

Haladó problémamegoldó szeminárium 1.
9. feladatsor – 2018. november 21.

1. Egy földön rögzített D rugóállandójú, függőleges rugó tetejére m tömegű, vízszintes lap van rögzítve. Egy másik m tömegű test h magasságból ráesik a lapra, és vele teljesen rugalmatlanul ütközik.

- a) Mekkora lesz a kialakuló rezgés periódusideje és amplitúdója?
- b) Adja meg a lap elmozdulás–idő függvényét! (Legyen $t = 0$ az ütközés pillanata.)
- c) Legalább mekkora legyen a rugó nyújtatlan hossza, hogy a lap ne érje el a földet?
- d) Mi a feltétele annak, hogy a két test az ütközés után már ne váljon el egymástól?

2. Egy m_1 és egy m_2 tömegű testet D rugóállandójú rugó köt össze. Az egész rendszert felakasztjuk az m_1 tömegű testnél fogva egy cérnára, és megvárjuk, hogy a testek nyugalomba kerüljenek. Ekkor a cérnát elégetjük.

Hogyan mozognak a testek? Adja meg az időfüggvényeket!

Segítség: Érdeemes tömegközépponti rendszerben vizsgálni a mozgást!

3. Egy inga két, egymásra merőleges irányban is végezhet lengéseket. Kis kitérésnél a rezgés harmonikus, a körfrekvencia mindkét irányban ω . Legyen $x(t) = A \sin \omega t$ és $y(t) = B \sin(\omega t + \varphi)$

- a) Adja meg a kialakuló pályák egyenletét!
- b) Megfelelő paraméterek esetén az ingatest egyenletes körmozgást fog végezni (kúpinga). Mutassa meg, hogy kis kúpszög esetén valóban ugyanazt az ω -t kapjuk meg, ha a mozgást két ingamozgás szuperpozíciójaként, vagy ha egyenletes körmozgásként írjuk le!

4. Egy R sugarú rögzített gömbhéj belsejében egy r sugarú kis gömb áll. A kis gömböt finoman (és kicsit) kitérítjük, így az tiszta gördüléssel ide-oda fog gurulni.

- a) Határozza meg a rezgés körfrekvenciáját a mozgásegyenlet alapján!
- b) Határozza meg a körfrekvenciát energetikai megfontolásokkal is!

Segítség: Írja fel a rendszer helyzeti energiáját a maximális kitérésnél és a mozgási energiáját az egyensúlyi helyzetben! $\alpha \ll 1$ esetén $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$.

5. Egy m tömegű test vízszintes síkban súrlódásmentesen mozoghat. A testet két egyforma D rugóállandójú rugóval a síkban lévő P és Q pontokhoz kapcsoljuk. Ekkor a rugók nyújtatlanok, hosszuk L .

a) Mekkora erő hat a testre, ha a PQ szakaszra merőlegesen x távolsággal kitérítjük? Hogyan közelíthető ez az erő kis kitérések esetén?

b) Mekkora a rezgésidő $2A$ amplitúdó esetén, ha tudjuk, hogy A amplitúdó esetén T , és $A \ll PQ$?

Segítség: A visszatérítő erő nem arányos a kitéréssel, így a rezgés nem harmonikus. Energetikai megfontolással vagy dimenzióanalízissel azonban kideríthetjük, hogy hogyan függ az a) pontban kapott erőtvény szerint mozgó test periódusideje a tömegétől, a rugóállandótól és a rezgés amplitúdójától.