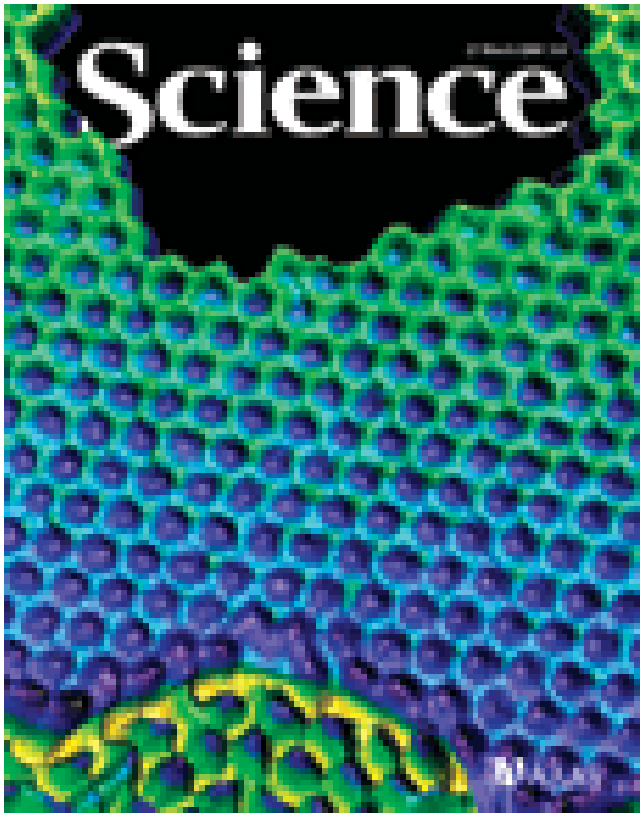
AFM image
of DNA

Pásztázó és transzmissziós elektron mikroszkóp
(Scanning electron microscope, SEM / Transmission electron microscope, TEM)

- SEM (Scanning Electron Microscope; pásztázó): fókuszált elektronnyalábbal pásztázzuk a mintát, és a visszaszórt elektronokat, másodlagos elektronokat, a keltett röntgen sugárzást v. fényt detektáljuk. 1-5 nm felbontás érhető el. A minta felülete elektromosan vezető kell, hogy legyen a töltés felhalmozódás elkerülése végett. (Szigetelőkön vékony fémes bevonatot kell létrehozni.)

- TEM (Transmission Electron Microscope; transzmissziós): egy elektronsugár egy ultra vékony mintán transzmittálódik, a transzmittált nyaláb képét nagyítás után egy képernyőre / CCD kamerára vetítjük. Akár atomi felbontás is elérhető.

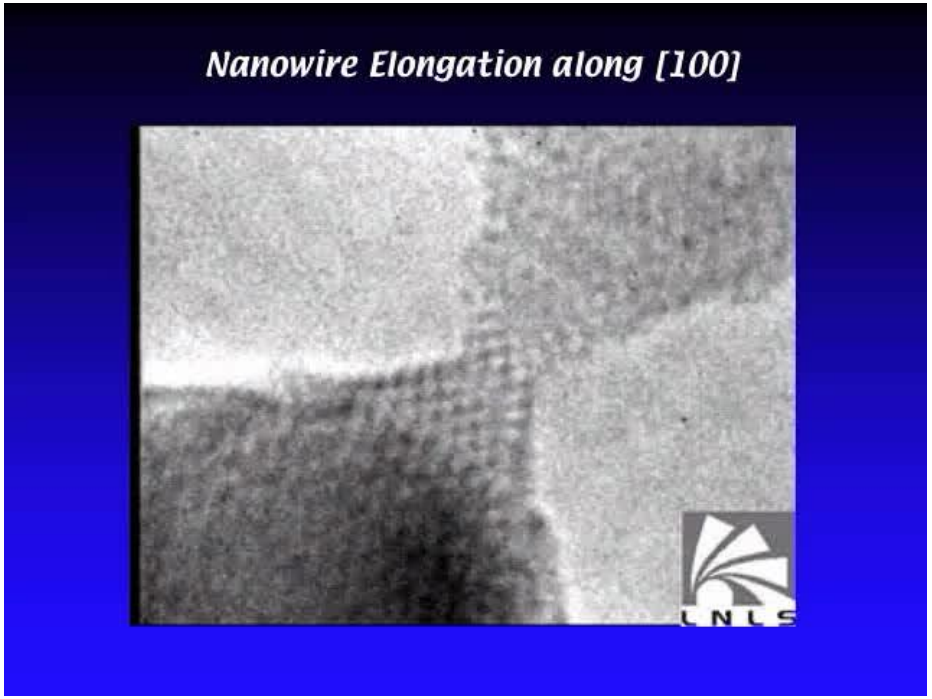
Pásztázó és transzmissziós elektronmikroszkóp (2)

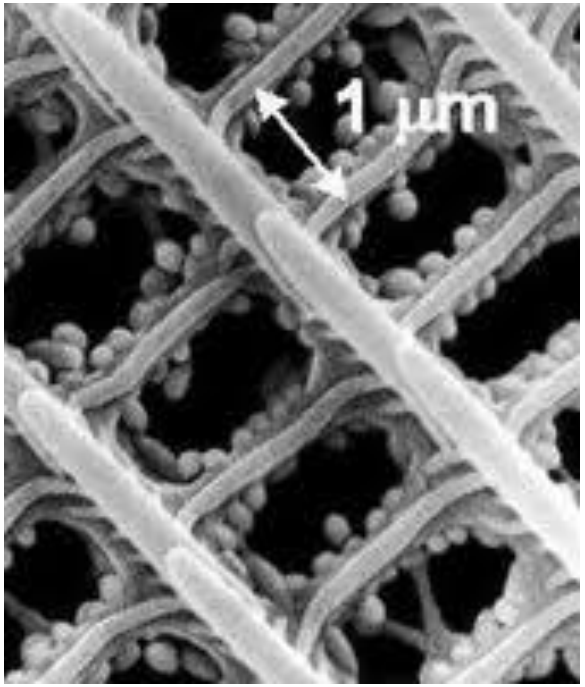


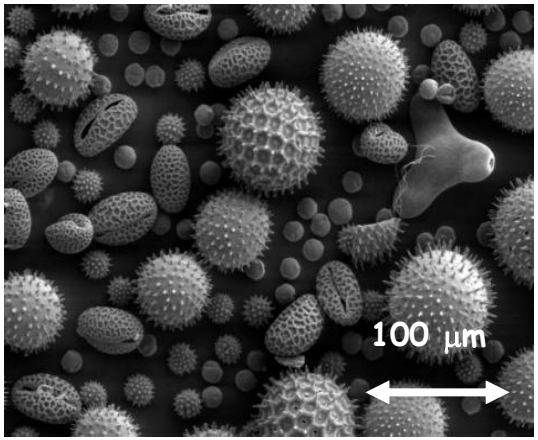
Graphene hole
(real-time TEM)

Girit et al. Science **323,** 1705 (2009)

Pásztázó és transzmissziós elektronmikroszkóp (3)







Lepkeszárny (SEM)

Elektronsugár litográfia (E-beam lithography) (1)

JEOL 848 + Raith Elphy Quantum

Egy pásztázó elektronmikroszkópot egy író egysége-gel egészítünk ki, mely az egyszerű raszter-szkennelés helyett tetszőleges, általunk tervezett pálya mentén mozgatja az elektronsugarat.

Elektronsugár litográfia (E-beam lithography) (2)

A hordozóra (pl. Si lapka) fotoreziszt anyagot viszünk fel (pl. PMMA).

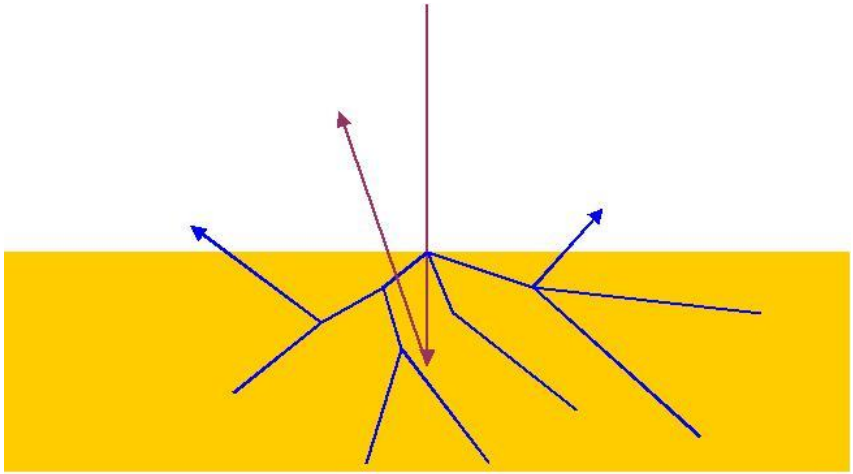
A tervek alapján végigpásztázzuk a rezisztet elektronnyalábbal.

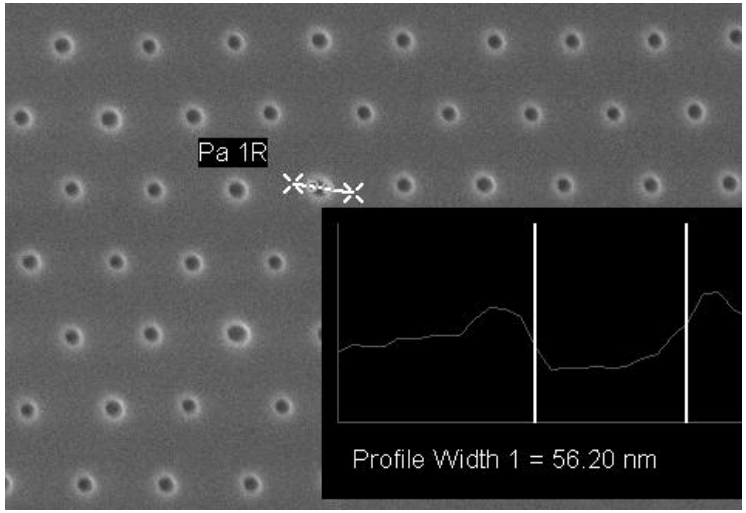
A rezisztben megvilágítás hatására megváltoznak a kötések, így a megvilágított rész az előhívóval könnyen feloldható és eltávoltítható. (Negatív reziszt esetén a meg nem világított rész oldódik az előhívóban)

Előhívás után fémet párologtatunk a felületre. A megvilágított részeken a fém a hordozóra, amúgy a reziszt tetejére kerül.

Megfelelő anyaggal a megmaradt rezisztet, és így a tetején levő fém réteget is eltávolítjuk, így csak a megvilágított helyeken maradnak fém nanostruktúrák.

Elektronsugár litográfia
(Felbontás, InAs nanoáramkörök gyártása)



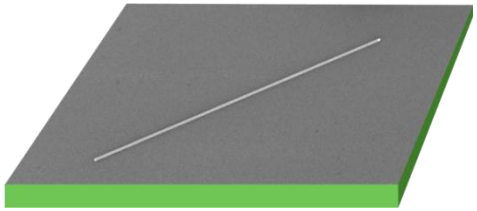


Ugyan az elektronsugarat pár nm átmérőre fókuszálhatjuk, a rezisztben keltett másodlagos elektronok diffúziójuk során további kötéseket törnek fel a rezisztben. Emiatt az elektronsugár mikroszkópia felbontásánál a litográfia felbontása egy nagyságrenddel rosszabb (>20nm).

Elektronsugár litográfia
(Felbontás, InAs nanoáramkörök gyártása)

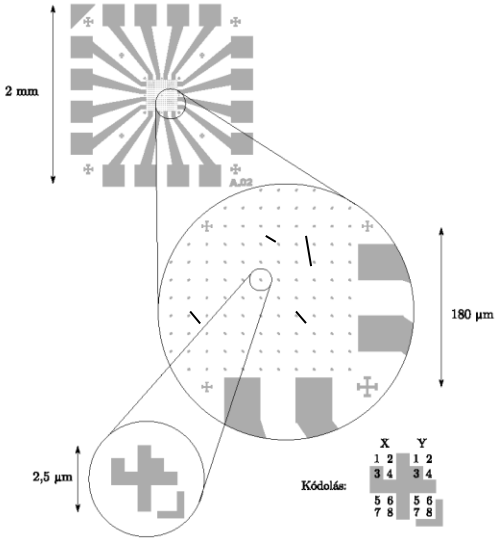
Példa:

1. InAs nanovezetékek növesztése.

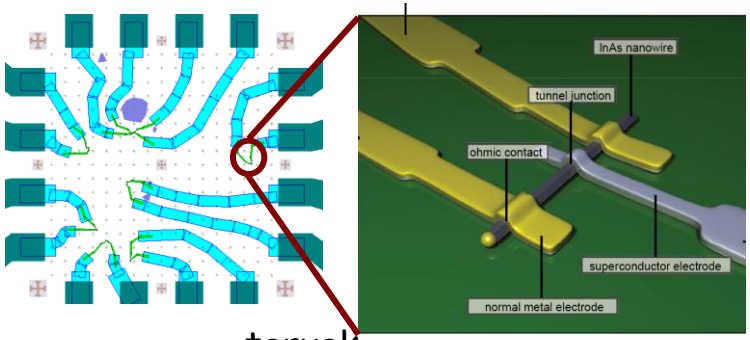


2. A nanovezetékeket terítjük a hordozón.

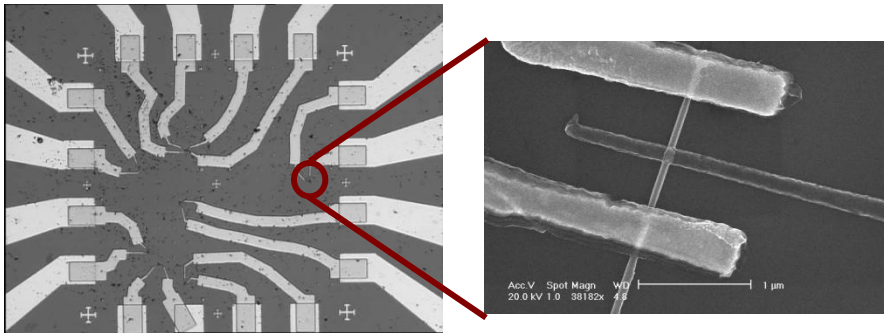
3. Fénymikroszkóppal meghatározzuk a kontaktálni kívánt nanovezetékeket a hordozón előre létrehozott markerekhez viszonyítva.



4. Megtervezzük, és az ismertetett módszerrel legyártjuk a nanoáramköröket. A markerek segítségével illesztünk.



tervek



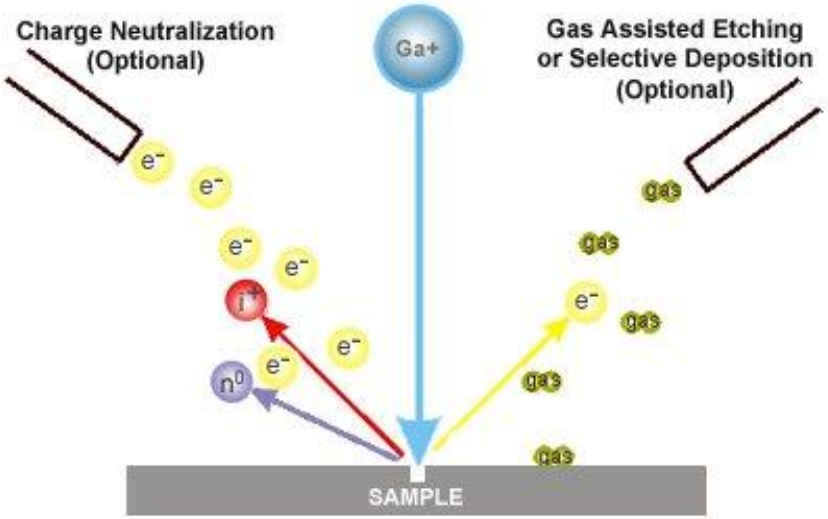
SEM képek az elkészült eszközről

Fókuszált ion sugár (Focused ion beam, FIB) (1)

· A mintát fókuszált ionokkal (általában Ga^+, 5-50 keV energia) bombázzuk, aminek hatására a felületet másodlagos ionok vagy semleges atomok, illetve elektronok hagyják el. A módszert használhatjuk anyagmegmunkálásra (>10 nm felbontás) illetve a másodlagos ionok és elektronok detektálásával képet is készíthetünk a felületről.

• Nem vezető minta esetén érdemes elektronokkal is bombázni a felületet a töltések semlegesítésére. Ezzel a módszerrel szigetelő mintákat is vizsgálhatunk a felület fémes bevonása nélkül (lásd SEM).

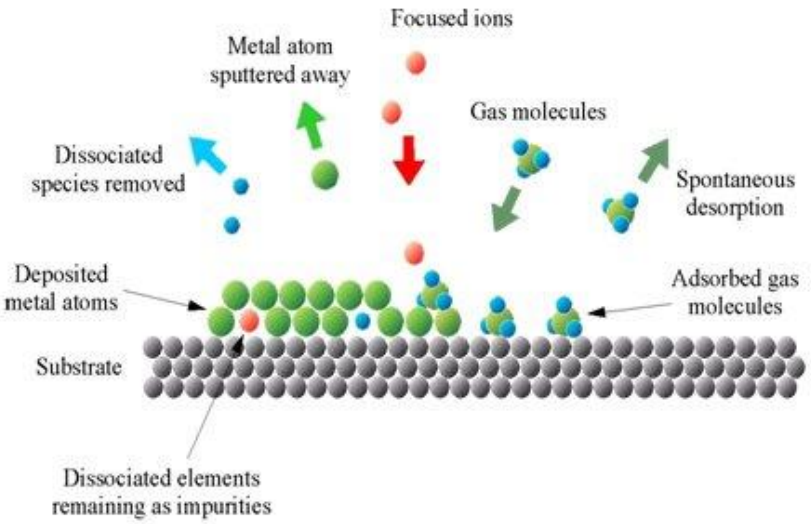
• Erősen destruktív módszer, a felületről atomokat távolít el, és a Ga be is épülhet a felületbe.



Fókuszált ion sugár (Focused ion beam, FIB) (2)

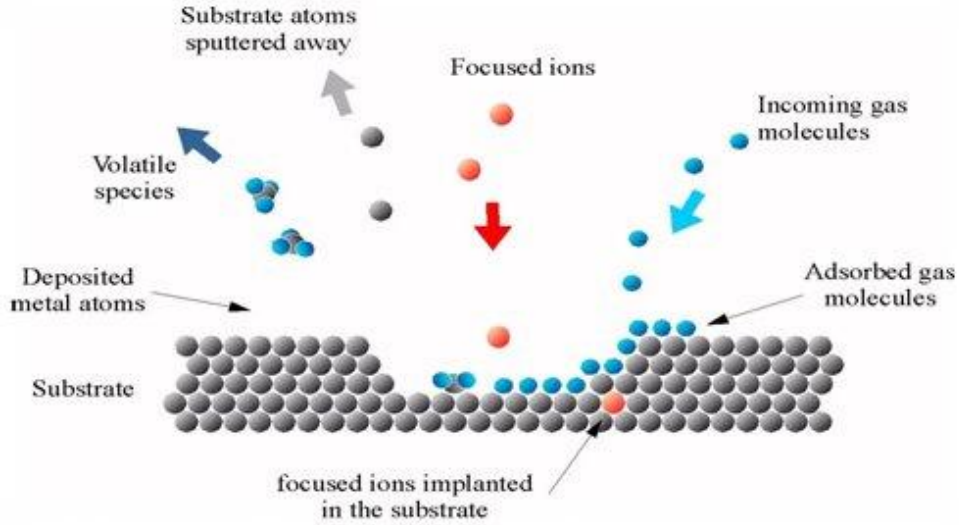
További felhasználások:

· FIB-assisted chemical vapor deposition (pl. $W(CO)_6$ molekulákkal volfrám felvitele a felületre.
Pt, Co, Au, C szintén felvihető)



1. Adsorption of the precursor molecules on the substrate
2. Ion beam induced dissociation of the gas molecules
3. Deposition of the material atoms and removal of the organic ligands

• Gas assisted FIB-etching



1. Adsorption of the gas molecules on the substrate
2. Interaction of the gas molecules with the substrate
   Formation of volatile and non volatile species
3. Evaporation of volatile species and sputtering of non volatile species

Fókuszált ion sugár (Focused ion beam, FIB) (3)

• He ion mikroszkóp (kevésbé destruktív, jobb felbontás)

Párologtatási módszerek, MBE (Molecular Beam Epitaxy)

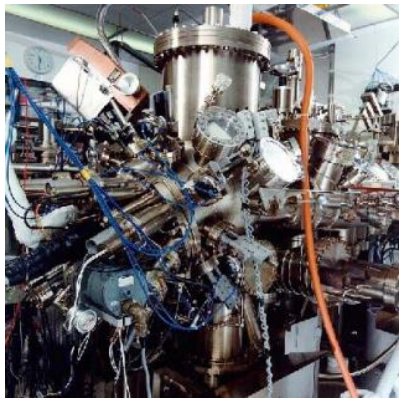
• Fizikai gőzfázisú leválasztás (Physical Vapour Deposition, PVD)
A forrásanyagot nagy vákuumban párologtatással vagy porlasztással a gőztérbe viszik, és leválasztják a szubsztrátumra.

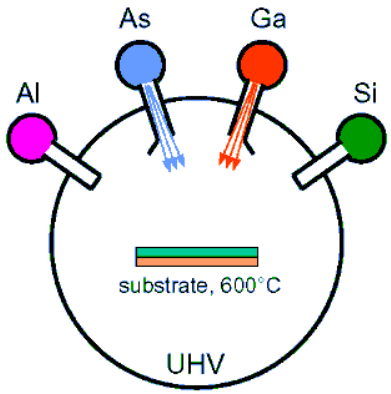
- Ahhoz, hogy a leválasztott anyag az energetikailag kedvező helyeket megtalálja a szubsztrát fűtésére van szükség
- Forrásanyag párologtatása: ellenállásfűtéssel, v. elektronsugárral (e-gun evaporation), vagy lézerimpulzussal (laser ablation PVD)
- Forrásanyag porlasztása (sputtering) pl. Ar^+ ionokkal

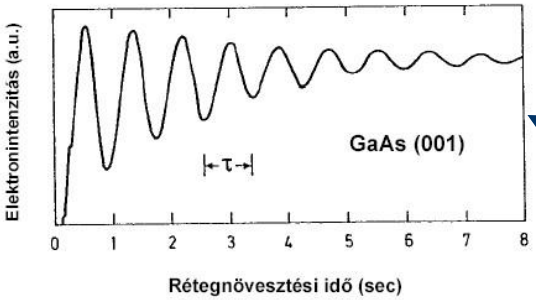
Párologtatási módszerek, MBE

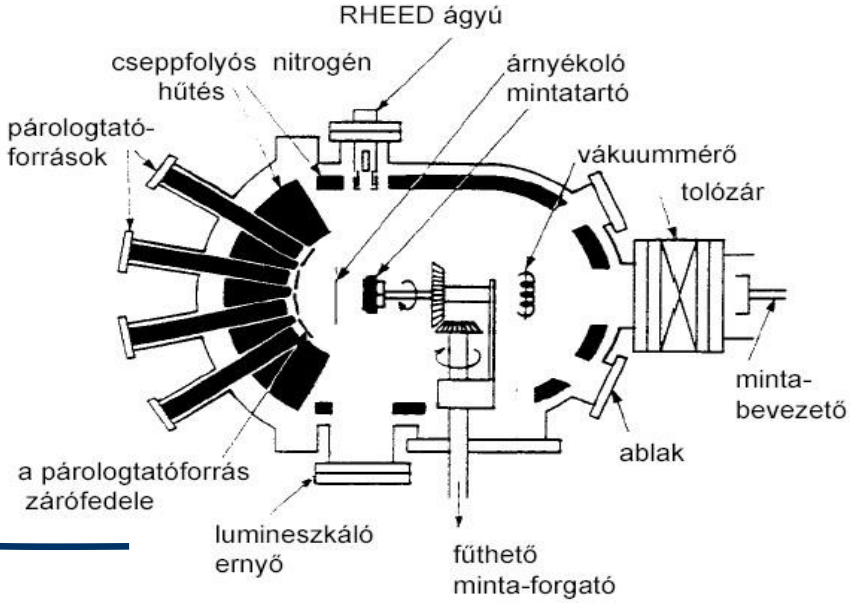
Molekulasugaras epitaxiális rétegnövesztés (Molecular Beam Epitaxy, MBE)

Igen tiszta körülmények (<10^{-10} mbar nyomás) + fűtött hordozó + forrásanyag jól kontrolált leválasztása (e-gun) -> egykristályos epitaxiális rétegek növeszthetők ~1 réteg/s sebességgel. Rétegek in situ számlálása nagyenergiájú reflexiós elektrondiffrakcióval (Reflected High Energy Electron Diffraction, RHEED



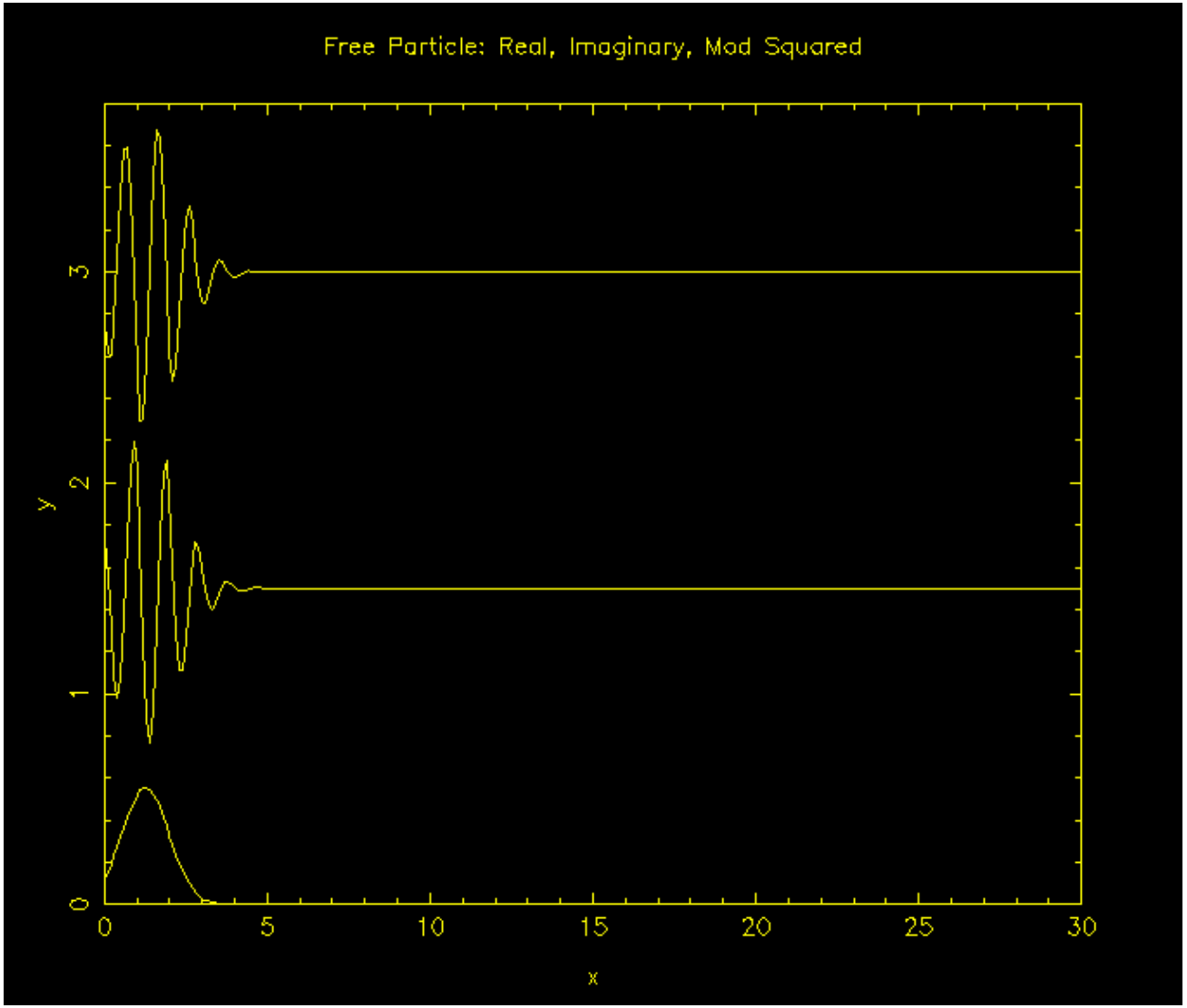






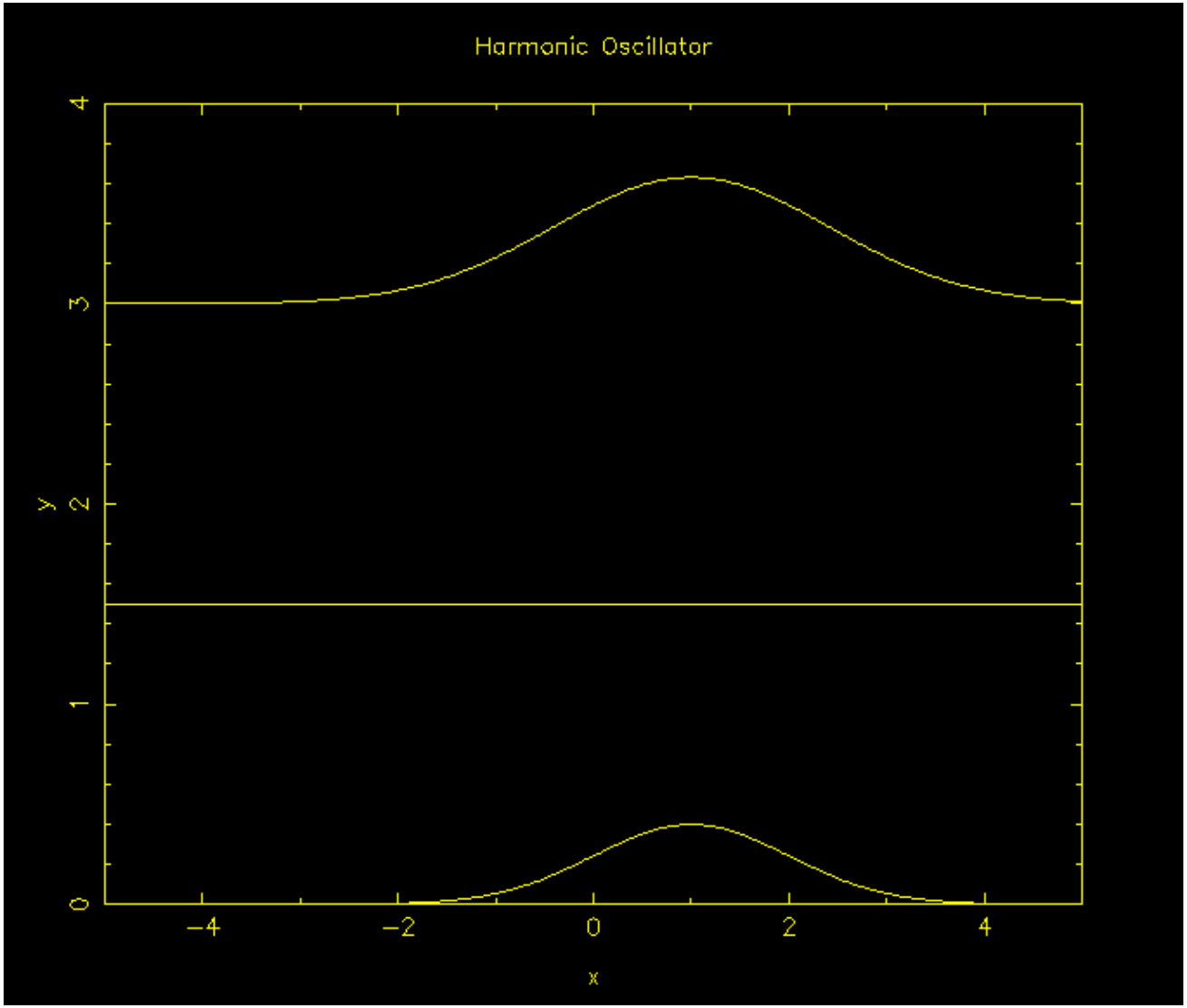
Kémiai gőzfázisú leválasztás (Chemical Vapor Deposition, CVD): gázfázisba vitt anyagokból valamilyen kémiai reakcióval választják le a hordozó felületére a rétegépítő anyagot.

Időfüggő hullámegyenlet - a szabad részecske



Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

Időfüggő hullámegyenlet – az oszcillátor



Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

He-W(112) szórás

Köszönetnyílvánítás

Köszönet Dr. Halbritter Andrásnak a 30.-50. oldalon tárgyalt témákhoz nyújtott segítségéért és az általa átadott, ezeken az oldalakon található képekért!

Kérdések (1)

Mi az impulzusmomentum kifejezése a klasszikus mechanikában?
Mi az impulzusmomentum kifejezése a kvantum mechanikában?
Milyen relációk érvényesek az impulzusmomentum komponensei között?
Milyen alakú az impulzusmomentum-négyzet operátor?
Milyen sajátérték egyenlet írható fel az impulzusmomentum *z*-komponensére? Mik a sajátértékek?
Mik az impulzusmomentum-négyzet operátor sajátértékei?
Milyen potenciállal írjuk le a hidrogénatomot?
Milyen koordináta rendszerben írjuk le a hidrogénatomot, milyen alakban keressük a megoldást?
Milyen kvantumszámok jelennek meg?
Milyen alakú az időtől függő Schrödinger-egyenlet (állapotegyenlet) és hogy jön ki?
Milyen kontinuitási egyenlet írható fel? Milyen fizikai jelentéshez kapcsolható a hullámfüggvény?

Kérdések (2)

Mit mond ki az Ehrenfest-tétel?
Mit mond ki a határozatlansági reláció?
Mi az alagúteffektus jelensége?
Milyen alakú a Schrödinger-egyenlet az alagúteffektus leírásánál a különböző tartományokban?
Milyen feltételeknek kell teljesülniük?
Milyen alakúak a megoldásfüggvények, és hogyan illeszkednek a határokon?
Milyen alakú a transzmissziós együttható? Mit fejez ki?
Hogyan működik a pásztázó alagútmikroszkóp?
Hogyan működik az atomi erő mikroszkóp?
Mi a működési elve a pásztázó és a transzmissziós elektronmikroszkópnak?
Mi az elektronsugár litográfia? Mire használják a fókuszált ion sugarakat?
Milyen – a témakörhöz kapcsolható – párologtatási módszereket ismer?
(folyt. köv.)
(Az ilyen színnel írt kérdések a mélyebben érdeklődők részére vannak.)