Fizika 1i

Kinematika

Kornis János

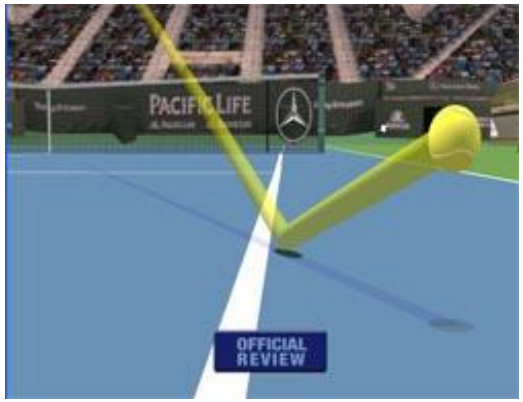
Fizika Tanszék

Mechanika

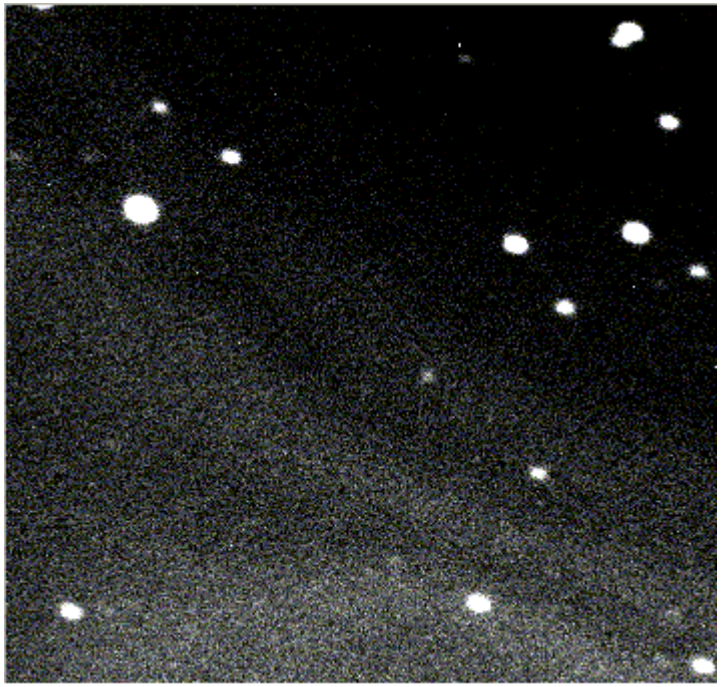
- KINEMATIKA: Mozgások leírása
  mozgás okát nem vizsgálja
- DINAMIKA: a mozgás oka erőhatás

A kinematika alapjai

Kinematika → tömegpont helyzete → pl. tenisz: "challange"



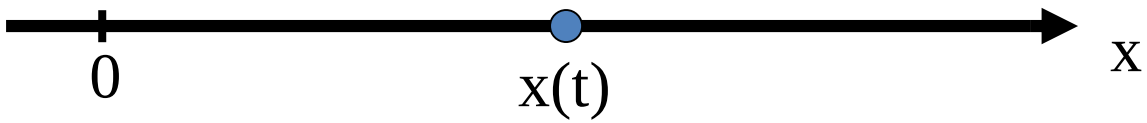
99942 Apophis földsúroló kisbolygó



Mozgások

Egy tömegpont mozgását egyértelműen leírjuk, ha megadjuk a helyét – egy kiválasztott kezdőpontból (origó) a tömegponthoz mutató r vektort – az idő (t) függvényében

Legegyszerűbb modell: 1 D - mozgás



Tömegpont helyzete :

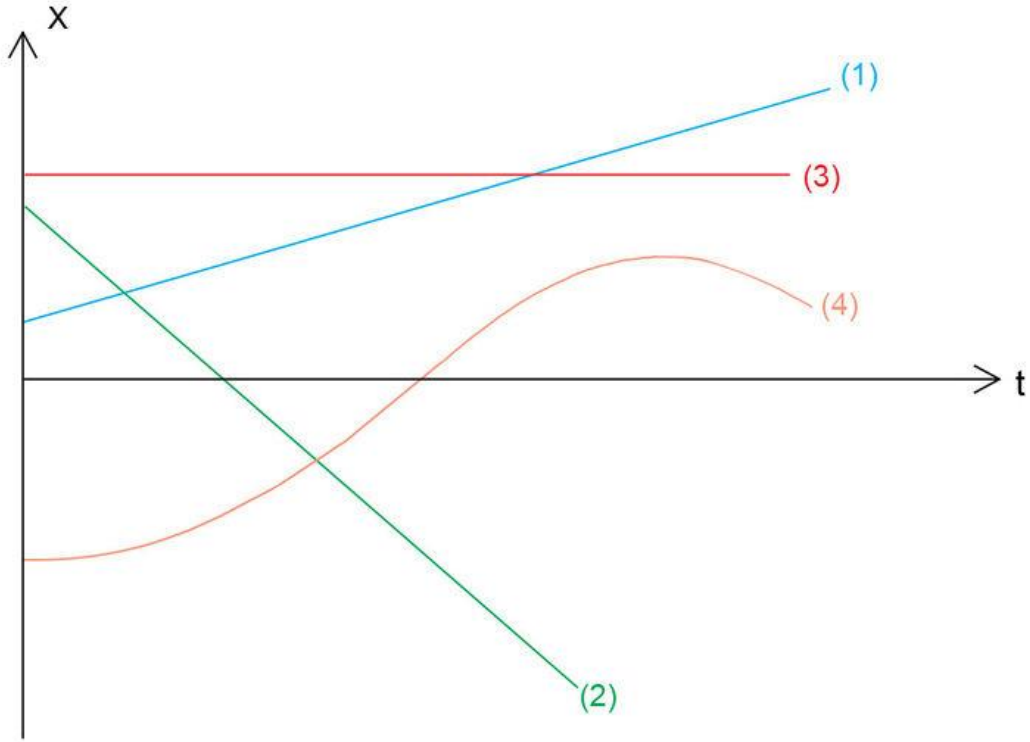
$$\vec{r}(t)$$

Elmozdulás:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$$

Megtett út:

$$s = \sum_i \left|\Delta\vec{r}_i\right| \quad \text{vagy } s = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} \left|\Delta\vec{r}\right|$$



Definíciók:

x,s,d: [m] pontosabban: később
t: [s]

Átlagsebesség: $$v_{átl.} = \frac{s_{össz.}}{t_{össz.}}$$ Mértékegység: m/s

Pillanatnyi sebesség: $$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Elmozdulás: $$x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

Pozíció: $$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t)dt$$

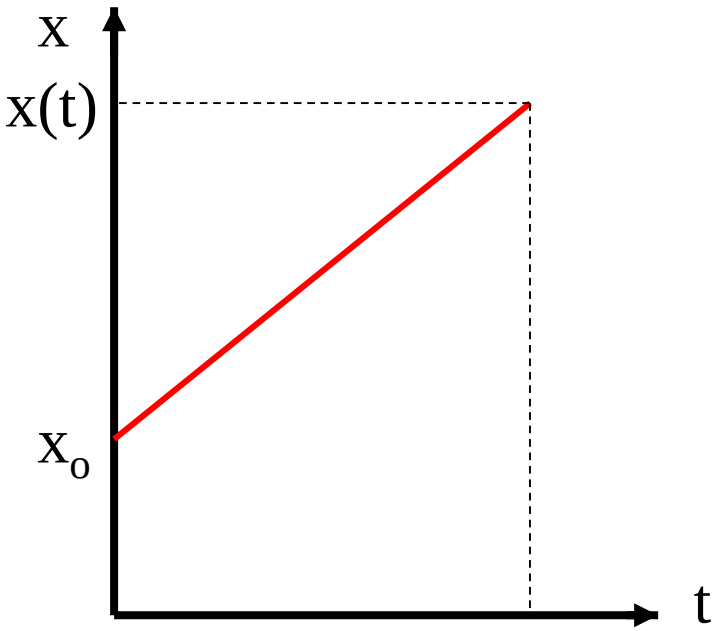
v = 72 km/h = 20 m/s

Legegyszerűbb mozgás: egyenesvonalú egyenletes mozgás

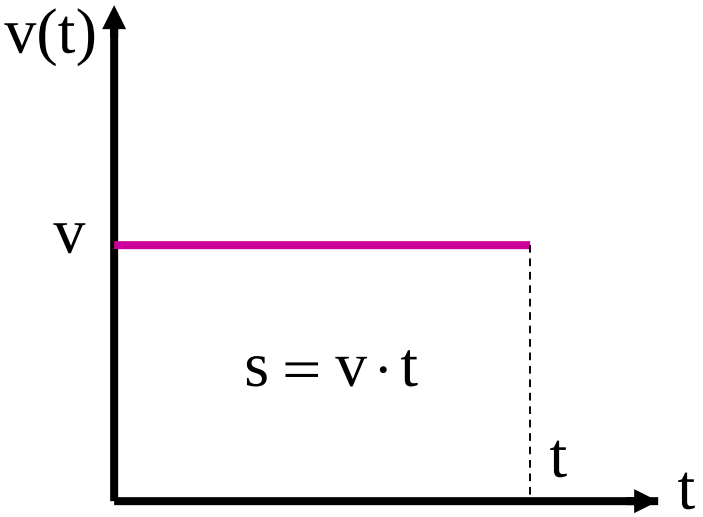
v = const.

$$v = \frac{x(t) - x_o}{t}$$

$$x(t) = x_o + v \cdot t$$



$$v = \frac{s}{t} \quad \Rightarrow \quad s = v \cdot t$$



Gyorsulás

$$\mathbf{v \neq const. \Rightarrow v = v(t)}$$

Def. átlagos gyorsulás:

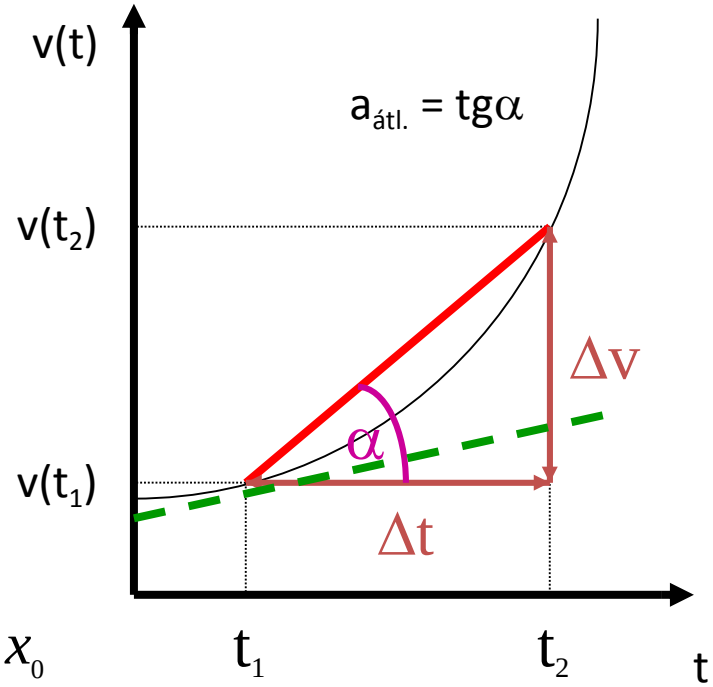
$$a_{átl.} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2)\text{-}v(t_1)}{t_2\text{-}t_1} \qquad \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Def. pillanatnyi gyorsulás:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

$$v(t) = \int_0^t a(\tau)d\tau + v_0$$

$$x(t) = \int_0^t v(\tau)d\tau + x_0 = \int_0^t \left(\int_0^{\tau'} a(\tau)d\tau \right) d\tau' + v_0 t + x_0$$

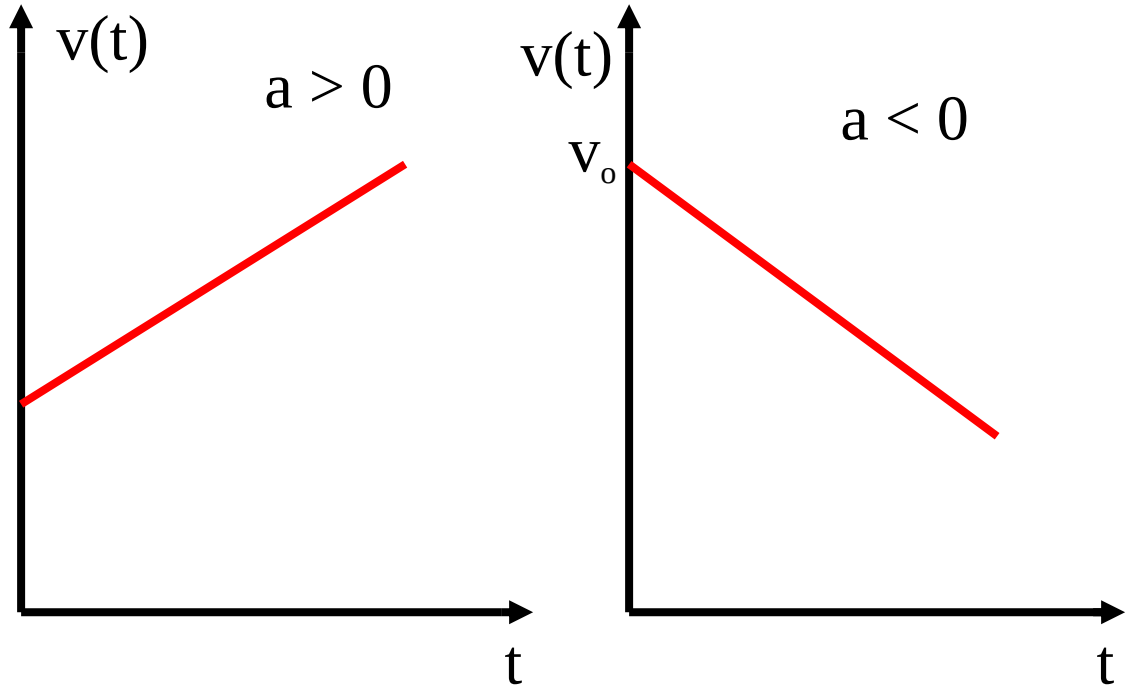


Mozgás állandó gyorsulással

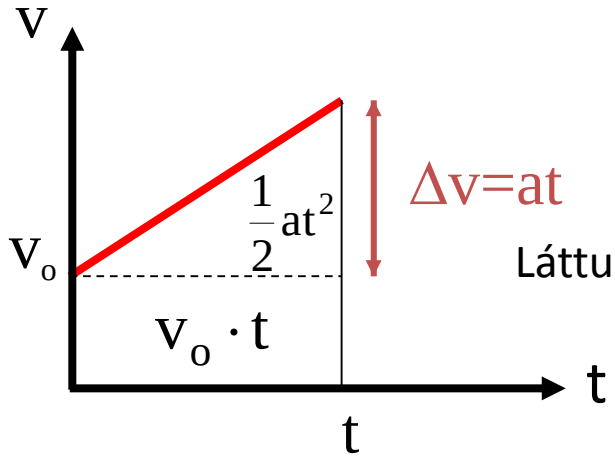
a = const.

$$a = \frac{v(t) - v_o}{t}$$

$$v(t) = v_o + a \cdot t$$



Elmozdulás és pozíció

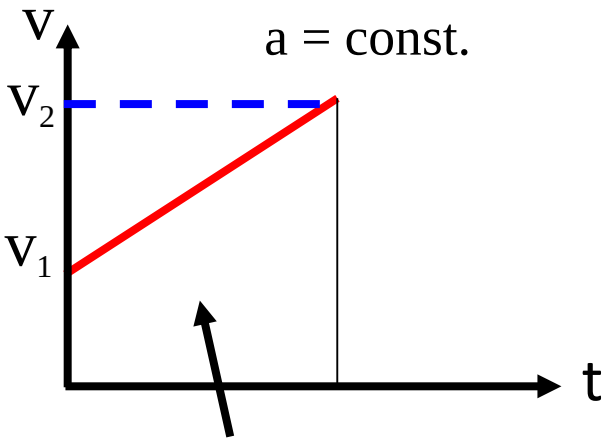


Elmozdulás: $$s = v_o \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

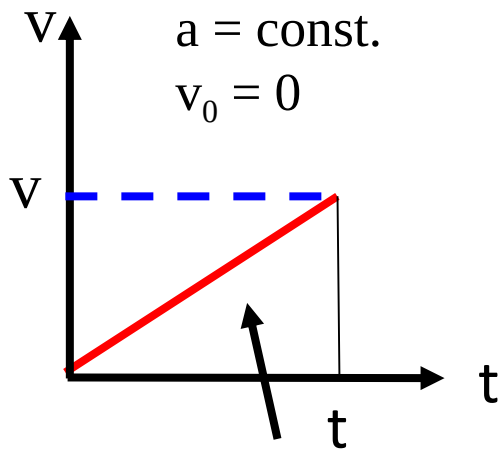
Láttuk: $$x(t) = \int_0^t v(\tau)d\tau + x_0 = \int_0^t \left(\int_0^{\tau'} a(\tau)d\tau \right) d\tau' + v_0 t + x_0$$

Pozíció: $$x(t) = x_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

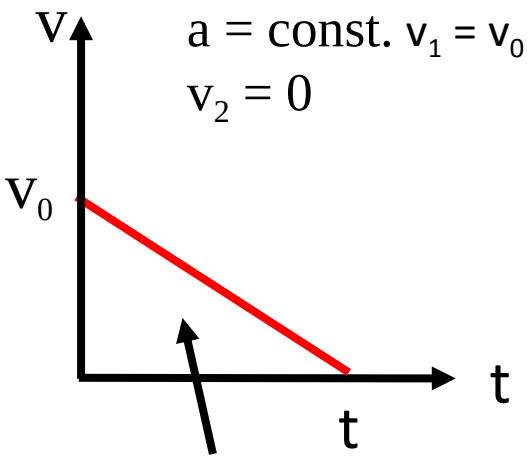
Feladatmegoldáshoz hasznos formulák



$$s = \frac{v_1 + v_2}{2} t = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$$



$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{vt}{2} = \frac{v^2}{2a}$$



$$s = \frac{1}{2}|a|t^2 = \frac{v_0 t}{2} = \frac{v_0^2}{2|a|}$$

Szabadesés

Egy labdát függőlegesen v_0= 20 m/s kezdősebességgel felfele dobunk.

a) Milyen magasra emelkedik a labda?

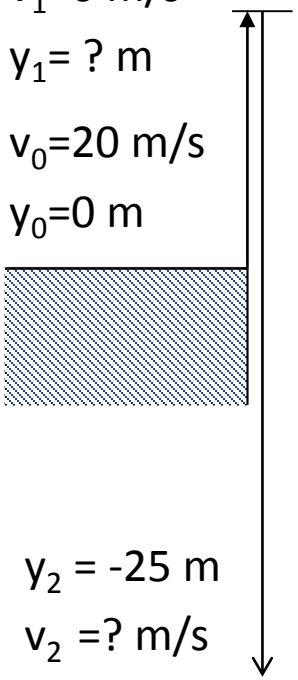
b) Mennyi idő múlva lesz a kezdeti helyzete alatt 25 m-rel és mennyi lesz a sebessége?

v_1=0 m/s

y_1= ? m

v_0=20 m/s

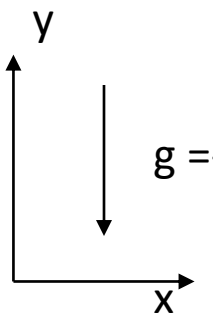
y_0=0 m



y_2 = -25 m

v_2 =? m/s

t_2 = ? s



g =-9,81 m/s^2

Adott:

y_0 = 0 m

v_0 = 20 m/s

y_2 = -25 m

Kérdés:

a) y_1= ?

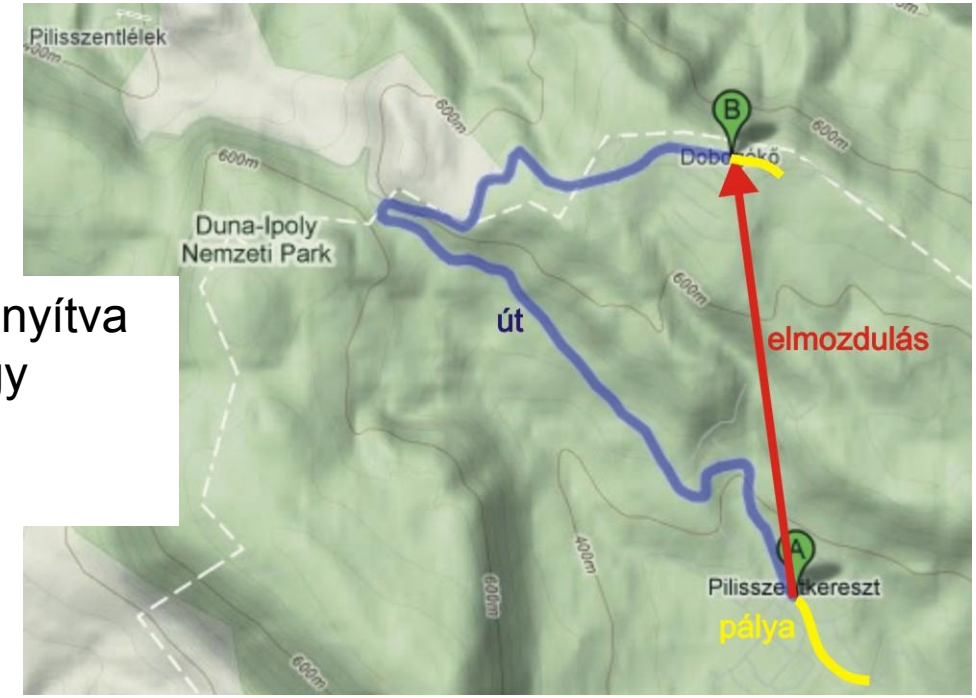
b) t_2= ?

v_2= ?

NY Mets 2009 Season: Free Falling

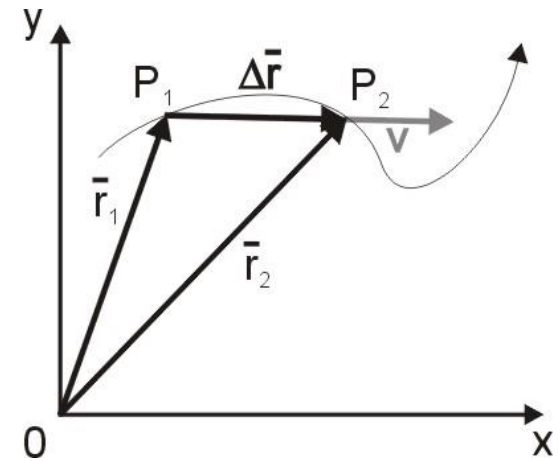
Alapfogalmak

Egy test helyét más testekhez viszonyítva adjuk meg. A viszonyított testhez egy koordinátarendszert rögzítünk, ezt vonatkozási rendszernek nevezzük.



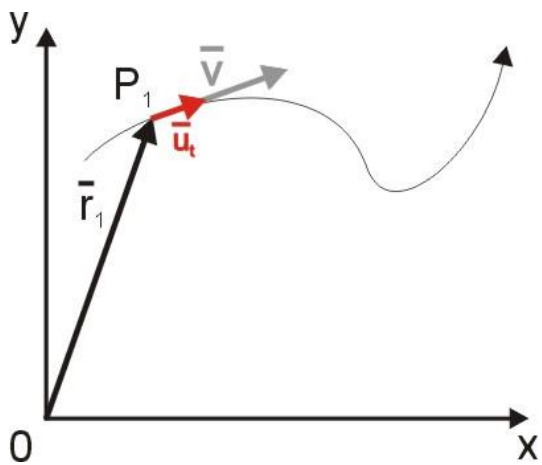
- Mozgás: a test helyzete a vonatkozási rendszerben megváltozik.
- Pálya: az a vonal, amely mentén a mozgás végbemegy.
- Út: pálya egy szakasza, jele: s
- Elmozdulás: az a vektor, amely a mozgás kezdőpontjából a végpontjába mutat.

2D és 3D mozgás



Átlagsebesség (vektor): $\vec{v}_{átl.} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

$$\vec{v}_{átl.} = \frac{elmozdulás}{idő}$$



Átlagsebesség: $v_{átl.} = \dfrac{s_{össz.}}{t_{össz.}}$

Pillanatnyi sebesség: $\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

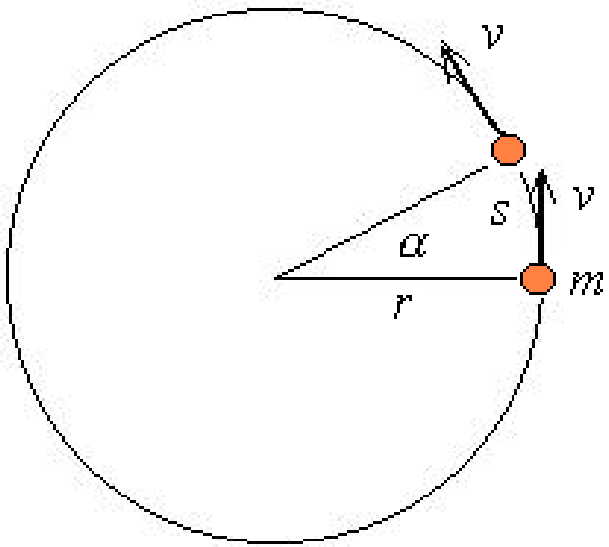
Mivel: $d\vec{r} = dr\vec{u}_t$

$\vec{u}_t$: érintő irányú egységvektor

$$\vec{v}(t) = \frac{dr}{dt}\vec{u}_t + r\frac{d\vec{u}_t}{dt}$$

$\vec{v}_t$?

Körmozgás



Egyenletes körmozgás

a szög elfordulás $\alpha = \omega t$

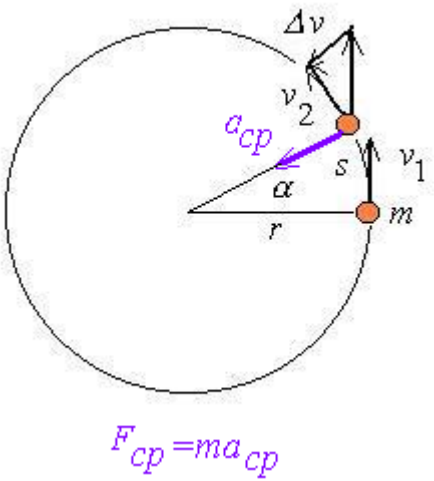
a szögsebesség $\omega = állandó$

a pálya menti elmozdulás $s = r\alpha = r\omega t = vt$

a kerületi sebesség $v = r\omega$

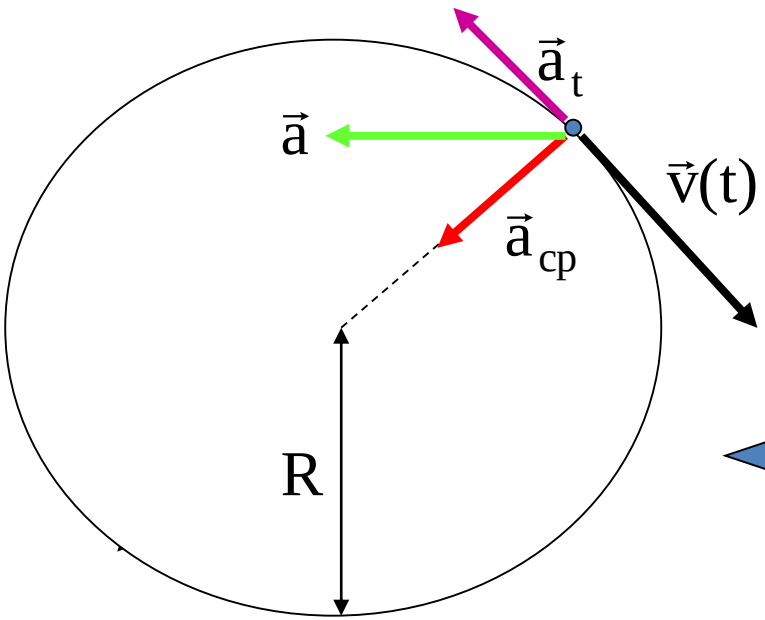
Egyenletes körmozgás

A sebesség iránya változik
ezért
gyorsuló mozgás



A gyorsulás a kör közepe felé irányul
centripetális gyorsulás

$$a_{cp} = \lim \frac{\Delta v}{\Delta t} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = v\omega$$



$$\vec{a} = \vec{a}_{cp} + \vec{a}_t \quad \text{ahol} \quad a_t = \frac{dv}{dt}$$

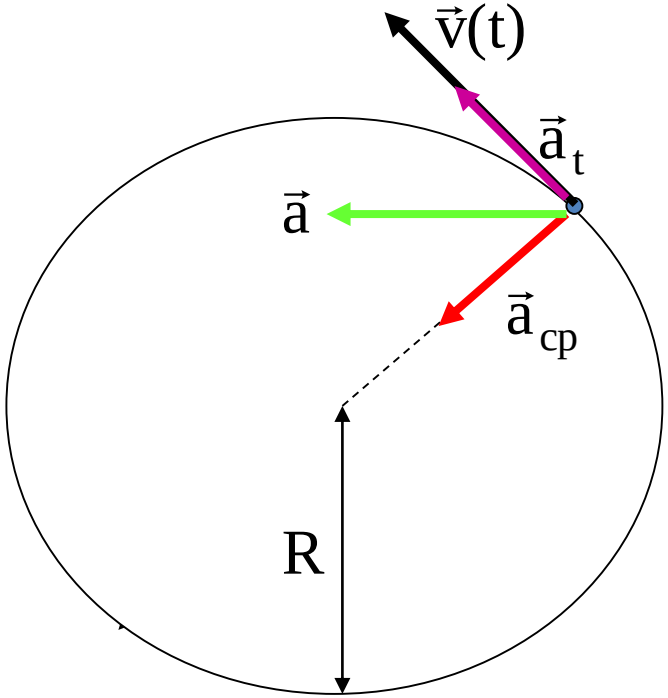
$$\vec{a}_{cp} \perp \vec{a}_t$$

v csökken: $\frac{dv}{dt} \langle 0$

$$v \neq \text{const}$$

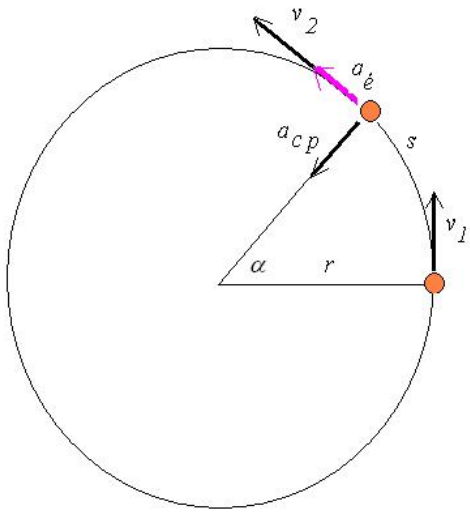
$$a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_t^2}$$

v növekszik: $\frac{dv}{dt} \rangle 0$



Egyenletesen változó körmozgás

Az érintő irányú sebesség nagysága is változik, van érintő irányú gyorsulás is, amely állandó



szögelfordulás

$$\alpha = \alpha_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\beta t^2$$

megtett út

$$s = r\alpha = r\alpha_o + r\omega_o t + r\frac{1}{2}\beta t^2$$

szögsebesség

$$\omega = \omega_o + \beta t$$

kerületi sebesség

$$v = r\omega = r\omega_o + r\beta t$$

szöggyorsulás

$$\beta = állandó$$

kerületi gyorsulás

$$a_é = r\beta$$

centripetális gyorsulás

$$a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

Egy speciális eset: $\vec{a} = const.$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_o + \vec{v}_o \cdot t + \frac{1}{2}\vec{a} \cdot t^2$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_o + \vec{a} \cdot t$$

$$x(t) = x_o + v_{ox} \cdot t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

Vízszintes mozgás

$$v_x(t) = v_{ox} + a_x \cdot t$$

$$y(t) = y_o + v_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

Függőleges mozgás

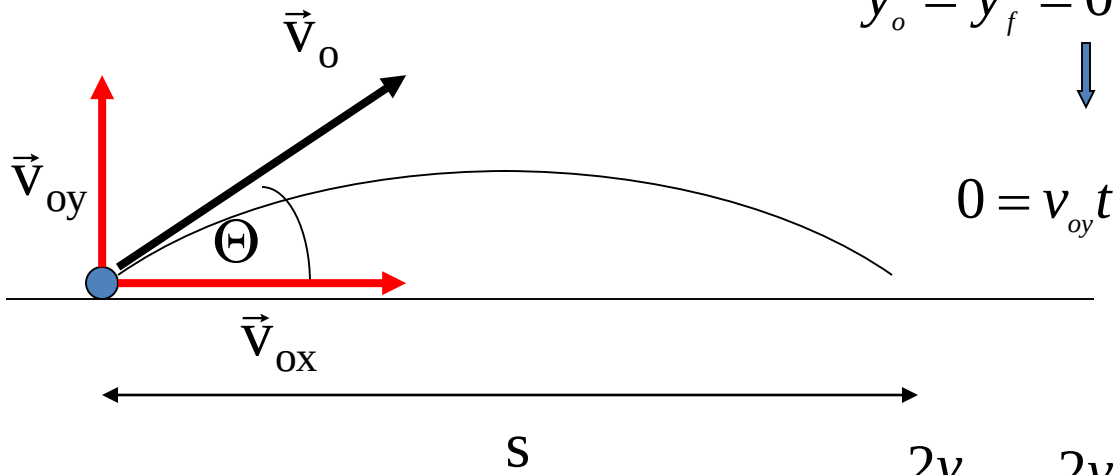
$$v_y(t) = v_{oy} + a_y \cdot t$$

Hajítás

$$v_{ox} = v_o \cos\Theta$$

$$v_{oy} = v_o \sin\Theta$$

$$t = 2\frac{v_{oy}}{g}$$



függőleges mozgás

$$y(t) = y_o + v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$y_o = y_f = 0$$

$$0 = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$t = -\frac{2v_{oy}}{a_y} = \frac{2v_o \sin\Theta}{g}$$

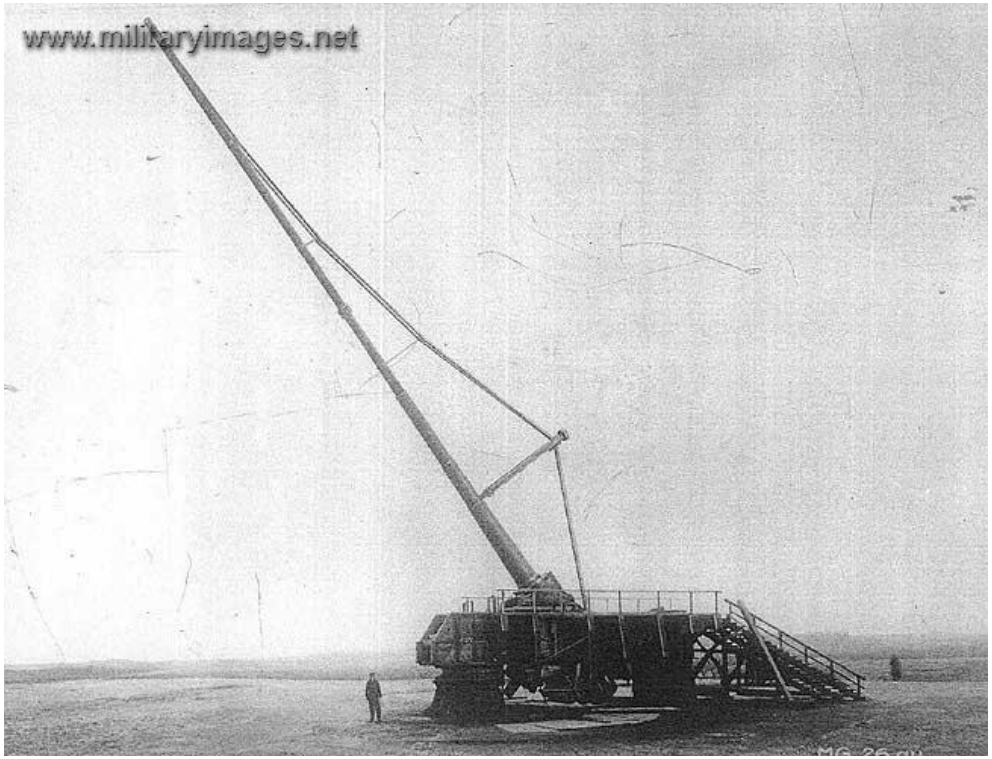
$$s = \frac{v_o^2}{g}\sin(2\Theta)$$

vízszintes elmozdulás

$$x(t) = v_{ox}t = v_o \cos\Theta t$$

$$s = v_{ox}t = v_o \cos\Theta t = v_o \cos\Theta \cdot \frac{2v_o \sin\Theta}{g}$$

Párizs-ágyú



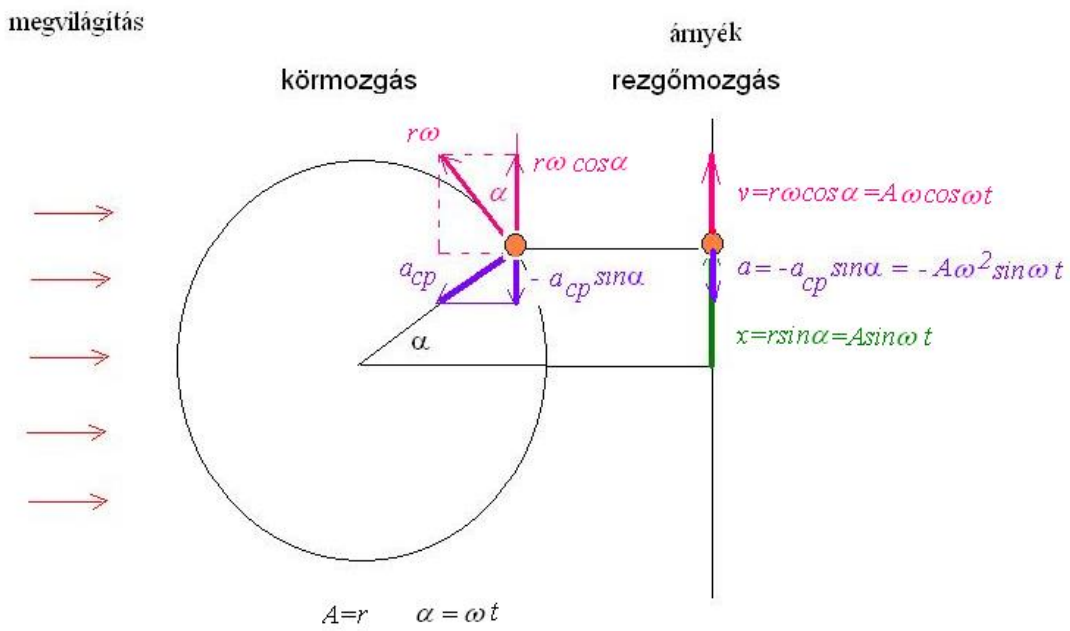
$v_o = 1700$ m/s

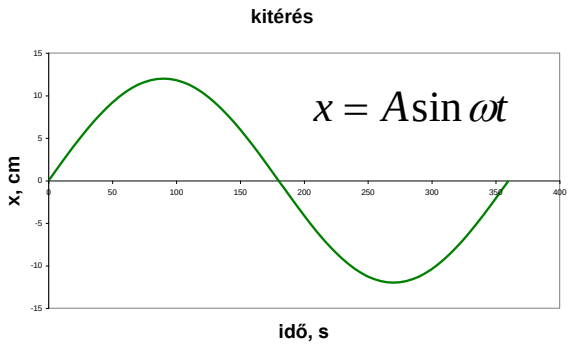
$\theta = 55°$

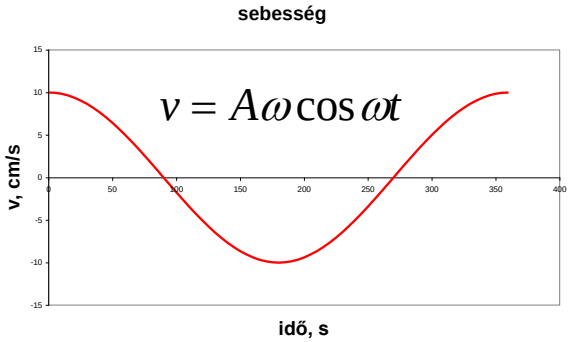
$s = ?$

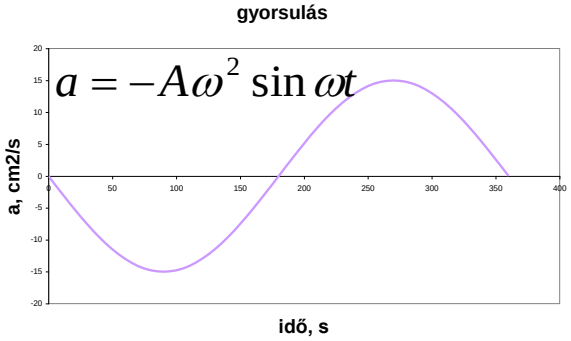
$h = ?$

Harmonikus rezgőmozgás









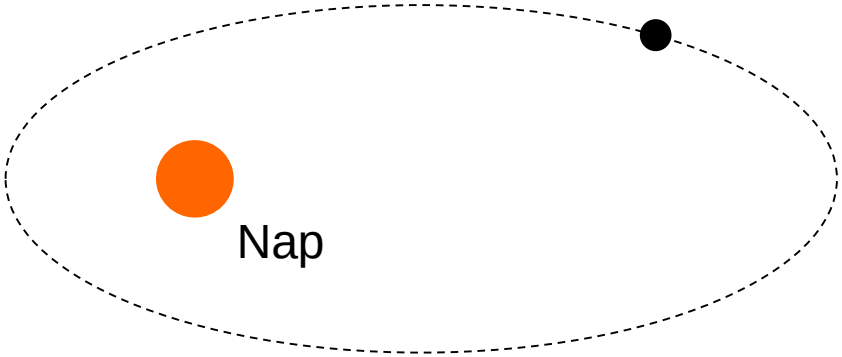
a maximális kitérés az ***amplitúdó, A***
egy rezgési periódus ideje ***a rezgésidő, T***
a sebesség a kitéréssel egy irányú
a gyorsulás a kitéréssel ellentétes irányú

Kinematika → dinamika

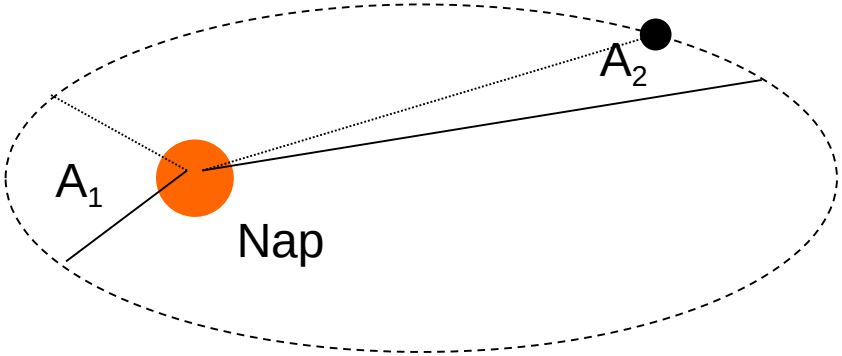
Kepler törvények

(Tycho de Brahe)

1.

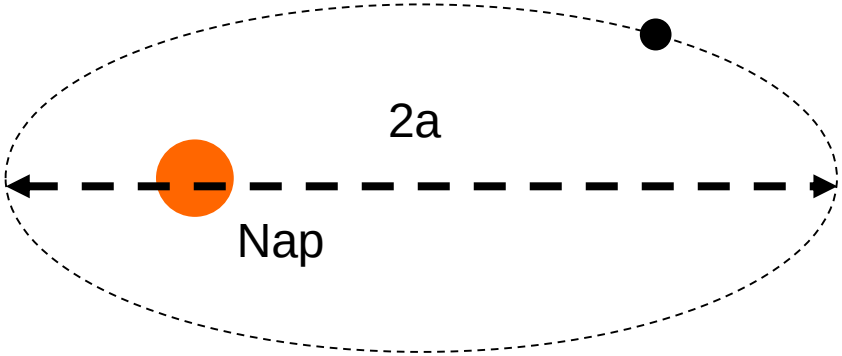


2.



$A_1 = A_2$

3.



$$\frac{T^2}{a^3} = const.$$