Bevezetés a modern fizika fejezeteibe

4. (d)

Modern fizika

Utolsó módosítás: 2013. november 27.

Dr. Márkus Ferenc
BME Fizika Tanszék

Kvantummechanika: részecske - hullám dualitás

(lásd: R. Feynman: The Character of Physical law)

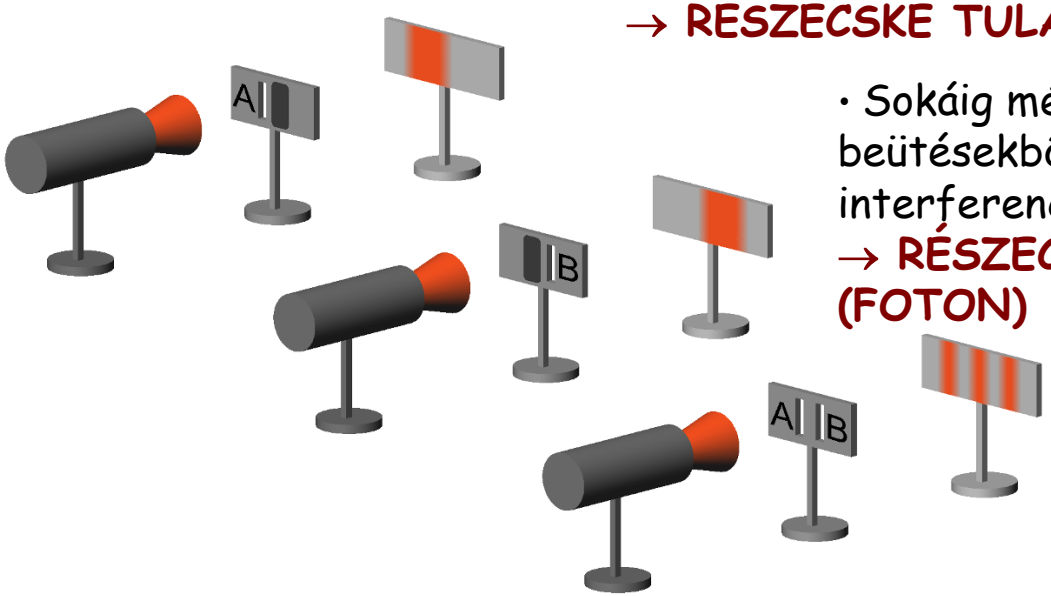
Kétrés kísérlet fénnyel:

- "A" rés van nyitva → folt az "A" rés mögött (I_A)
- "B" rés van nyitva → folt a "B" rés mögött (I_B)
- Mindkét rés nyitva van: $I_{A+B} \neq I_A + I_B$, az ernyő közepén erősítés van

→ **INTERFERENCIA, HULLÁM TULAJDONSÁG**

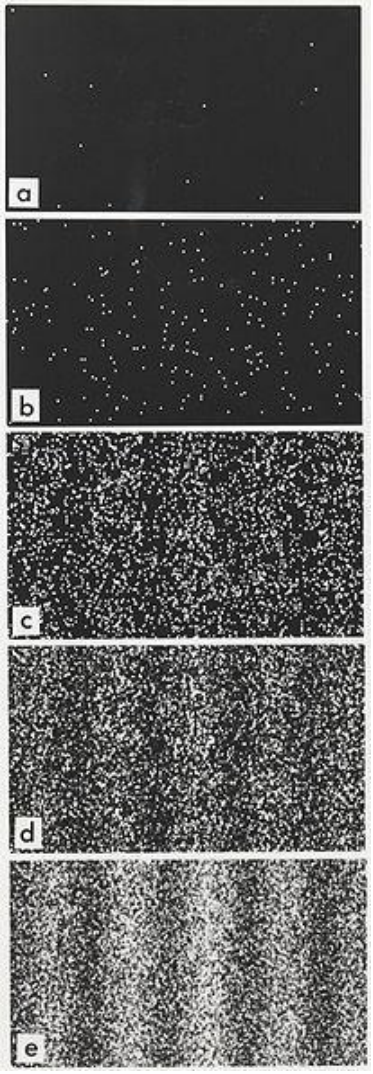
- Érzékeny fotolemezen nézzük a képet
  → véletlen, egyedi beütések

→ **RÉSZECSKE TULAJDONSÁG**



- Sokáig mérünk → a véletlen beütésekből kialakul az interferenciakép

→ **RÉSZECSKE + HULLÁM (FOTON)**



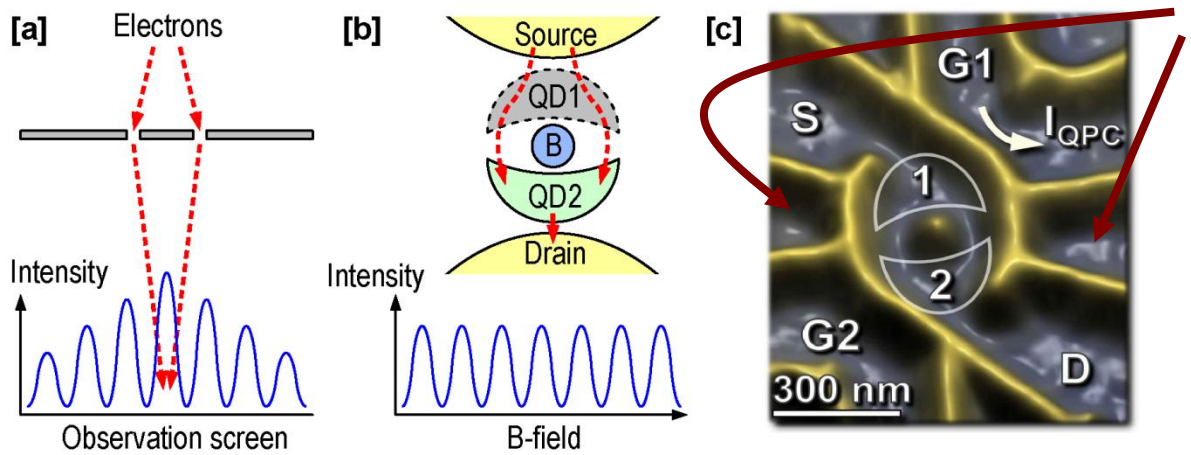
- Ha detektorokkal mérjük, hogy az A vagy a B résen ment át a foton

→ megszűnik az interferencia, $I_{A+B} = I_A + I_B$ lesz. → **DEKOHERENCIA**

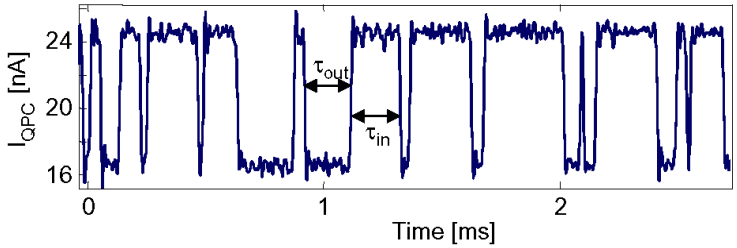
Nanofizika: hasonlóan izgalmas kérdések 9 nagyságrenddel kisebb skálán!

Mindez elektronokkal, 6 nagyságrenddel kisebb méretben:
Egy-elektron interferencia Aharonov Bohm nano-gyűrűben

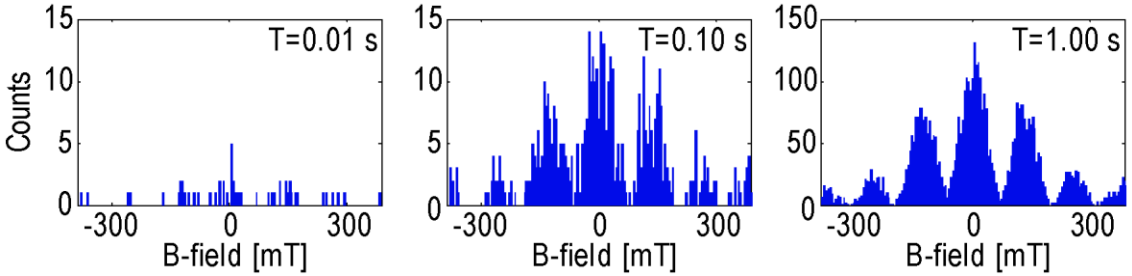
Forrás: S. Gustavsson, K. Ensslin, ETH Zürich



A kapuelektródákkal két részre (2 kvantum dotra) osztjuk az Aharonov Bohm gyűrűt. Az 1. kvantum dot melletti kvantum pont-kontaktus vezetőképessége megváltozik ha a kvantum dotban van az elektron, ill. ha már tovább ment belőle. A Coulomb energia miatt egyszerre több elektron nem lehet a rendszerben.

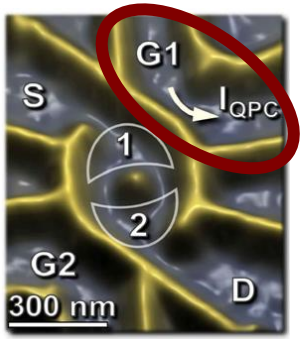


A pont-kontaktus vezetőképességét mérve egyenként le tudjuk számolni az áthaladt elektronokat.



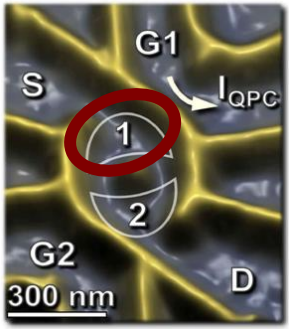
Egy-egy elektron áthaladása véletlenszerű, de sok elektronra átlagolva a mágneses tér változtatásával kialakul az interferencia kép.

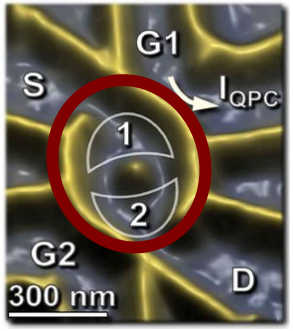
Nanofizikai "objektumok"



- Kvantum pont-kontaktusok (QPC)
(Kvantumvezeték, vezetőképesség kvantálás, Landauer formula, sörét zaj)

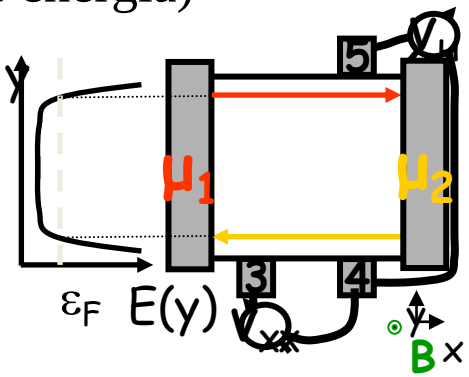
- Kvantum pöttyök (quandum dot)
(Coulomb blokád, kinetikus energiaszintek, egy-elektron tranzisztor)



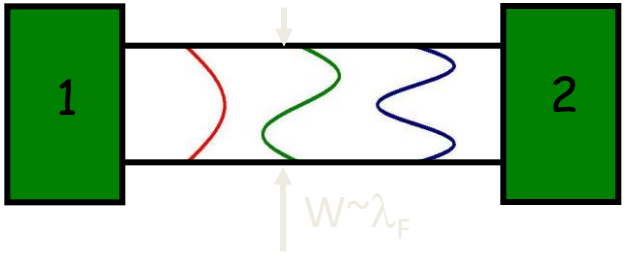


- Aharonov Bohm gyűrű
(interferencia, dekoherencia, Thouless energia)

- Kvantum Hall-effektus



Kvantumvezeték ellenállása

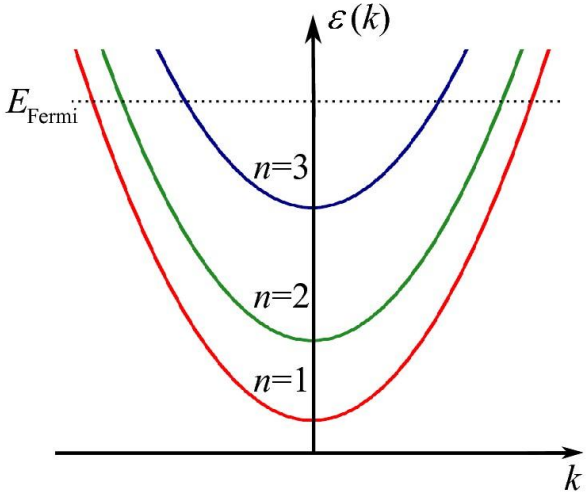


Egy hullámhosszal összemérhető szélességű, hosszú egyenes 2D kvantumvezetékben az elektronok hullámfüggvénye "hard wall" határfeltétellel:

$$\psi_{n,k}(x,y) = \exp(ikx)\cdot\sin\left(\frac{n\pi y}{W}\right) \qquad \varepsilon_n(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\pi^2\hbar^2}{2mW^2}\cdot n^2$$

x irányú síkhullám terjedés

y irányú kvantált keresztmódus



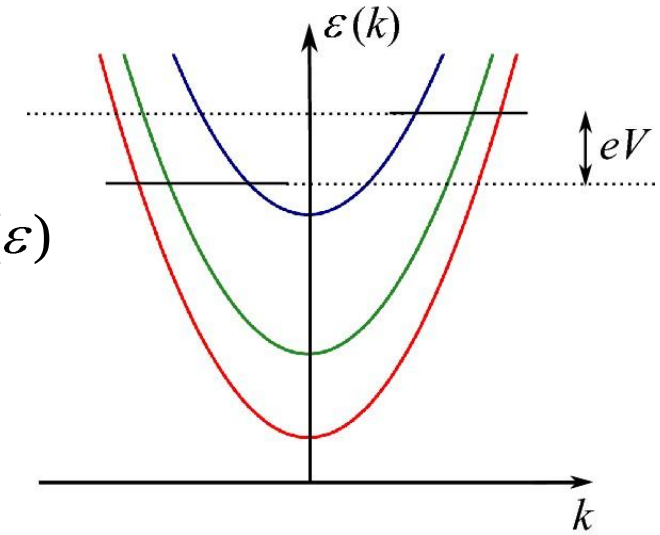
· A különböző keresztmódusokhoz tartozó 1D parabolikus diszperziók: vezetési csatornák

• Fermi energiát metsző diszperziók: nyitott csatornák

Kvantumvezeték ellenállása

•Ha feszültséget adunk a két elektróda közé akkor a bal oldali elektródából jövő állapotok (k>0) eV-vel magasabb energiáig lesznek betöltve mint a jobb oldali elektródából jövők (k<0)

Egy vezetési csatornában folyó áram:



$$I^+ = \frac{2e}{L}\sum_{k>0} v_k f_1(\varepsilon_k) = 2e\int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\frac{\partial\varepsilon_k}{\hbar\partial k} f_1(\varepsilon_k) = \frac{2e}{h}\int \mathrm{d}\varepsilon\, f_1(\varepsilon)$$

$$I^- = \frac{2e}{L}\sum_{k<0} v_k f_1(\varepsilon_k) = \frac{2e}{h}\int \mathrm{d}\varepsilon\, f_2(\varepsilon)$$

$$I = I^+ - I^- = \frac{2e}{h}\int \mathrm{d}\varepsilon\,(f_1(\varepsilon) - f_2(\varepsilon)) = \overbrace{\frac{2e}{h}}^{G_0=\frac{2e^2}{h}} eV$$

Vezetőképesség kvantum

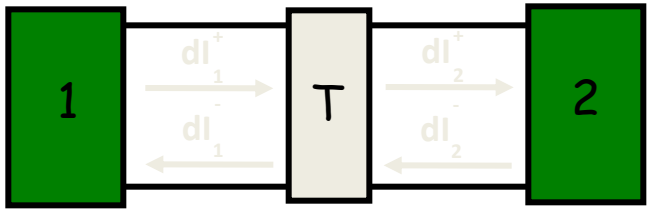
A csatornák nem tudnak egymásba átszóródni, mert ez sértené az impulzus megmaradást, így függetlennek tekinthetjük őket.

M nyitott csatornára:

$$\boxed{G = \frac{2e^2}{h} M}$$

Landauer-formula

Egycsatornás vezeték egy szórócentrummal:

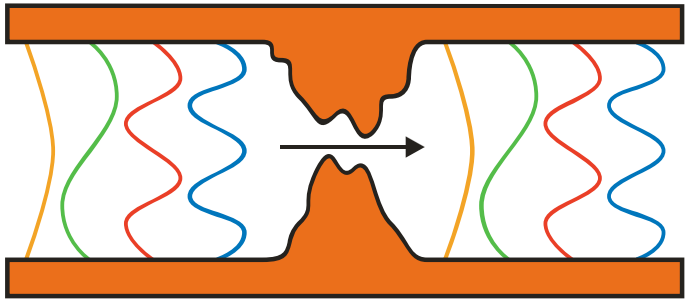


$$dI_1^+(\varepsilon) = \frac{2e}{h}\cdot f_1(\varepsilon)\,d\varepsilon, \quad dI_2^-(\varepsilon) = \frac{2e}{h}\cdot f_2(\varepsilon)\,d\varepsilon$$

$$dI_1^-(\varepsilon) = dI_1^+(\varepsilon)\cdot(-T) + dI_2^-(\varepsilon)\cdot T, \quad dI_1 = dI_1^+ - dI_1^- = \frac{2e}{h}\cdot T\cdot\left[f_1(\varepsilon) - f_2(\varepsilon)\right]d\varepsilon$$

$$I = \int dI_1(\varepsilon) = \frac{2e}{h}\cdot\int T\cdot\left[f_1(\varepsilon) - f_2(\varepsilon)\right]d\varepsilon = \frac{2e}{h}\cdot eV\cdot T$$

$$\boxed{G = \frac{2e^2}{h}\cdot T}$$



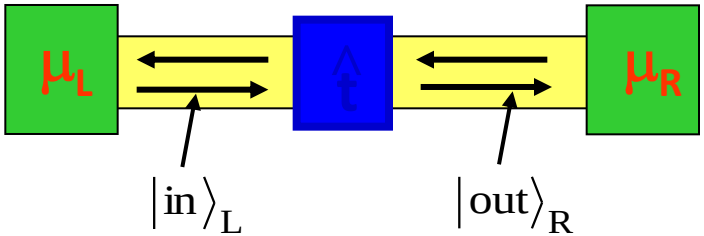
Két ideális kvantumvezeték kvantált keresztmódusokkal, köztük egy *t* transzmissziós mátrix-szal leírható keskeny csatorna:

$$|\mathrm{out}\rangle_R = \hat{t}\,|\mathrm{in}\rangle_L$$

transzmissziós mátrix

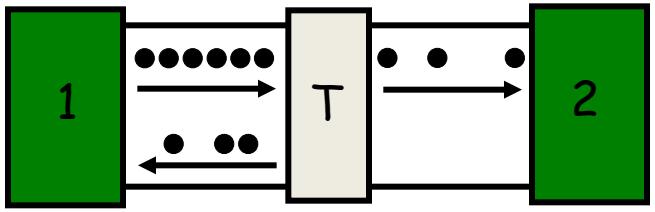
A vezetőképességet a Landauer formula adja meg:

$$\boxed{G = \frac{2e^2}{h}\mathrm{Tr}(\hat{t}^\dagger\hat{t}) = \frac{2e^2}{h}\sum_{i=1..N} T_i}$$



Megfelelő sajátbázisban a vezetőképesség transzmissziós sajátértékek összege, ún. „mezoszkópikus PIN kód"

Az elektronok részecsketermészete → "sörét" zaj



Áram mérésekor vagy teljesen transzmittált, vagy teljesen reflektált elektront detektálunk, "fél" elektront soha.

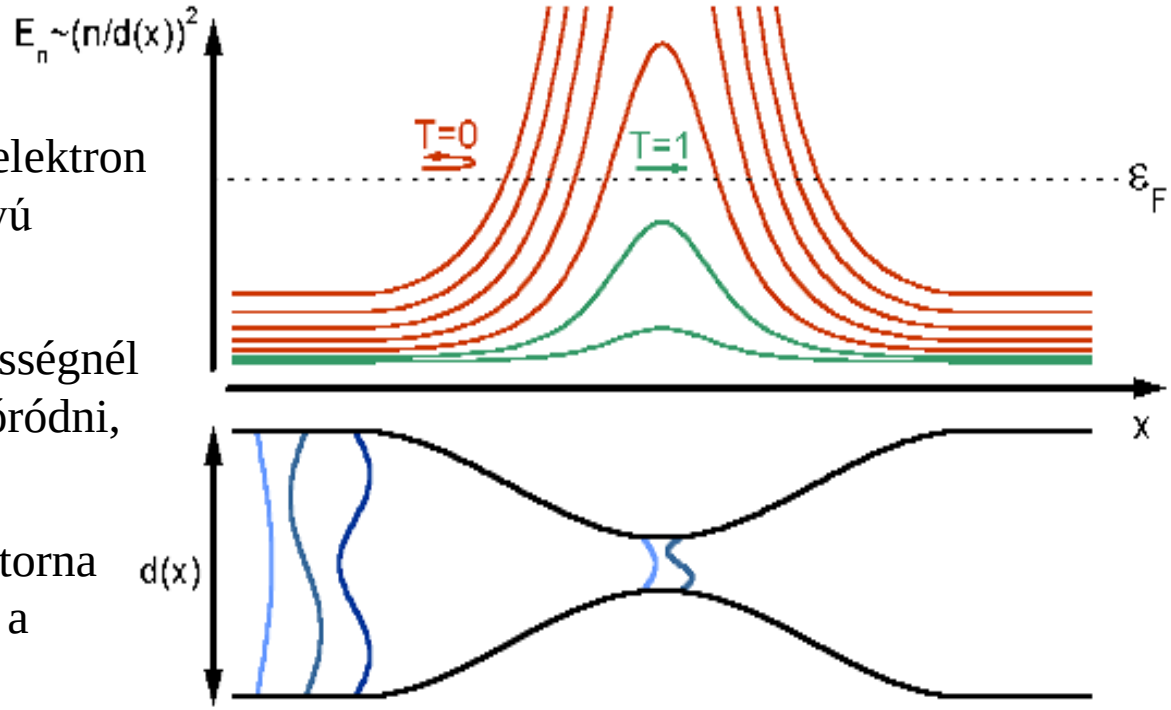
Időegység alatt transzmittált elektronok számának várható értéke: $\langle N\rangle \sim G \sim T$

de T=0 v. T=1 kivételével véges szórást is tapasztalunk:

$$\left\langle (N - \langle N\rangle)^2 \right\rangle \sim T\cdot(-T)$$ ← sörét zaj

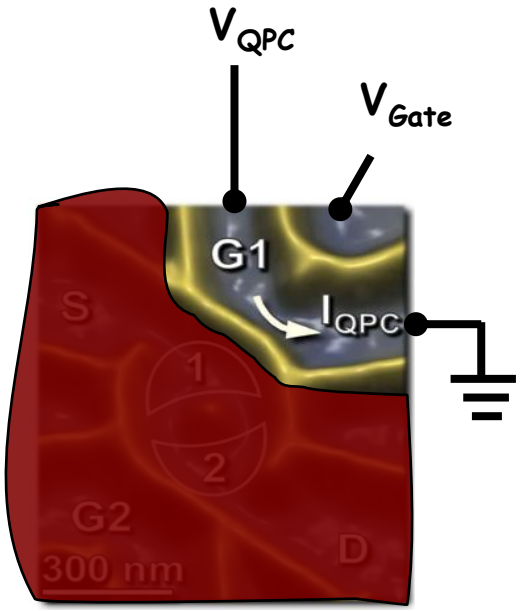
Vezetőképesség kvantálás kvantum pont-kontaktusban

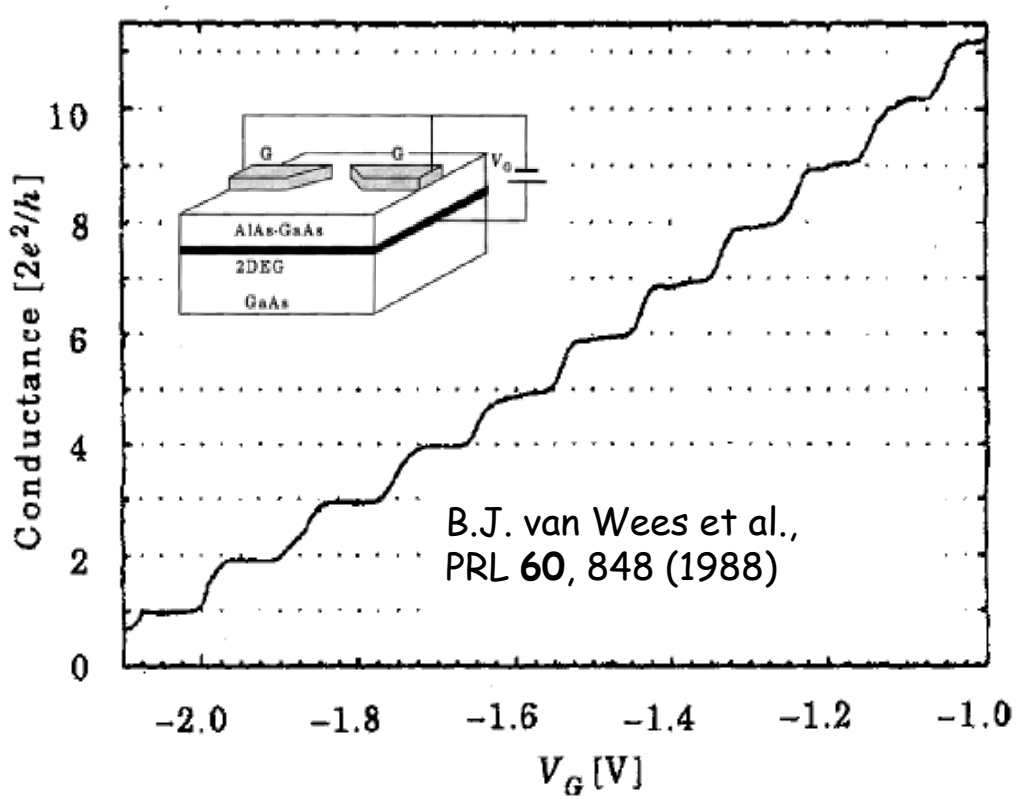
Kvantum pont-kontaktus: két elektródát egy keskeny, hullámhosszal összemérhető szélességű csatorna köt össze, melynek a szélességét középen egy kapuelektródára tett feszültséggel változtathatjuk.



- A kontaktus közepe felé haladva ez elektron keresztirányú energiája nő, hosszirányú kinetikus energiája pedig csökken.
- Adiabatikusan változó csatornaszélességnél a csatornák nem tudnak egymásba szóródni, függetlennek tekinthetők.
- A kontaktus közepénél a legtöbb csatorna keresztirányú energiája nagyobb mint a Fermi energia, ezek a módusok visszaverődnek a kontaktusról.
- A kontaktus közepén is nyitott csatornák T=1 valószínűséggel átjutnak, hiszen a visszaverődés jelentős impulzusváltozással járna.

Vezetőképesség kvantálás kvantum pont-kontaktusban

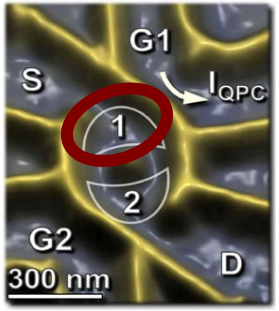




Nyitott csatornák száma
a kontaktus közepén

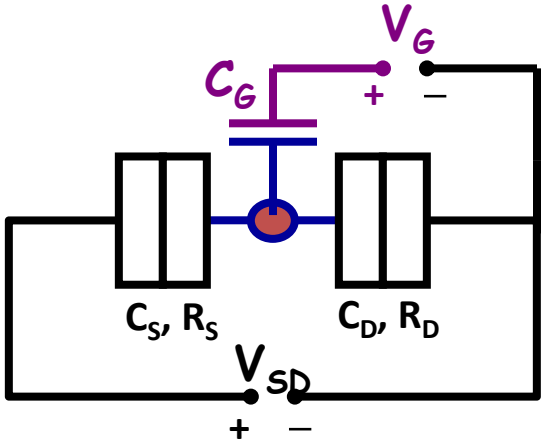
$$G = \frac{2e^2}{h} N_c$$

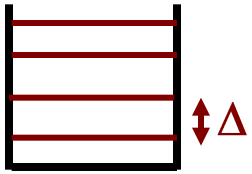
Vezetőképesség kvantálás!



Kvantum dotok

Egy kisméretű szigetet egy-egy alagútátmenet csatol a forrás és nyelő elektródákhoz. A sziget elektrosztatikus potenciálja egy kapu elektródával hangolható (V_G) .



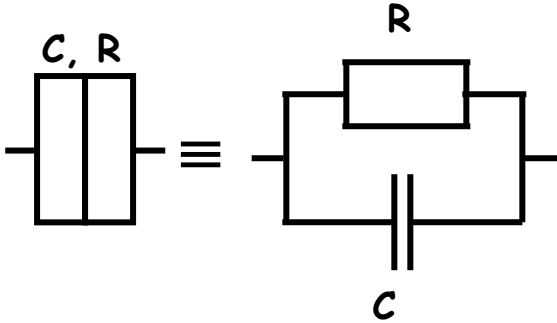


Elektronok hullám természete -> **diszkrét (kinetikus) energiaszintek a kvantum dotban.**

Jellemző energiaskála: átlagos szinttávolság, D

GaAs szerkezetben: ha R ≈ 1 μm Δ ~ 10 μeV = (100mK)k_B

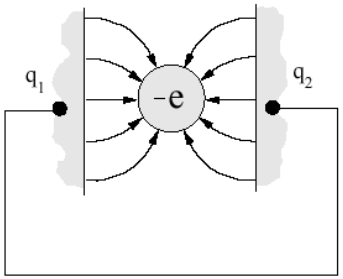
Alagútátmenet helyettesítő képe:



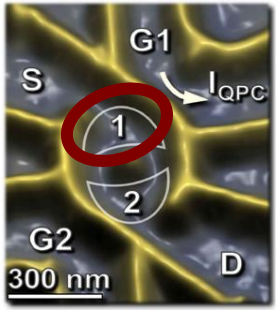
Elektronok részecske természete -> **a dot elektrosztatikus energiája a töltés kvantáltsága miatt diszkrét diszkrét értékeket vehet fel.**

Charging energy (E_C) egy elektronra:

$$E_C(N) = \frac{(Ne)^2}{2C_\Sigma}$$

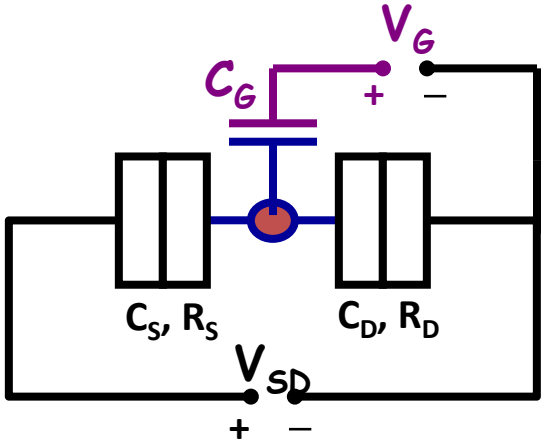


GaAs szerkezetben: ha R ≈ 1 μm, E_C(N=1) ~ 300 μeV = (3K)k_B

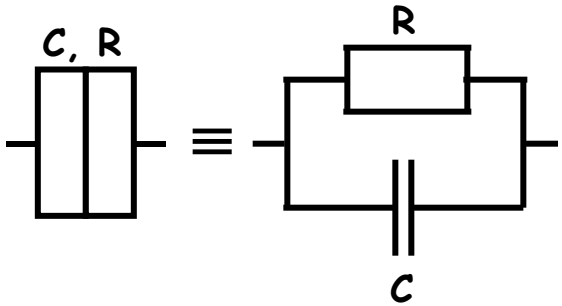


Kvantum dotok

Egy kisméretű szigetet egy-egy alagútátmenet csatol a forrás és nyelő elektródákhoz. A sziget elektrosztatikus potenciálja egy kapu elektródával hangolható (V_G)



Alagútátmenet helyettesítő képe:



Milyen erős lehet a csatolás az elektródákhoz?

Az elektron átlagosan dt ≈ RC időt tölt a doton.

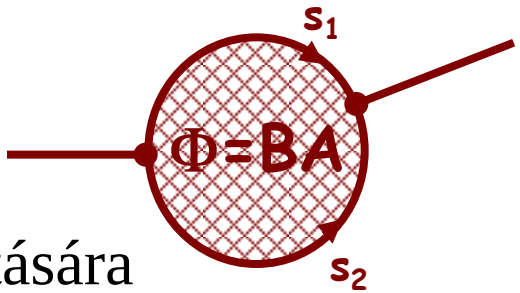
Az ehhez tartozó energia kiszélesedés: dE~h/dt

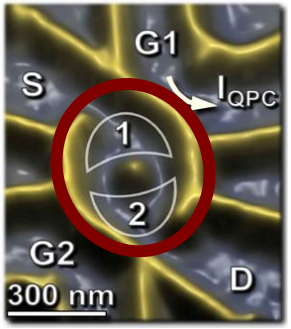
A diszkrét töltési állapotokat E_C >> dE esetén lehet látni.

$$e^2/C=E_C >> dE=h/RC \longrightarrow 1/R=G << e^2/h$$

Az alagútátmenetek vezetőképessége a vezetőképesség kvantumnál jóval kisebb kell hogy legyen!

Aharonov-Bohm gyűrű



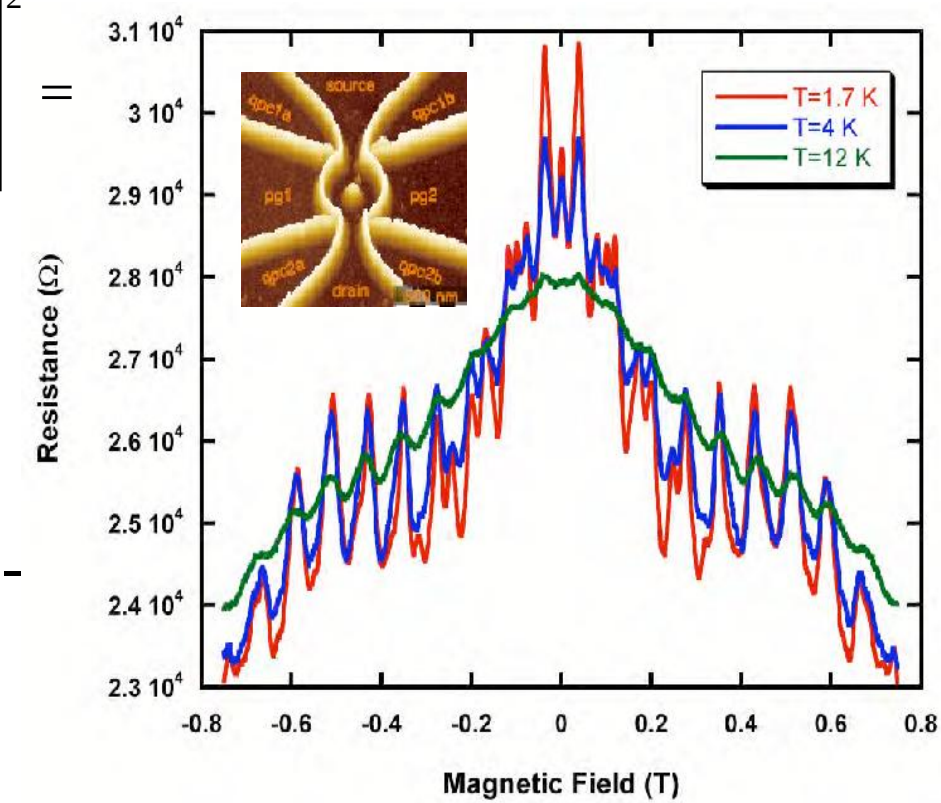


Az Aharonov-Bohm gyűrű két karján haladó hullámok a vektorpotenciál hatására is felvesznek fázist. A vezetőképesség a közbezárt fluxus (Φ) fluxuskvantum (Φ_0=h/e) szerint periodikus függvénye:

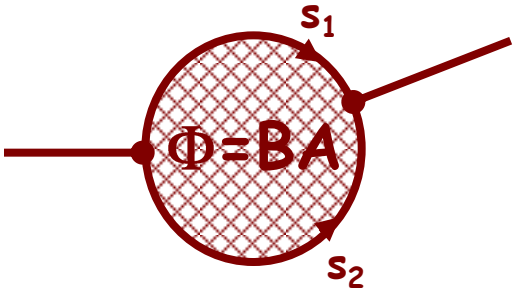
$$G \sim T = |t_1 + t_2|^2 = \left| e^{ik_F s_1 + \frac{ie}{\hbar}\int_1 \mathbf{A}ds} + e^{ik_F s_2 + \frac{ie}{\hbar}\int_2 \mathbf{A}ds} \right|^2 =$$

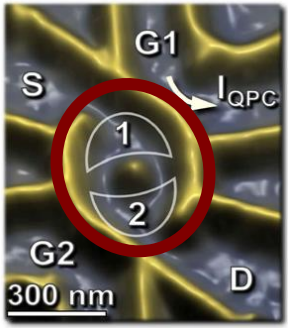
$$= 2 + 2\cos\underbrace{\left(k_F(s_1 - s_2) + \frac{e}{\hbar}\oint \mathbf{A}ds \right)}_{\delta_0 + 2\pi\Phi/\Phi_0}$$

Alacsony hőmérésékleten látszik az oszcilláció a mágneses tér függvényében, magasabb hőmérsékleten azonban elmosódik.



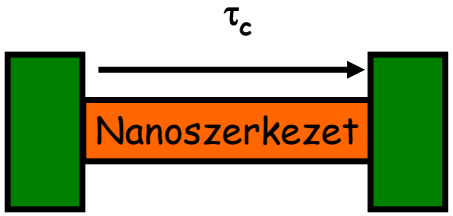
Aharonov-Bohm gyűrű





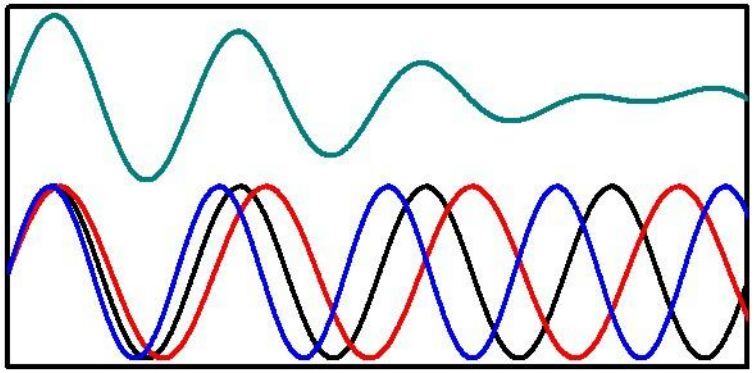
Az interferenciakép eltűnésének az okai:

- Környezet miatti dekoherencia (lásd következő oldalak)
- **Hőmérséklet miatti fázis kiátlagolódás:**



Véges hőmérsékleten a Fermi energia körüli kT tartományban különböző energiájú elektronok propagálnak. Koherens összeadás esetén is a fázisok kiátlagolódnak!

A nanoszerkezeten az elektronok átlagosan t_c idő alatt haladnak át. Az ehhez tartozó karakterisztikus energia: **Thouless energia,**



$$E_T = \hbar / \tau_c$$

$$\sim \int_{E_F - kT/2}^{E_F + kT/2} e^{iEt/\hbar} dE$$

~ kT>E_T hőmérsékleten lesz jelentős ez a kiátlagolódás

Környezet miatti koherencia-vesztés

Alsó ágon haladó elektronhullám: $|1\rangle$ Felső ágon haladó elektronhullám: $|2\rangle$

Teljes hullámfüggvény:

$$|\Psi\rangle = (\alpha|1\rangle + \beta|2\rangle)|\Phi_{\text{env}}\rangle \quad \Rightarrow \quad \alpha|1\rangle|\Phi_{\text{env1}}\rangle + \beta|2\rangle|\Phi_{\text{env2}}\rangle$$

környezet hullámfüggvénye kölcsönhatás a környezettel (összefonódás)

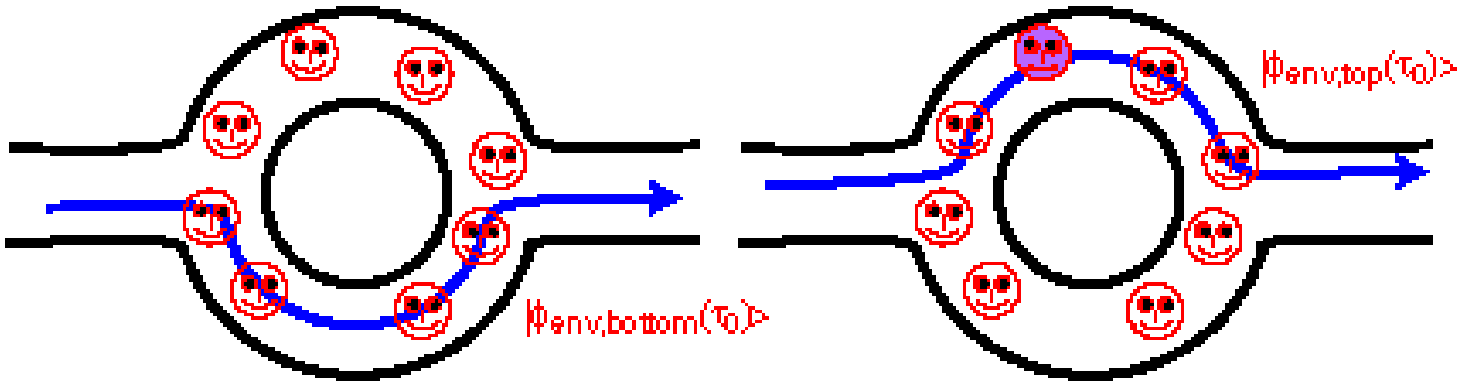
Transzmissziót mérünk :
(a **T** operátor csak az elektron hullámfüggvényekre hat, a környezetre nem!)

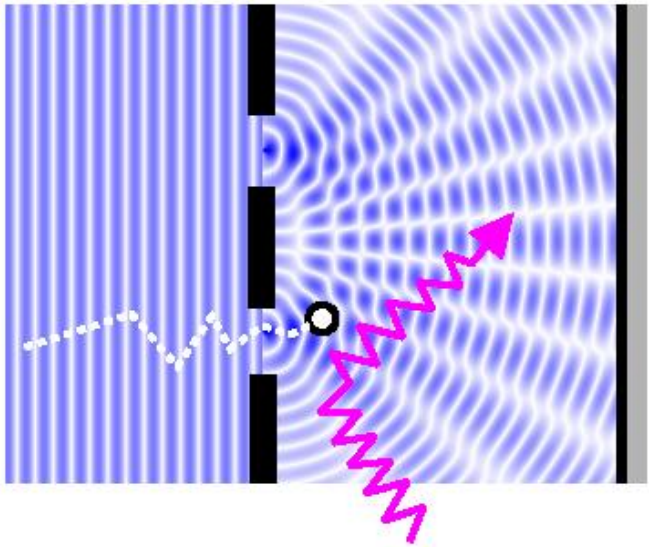
$$\langle\Psi|\mathbf{T}|\Psi\rangle = |\alpha|^2\langle 1|\mathbf{T}|1\rangle + |\beta|^2\langle 2|\mathbf{T}|2\rangle + \underbrace{\alpha^*\beta\langle 1|\mathbf{T}|2\rangle\langle\Phi_{\text{env1}}|\Phi_{\text{env2}}\rangle + \beta^*\alpha\langle 2|\mathbf{T}|1\rangle\langle\Phi_{\text{env2}}|\Phi_{\text{env1}}\rangle}_{\text{interferencia járulék}}$$

Ha $\langle\Phi_{\text{env1}}|\Phi_{\text{env2}}\rangle \to 0,$ akkor elveszik az interferencia.

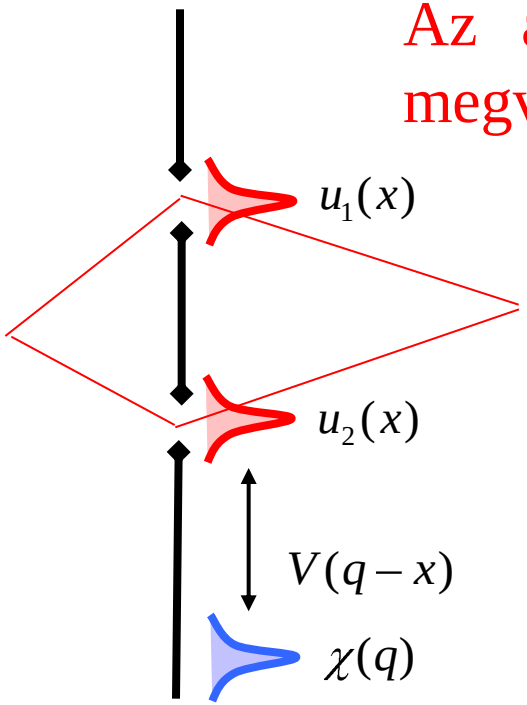
Környezet miatti koherenciavesztés

Azaz, ha a felül és alul haladó parciális elektronhullám különböző nyomot hagy a környezetben, akkor nem látunk interferenciát. Erre jó példa a fonon szórás, mely a hőmérséklet növelésével egyre jelentősebb dekoherenciához vezet.





Egyszerű példa (Stern, Aharonov, Imry)



Az alsó ágon haladó részecske hullámfüggvénye megváltozik a kölcsönhatás miatt:

$$\left|u_2(x)\right| \cdot e^{-i\left(E+V(q-x)\right)\cdot t/\hbar}$$

A kölcsönhatás ideje alatt felszedett fázis, ϕ.

q bizonytalansága miatt a fázis is bizonytalan:

$$\Delta\phi = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial V}{\partial q}\cdot \Delta q \cdot t$$

Ha a fázisbizonytalanság nagy lesz, elveszik az interferencia!

$$\Delta\phi > 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial V}{\partial q} t > \frac{\hbar}{\Delta q}$$

Egyszerű példa (Stern, Aharonov, Imry)

$$\Delta\phi > 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial V}{\partial q} t > \frac{\hbar}{\Delta q}$$

Ugyanaz a két feltétel!
Ugyanakkor veszik el az interferencia, amikor a környezet állapota megkülönbözethetővé válik alul illetve felül haladó elektron esetén!

$$\delta p > \Delta p \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial V}{\partial q} \cdot t > \frac{\hbar}{\Delta q}$$

$$\Updownarrow$$

$$\langle \chi_1 | \chi_2 \rangle << 1$$

Töltött részecske, mely csak az alsó ágon áthaladó elektronnal hat kölcsön. (A felső ágon haladó elektronnal elhanyagolható a kölcsönhatás).
Helykoordináta: q, **helybizonytalanság: Δq**

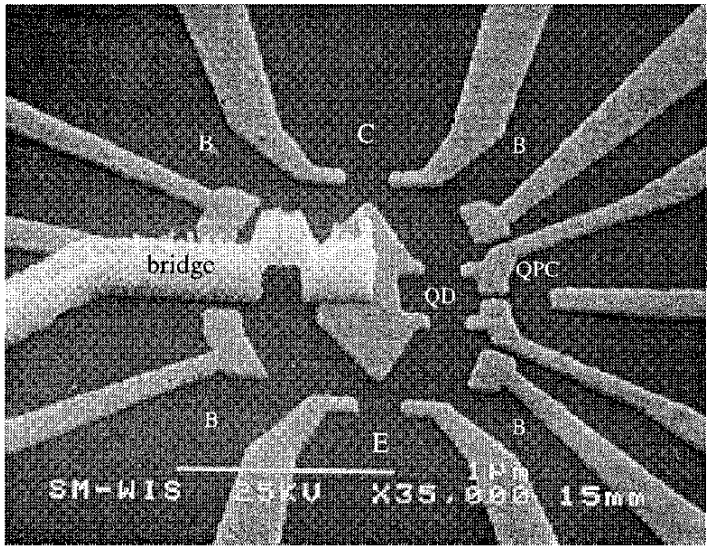
Ha alul halad az elektron, a töltött részecske gyorsul az erő hatására. Kölcsönhatás ideje (t) alatt az impulzusváltozás:

$$\delta p = \frac{\partial V}{\partial q} \cdot t$$

Ha az impulzus változás nagyobb az impulzus-bizonytalanságnál, akkor a részecske tárolta az „útinformációt”.

Környezet miatti koherenciavesztés Aharonov Bohm gyűrűben

Ha a kétrés kísérletben megmondható, hogy az elektron melyik résen haladt át (nyomot hagy a környezetében) → interferencia megszűnik



Interferométer: Aharonov - Bohm elrendezés QDot-tal az egyik ágban

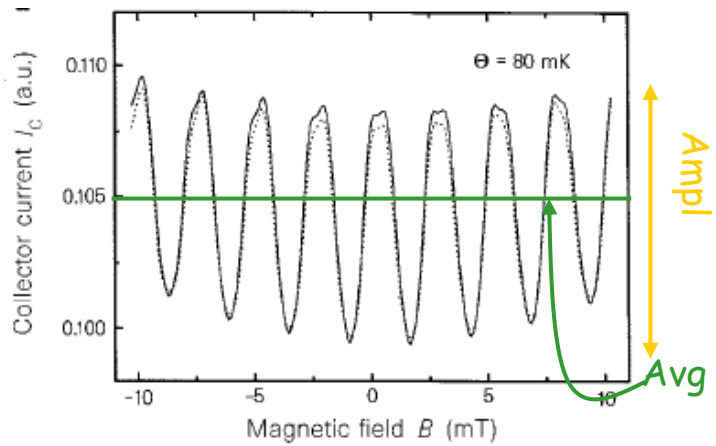
„Útvonal" detektor = QDot + mellette kvantum vezeték (QPC): a Dotban lévő elektron visszaszórást okoz QPC-ben, minél több e-t szór vissza a QPC-ban, annál nagyobb nyomot hagy a környezetén

Környezet miatti koherenciavesztés

A környezetben minnél nagyobb nyomot hagy az e → $|\langle\Phi_{env1}|\Phi_{env2}\rangle|$ csökken → az interferencia láthatósága csökken (láthatóság: ν = Ampl/Avg)

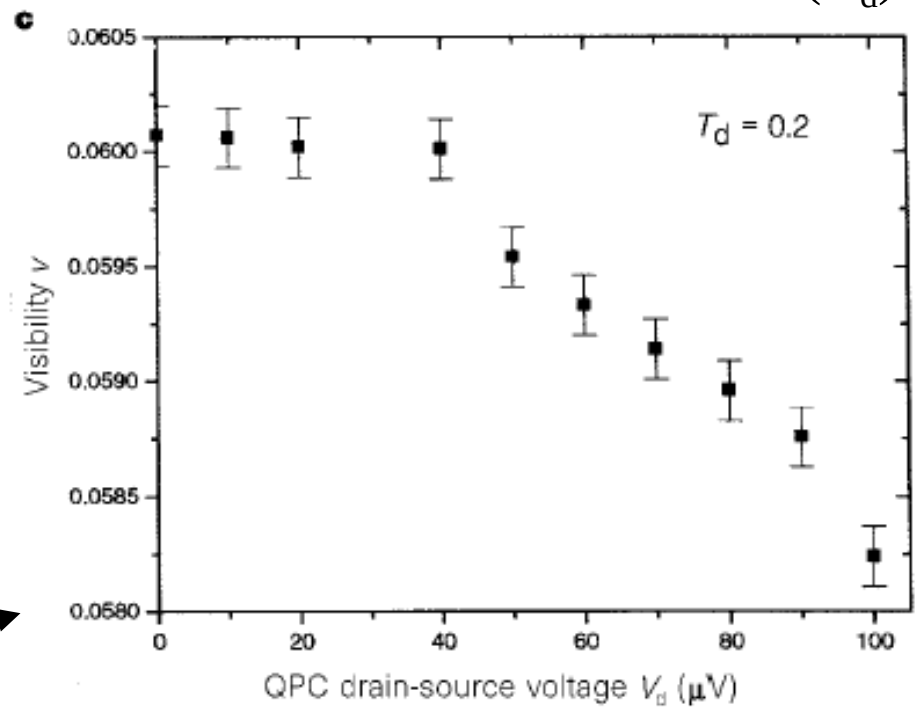
Környezet miatti koherencia-vesztés Aharonov-Bohm gyűrűben

Szokásos AB-oszcillációk: $I_C(B)$



Detektor „érzékenységét” QPC-ra adott (V_d) feszültség növelésével javíthatjuk: I_{QPC} nő, több elektront tud visszaszórni

Koherencia vesztés mérése $\nu(V_d)$



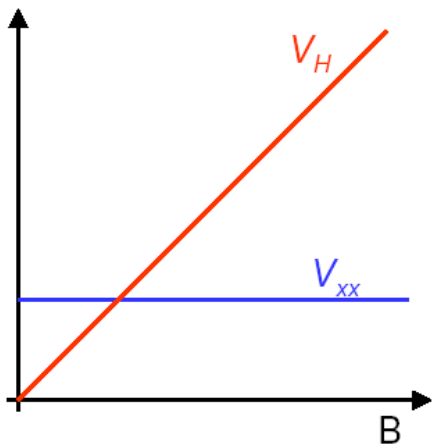
A detektor érzékenységének a növelésével az interferencia láthatósága csökken!

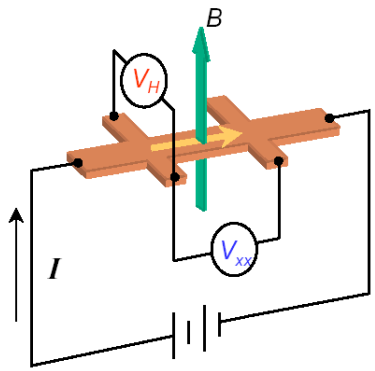
Buks et al., Nature **391**, 871 (1998)

Kvantum Hall-effektus

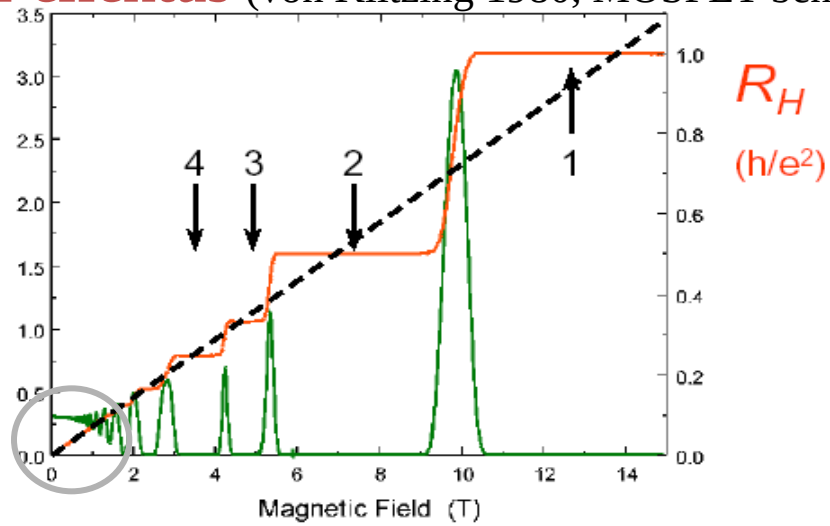
Nobel díj, 1985

Klasszikus Hall-effektus **Kvantum Hall-effektus** (von Klitzing 1980, MOSFET-ben)





klasszikus viselkedés



Klasszikus Hall effektus: $R_H = V_H/I \sim B$,

V_{xx}=konst.

Egész számú kvantum Hall effektus (IQHE)

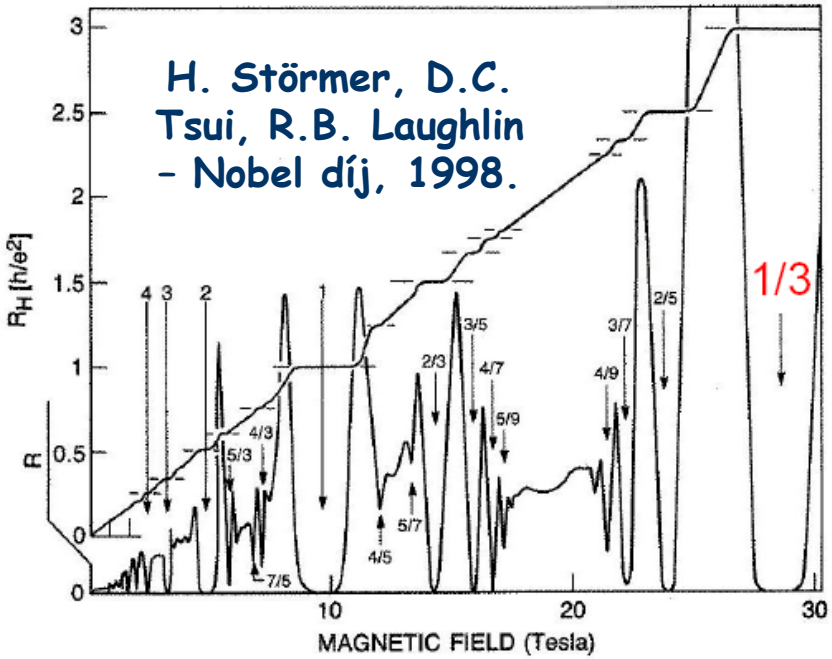
(2DEG + nagy mágneses tér):

$R_H = h/e^2 n$, n egész; $V_{xx}=0$

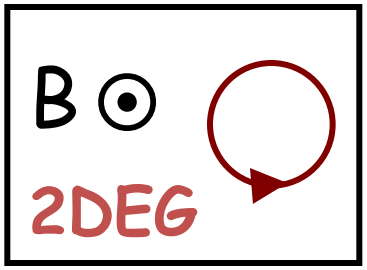
Tört számú kvantum Hall effektus (FQHE)

(nagyon tiszta 2DEG, még nagyobb mágneses tér, "kompozit fermionok"):

$R_H = h/e^2 n$, n=p/q, ahol p,q egész; $V_{xx}=0$



2DEG mágneses térben, Landau-nívók



Klasszikusan: ciklotronpálya

$$evB = e\omega rB = m\omega^2 r$$

$$\boxed{\omega_c = \frac{eB}{m}}$$ de a sugár tetszőleges lehet!

Kvantumosan a sugár kvantált, a legkisebb sugár (ciklotronsugár):

$$2\pi r_c = \lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{m\omega_c r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{r_c = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_c}}}$$ <- 1T térnél 25 nm!

A Schrödinger egyenlet megoldása:

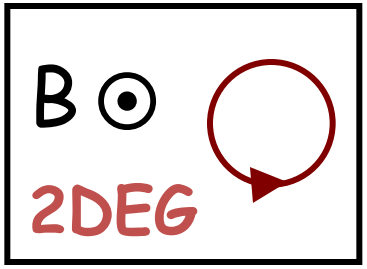
A Hamilton operátor: $\hat{H} = \frac{1}{2}m\left(\hat{v}_x^2 + \hat{v}_y^2\right), \quad \hat{v}_i = \left(\hat{p}_i + e\hat{A}_i\right)/m$

z irányú B térnél **A**=(A_x(x,y),A_y(x,y)) vehető

$$[\hat{v}_x, \hat{v}_y] = \frac{1}{m^2}[\hat{p}_x + e\hat{A}_x, \hat{p}_y + e\hat{A}_y] = \frac{\hbar e}{im^2}\left([\partial_x, A_y] + [A_x, \partial_y]\right) = \frac{\hbar e}{im^2}\underbrace{\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)}_{B} = \frac{\hbar eB}{im^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{[\hat{v}_x, \hat{v}_y] = \frac{\alpha}{i}, \quad \alpha = \frac{\hbar\omega_c}{m}}$$

2DEG mágneses térben, Landau-nívók



Új operátorokat bevezetve:

$$\hat{a} = (\hat{v}_x + \hat{v}_y)\sqrt{2\alpha}, \quad \hat{a}^+ = (-i\hat{v}_x + \hat{v}_y)\sqrt{2\alpha}$$

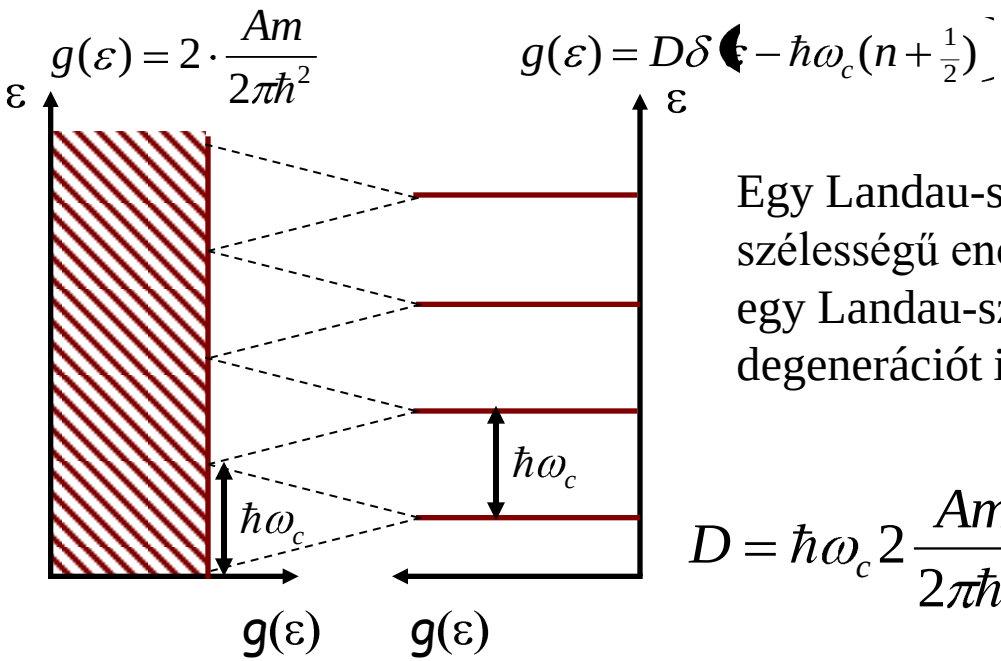
$$\boxed{\Rightarrow \hat{H} = \hbar\omega_c\left(\hat{a}^+\hat{a} + \tfrac{1}{2}\right)} = \tfrac{1}{2}\hbar\omega_c + \frac{\hbar\omega_c}{2\alpha}(\hat{v}_x^2 + \hat{v}_x^2 \underbrace{- i\hat{v}_x\hat{v}_y + i\hat{v}_y\hat{v}_x}_{-\alpha}) = \tfrac{1}{2}m(\hat{v}_x^2 + \hat{v}_y^2)$$

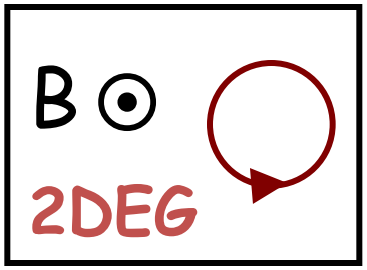
$$[\hat{a}, \hat{a}^+] = \frac{1}{2\alpha}[i\hat{v}_x + \hat{v}_y, -i\hat{v}_x + \hat{v}_y] = 1$$

A harmonikus oszcillátorra vezettük vissza a problémát, az energiaszintek kvantáltak a mágneses térben (Landau nívók):

$$\boxed{E = \hbar\omega_c\left(n + \frac{1}{2}\right)}$$

Landau-nívók, degeneráció





Egy Landau-szinten levő elektronok zérus térben $h\omega_c$ szélességű energiatartományban helyezkednek el. Így egy Landau-szint degenerációja (a spin szerinti degenerációt is figyelembe véve) :

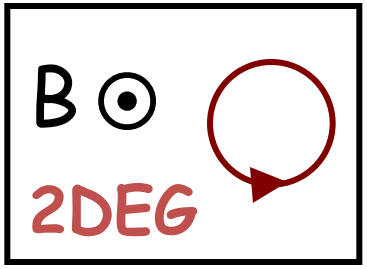
$$D = \hbar\omega_c 2\frac{Am}{2\pi\hbar^2} = \frac{2eBA}{h} \Rightarrow \boxed{D = \frac{2\Phi}{\Phi_0}, \quad \Phi_0 = \frac{h}{e}}$$

Így egy teljesen betöltött Landau-szinten az elektronsűrűség:

$$\boxed{n = \frac{2eB}{h}}$$

Naiv becslés: egy Landau-szintre a lehető legkisebb sugárral a sugárral $N=2A/r_c^2\pi=...=4\Phi/\Phi_0$ ciklotronpálya fér fel a 2DEG A felületére, ahol $\Phi=BA$ a teljes fluxus, $\Phi_0=h/e$ pedig a fluxuskvantum, '2' pedig a spin degeneráció.

Landau-nívók, degeneráció



Landau-szintek megfigyelésének feltételei:

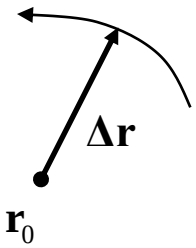
- Az elektron sokszor végig tudja járja a ciklotron pályát két szórás között:

$$\omega_c >> \frac{1}{\tau} \quad \Leftrightarrow \quad B >> \frac{1}{\mu} \qquad \mu = \frac{e\tau}{m} \quad \Rightarrow$$ nagy B tér, elegendően nagy tisztaság

- $\hbar\omega_C$ >> $k_B T$, eV (alacsony hőmérséklet!)

- kevés Landau-szint legyen betöltve, kis e sűrűség

Ciklotron pályák középpontja



$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \Delta\mathbf{r}, \qquad F_{\text{cp}} = -m\omega^2 \Delta\mathbf{r} = -e\mathbf{v}\times\mathbf{B} \;\Rightarrow\; \mathbf{r}_0 = \mathbf{r} - \frac{e}{m\omega^2}\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

QM: bevezetjük a pálya középpontjának a helyoperátorait:

$$\boxed{\hat{x}_0 = \hat{x} - \frac{\hat{v}_y}{\omega_c}, \quad \hat{y}_0 = \hat{y} + \frac{\hat{v}_x}{\omega_c}}$$

A középpont várható értékének időbeli változása (középponti sebesség) :

$$\frac{d}{dt}\langle \hat{x}_0 \rangle = \frac{i}{\hbar}\langle [\hat{H}, \hat{x}_0] \rangle = \underbrace{\frac{i}{\hbar}\langle [\hat{H}, \hat{x}] \rangle}_{\langle \hat{v}_x \rangle} - \frac{im}{2\hbar\omega_c}\langle [\hat{v}_x^2 + \hat{v}_y^2, \hat{v}_y] \rangle = \langle \hat{v}_x \rangle - \frac{im}{2\hbar\omega_c}\underbrace{\langle [\hat{v}_x^2, \hat{v}_y] \rangle}_{2\langle \hat{v}_x \rangle \hbar\omega_c / mi} = 0$$

Hasonlóan:

$$[\hat{y}_0, \hat{x}_0] = \left[\hat{y} + \frac{\hat{v}_x}{\omega_c}, \hat{x} - \frac{\hat{v}_y}{\omega_c}\right] = -\underbrace{\left[\hat{y}, \frac{\hat{p}_y}{m\omega_c}\right]}_{-\frac{\hbar}{im\omega_c}} + \underbrace{\left[\frac{\hat{p}_x}{m\omega_c}, \hat{x}\right]}_{\frac{\hbar}{im\omega_c}} - \underbrace{\left[\frac{\hat{v}_x}{\omega_c}, \frac{\hat{v}_y}{\omega_c}\right]}_{\frac{\hbar}{im\omega_c}} = \frac{\hbar}{im\omega_c} = \frac{r_c^2}{i}$$

$$\frac{d}{dt}\langle \hat{y}_0 \rangle = 0$$

Általános határozatlansági reláció:

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2}\left|\langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle\right| \;\Rightarrow\; \boxed{\Delta x_0 \cdot \Delta y_0 \geq \frac{r_c^2}{2}}$$

A ciklotron pályák helyének a bizonytalanságát a ciklotron sugár adja meg, egy elektron legalább $r_c^2/2$ „helyet foglal”.

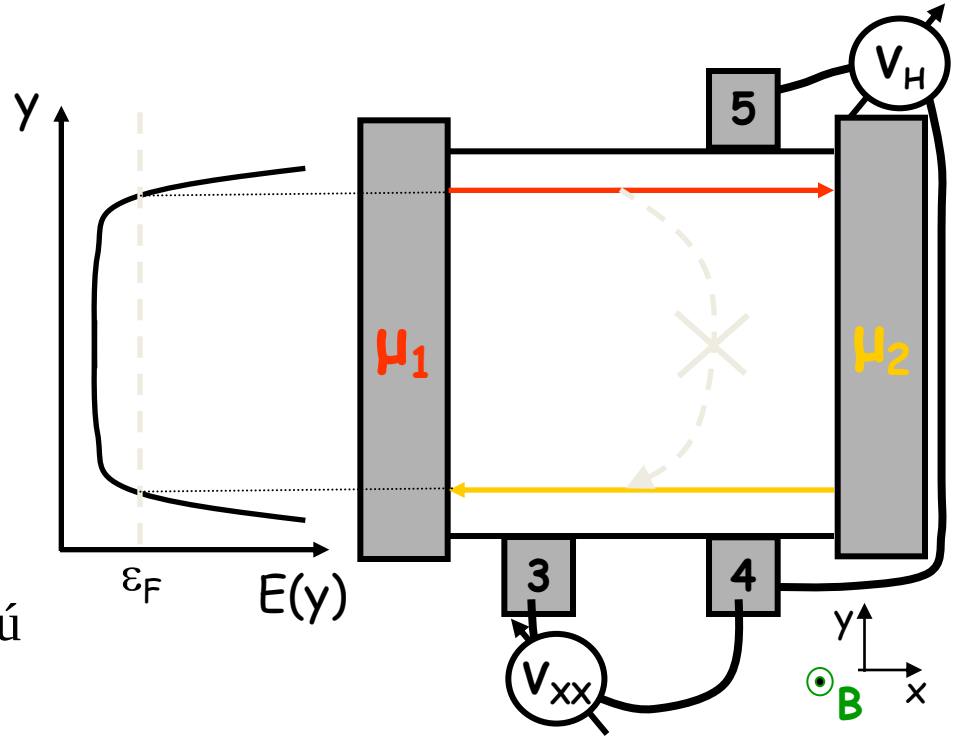
Egyetlen Landau-nívó

Csak a minta szélén vannak állapotok a Fermi energiánál, csak itt folyhat áram!

A minta felső szélénél:

$$\dot{x}_0 = \frac{1}{eB}\frac{\partial U_{\text{bezáró}}}{\partial y_0} > 0$$

-> pozitív x irányú mozgás.



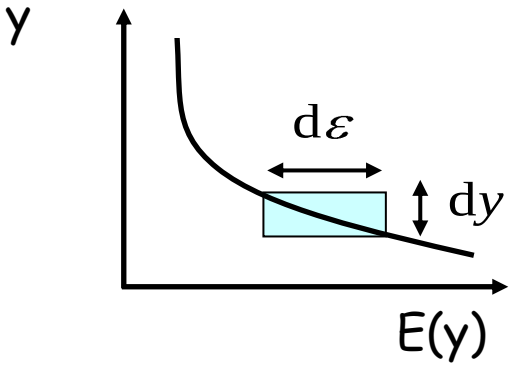
Hasonlóan a minta alsó szélénél negatív x irányú mozgás.

A minta közepében tiltott sáv a Fermi energiánál, a felső "**élállapotok**" nem tudnak átszoródni az alsó élállapotokba!.

A minta felső részén haladó elektronok mind az 1 elektródából jönnek μ_1 kémiai potenciállal, az alsó élnél pedig a 2 elektródából μ_2 kémiai potenciállal!

$$\boxed{V_{xx} = 0, \quad V_H = (\mu_1 - \mu_2)/e}$$

Egyetlen Landau-nívó



Egy élállapot dε szélességű tartományának járuléka az áramhoz:

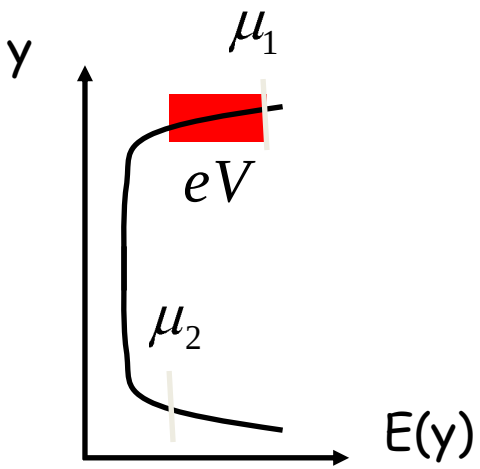
$$I = j \cdot \mathrm{d}y = n \cdot e \cdot v \cdot \mathrm{d}y = \frac{2e}{h}\mathrm{d}\varepsilon$$

$$\frac{2eB}{h} \qquad \frac{1}{eB}\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}y}$$

μ_1-μ_2=eV esetén felső állapotok eV-vel nagyobb energiáig vannak betöltve,mint az alsók, így az eredő áram:

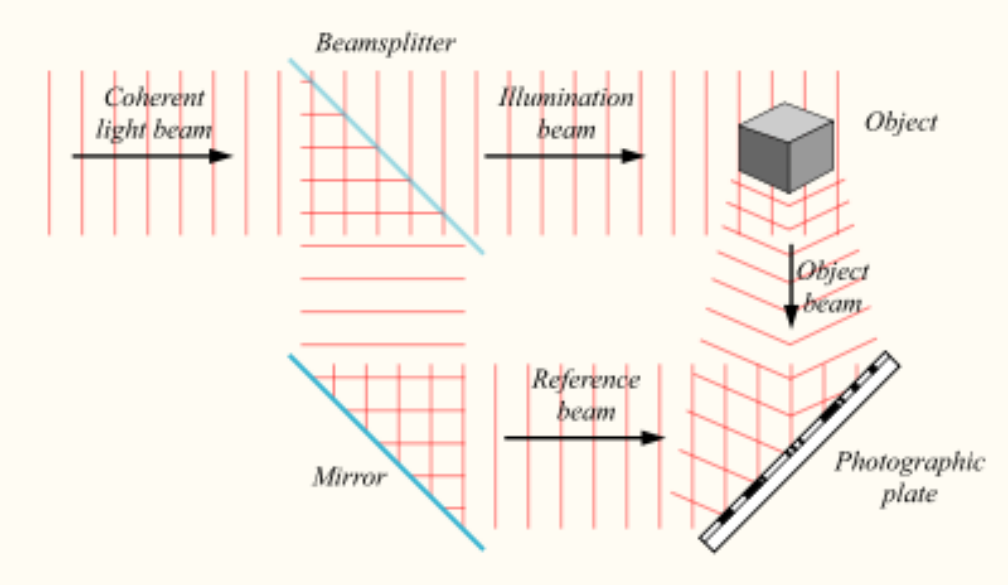
$$I = \frac{2e}{h}eV \Rightarrow G_H = \frac{I}{V_H} = \frac{2e^2}{h}$$

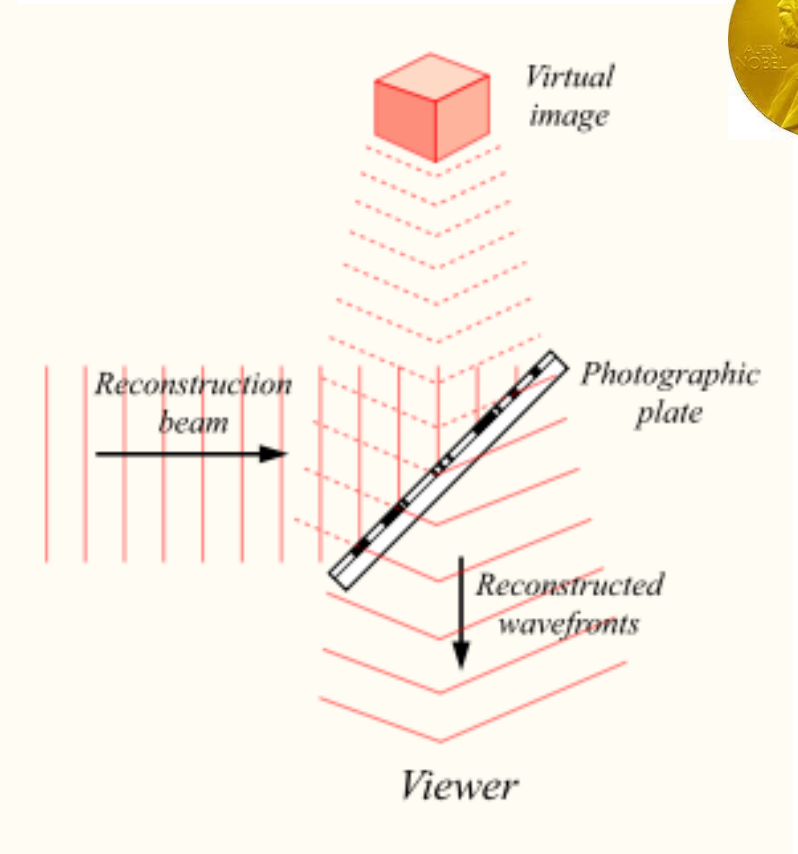
$$R_H = \frac{V_H}{I} = \frac{h}{2e^2}$$



Holográfia

1971

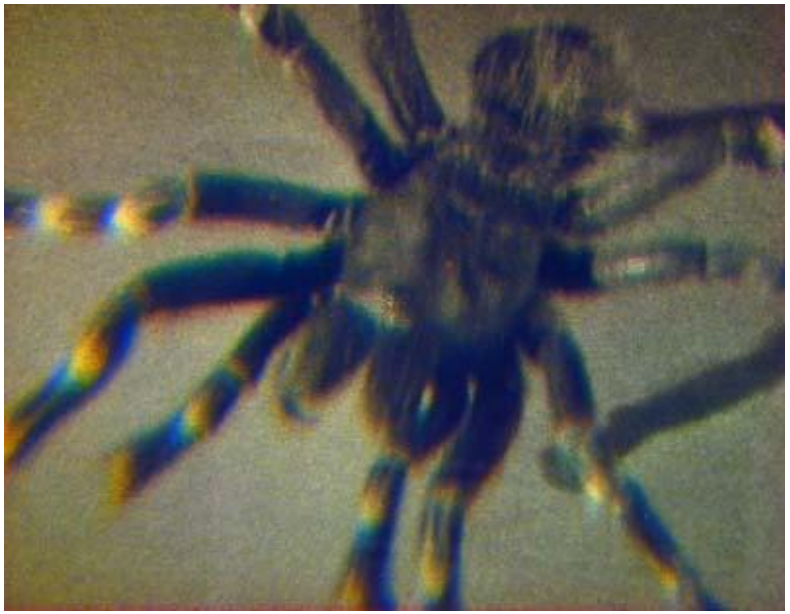




Fekete-fehér fénykép: amplitúdó rögzítése

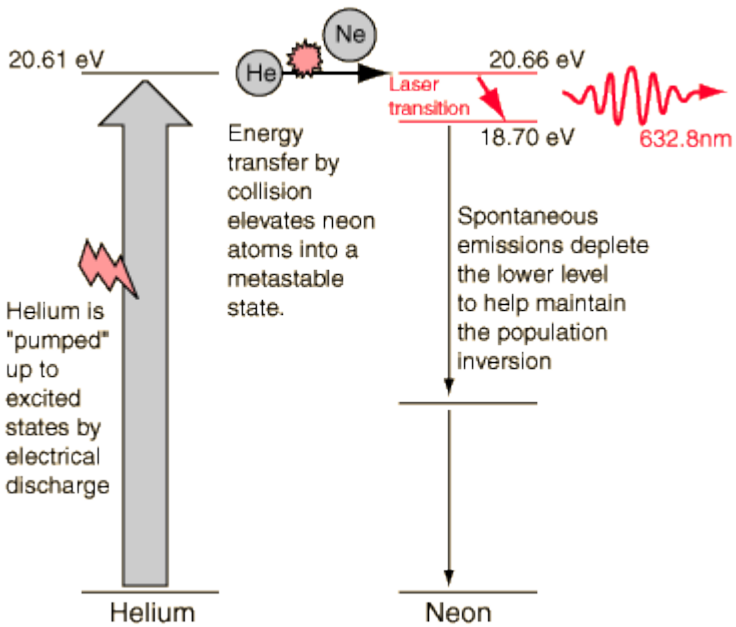
Színes fénykép: amplitúdó és frekvencia rögzítése

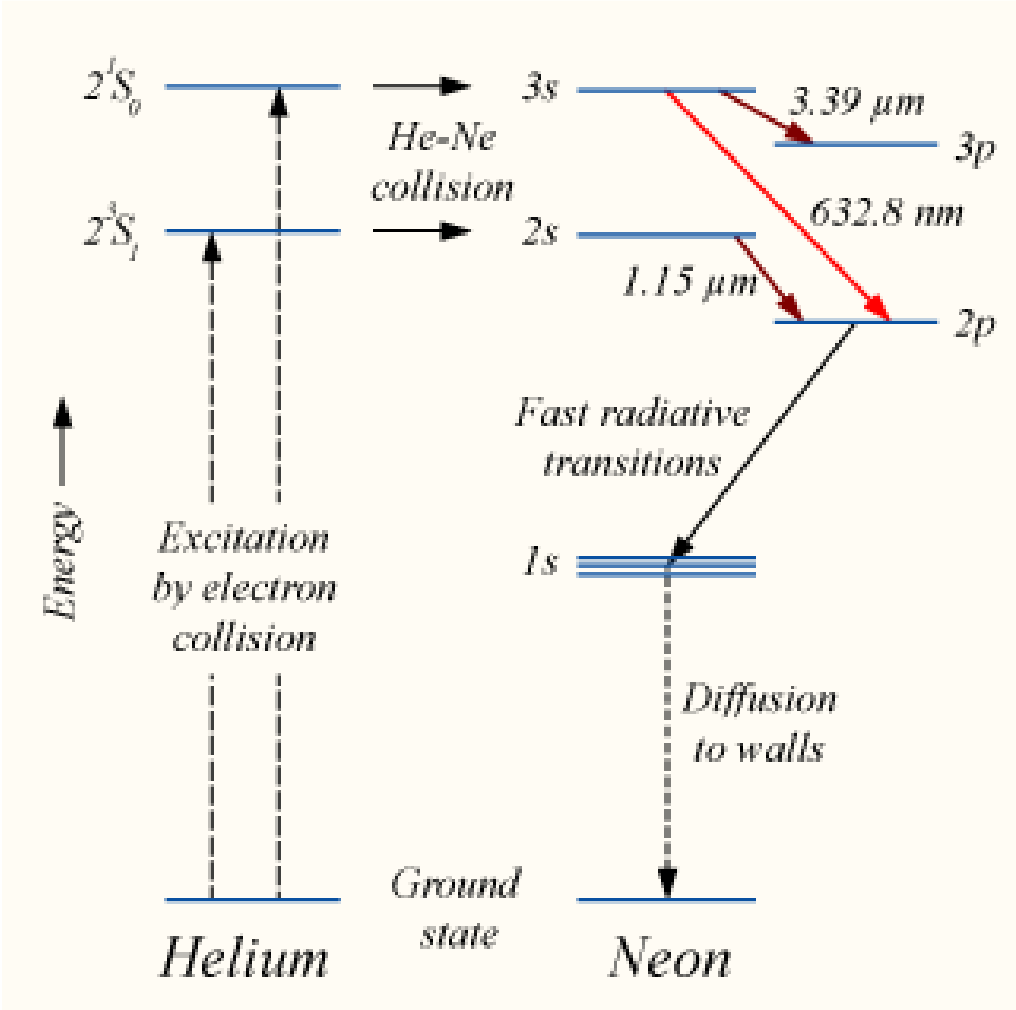
Hologram: amplitúdó, frekvencia és fázisviszonyok rögzítése!




Húzza az egeret a kép
fölé !

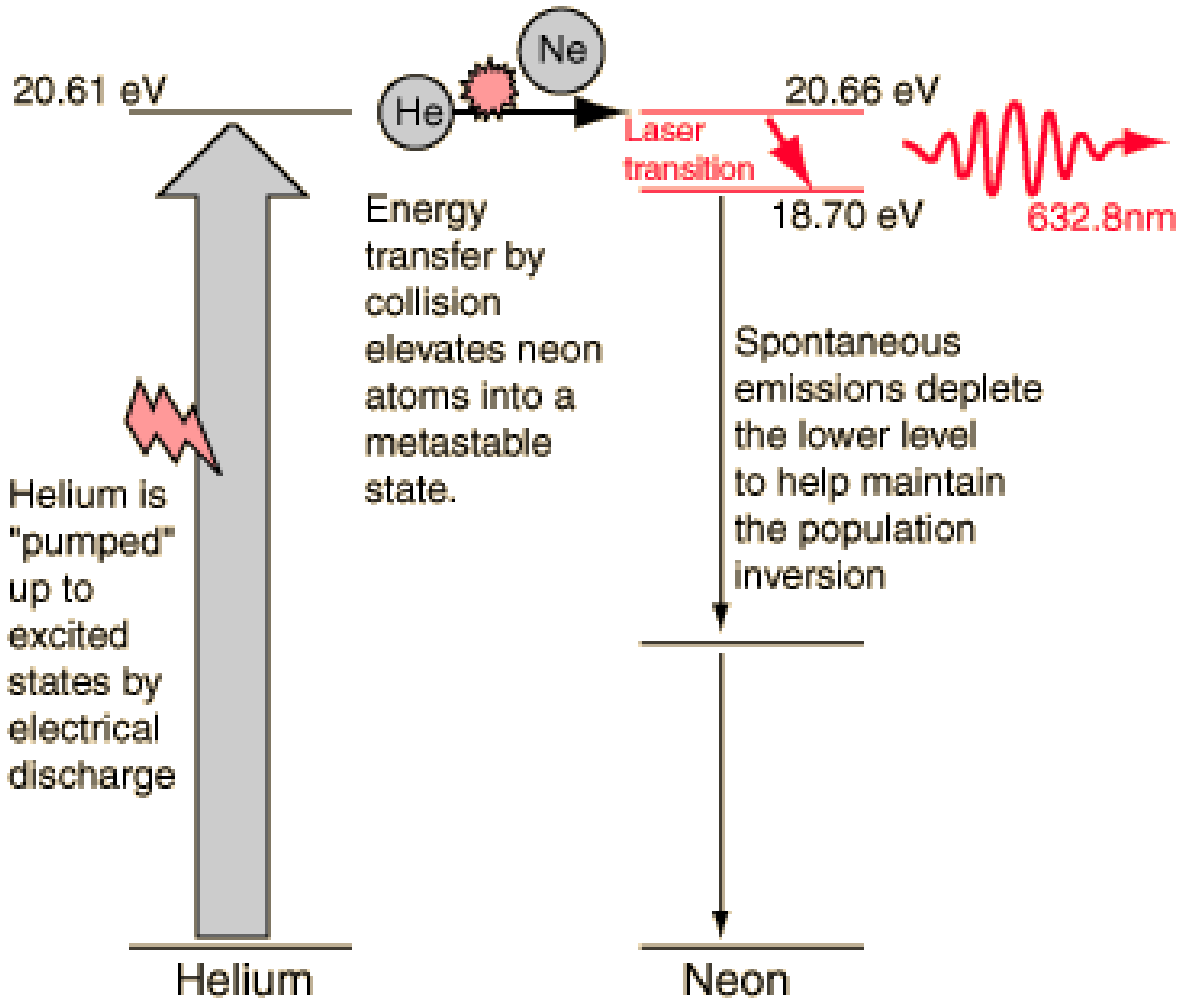
Lézerek – gázlézer (1)





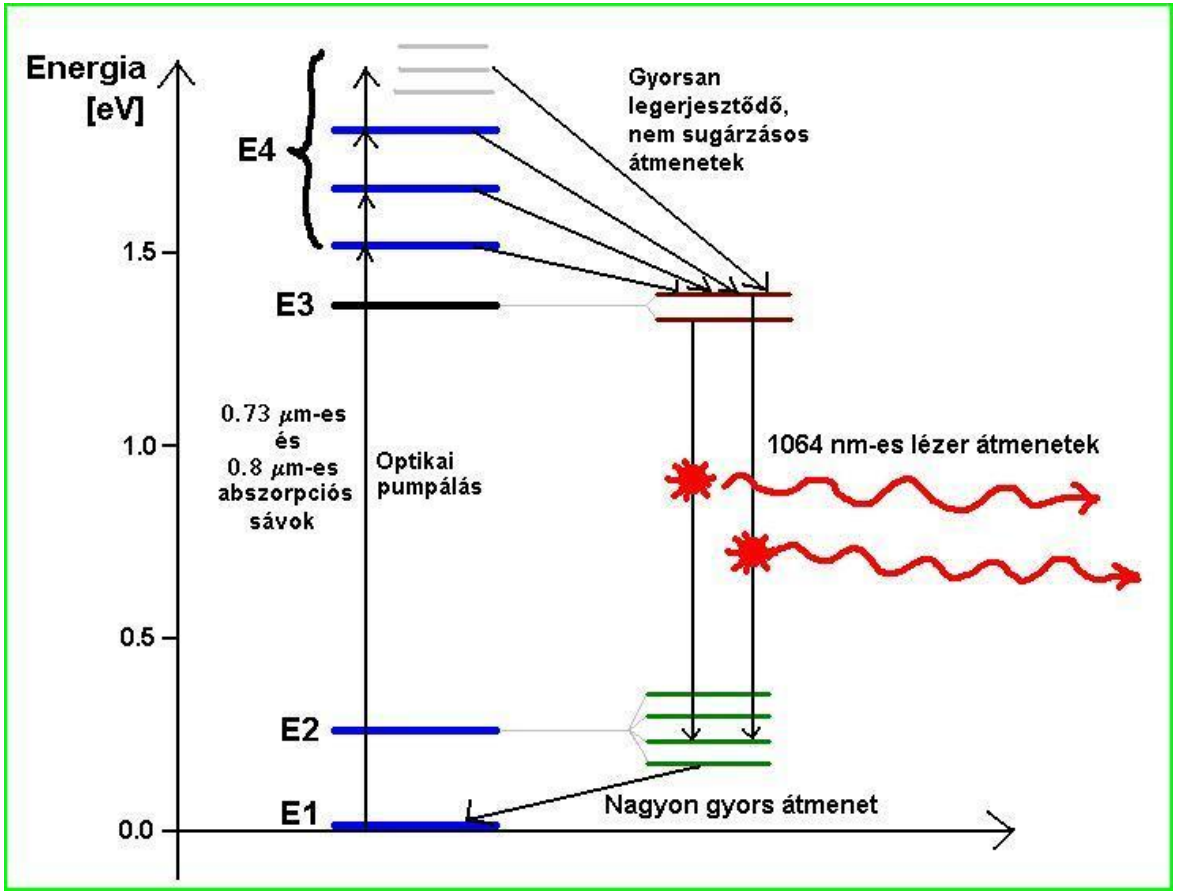
He-Ne (10:1) gázlézer

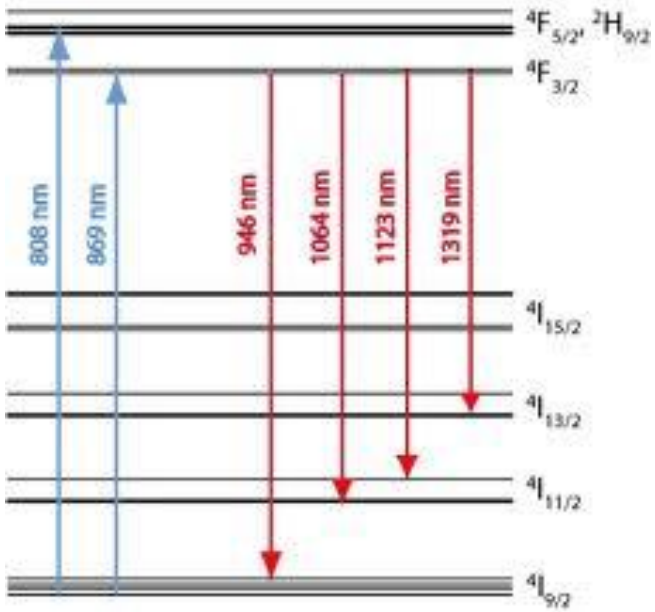
Lézerek – gázlézer (2)



He-Ne (10:1) gázlézer

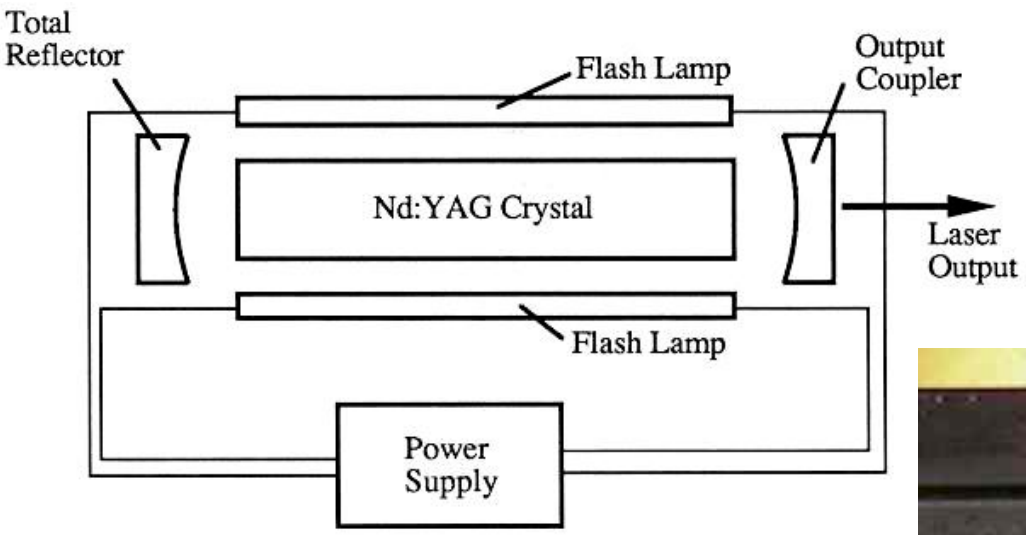
Lézerek – szilárdtest lézer (1)

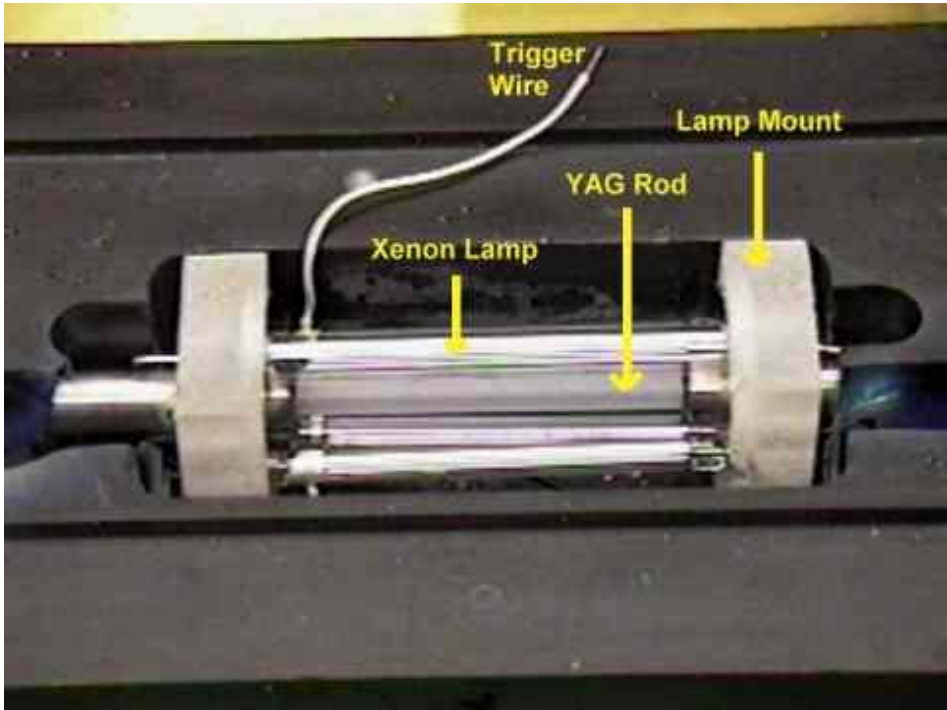




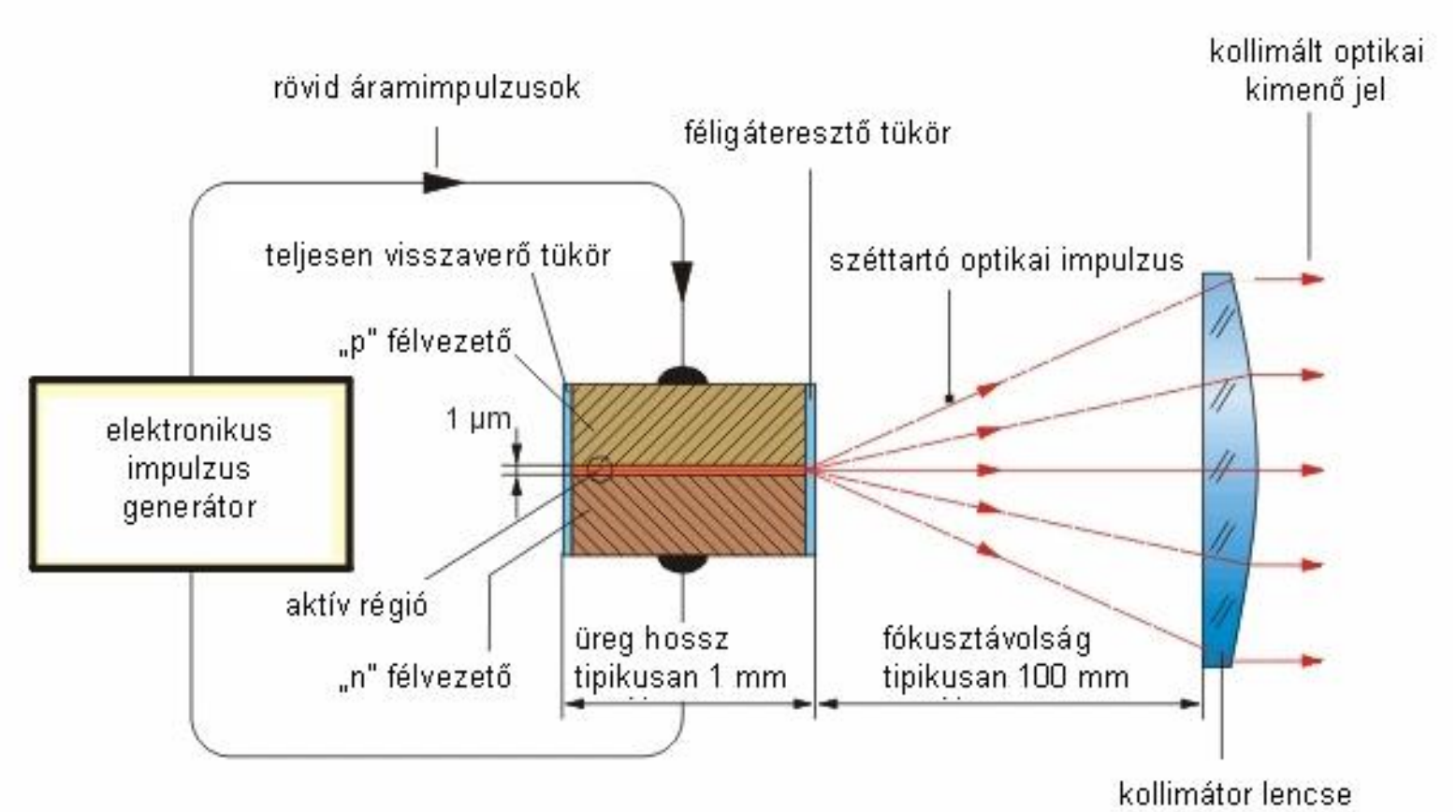
NdYag

Lézerek – szilárdtest lézer (2)



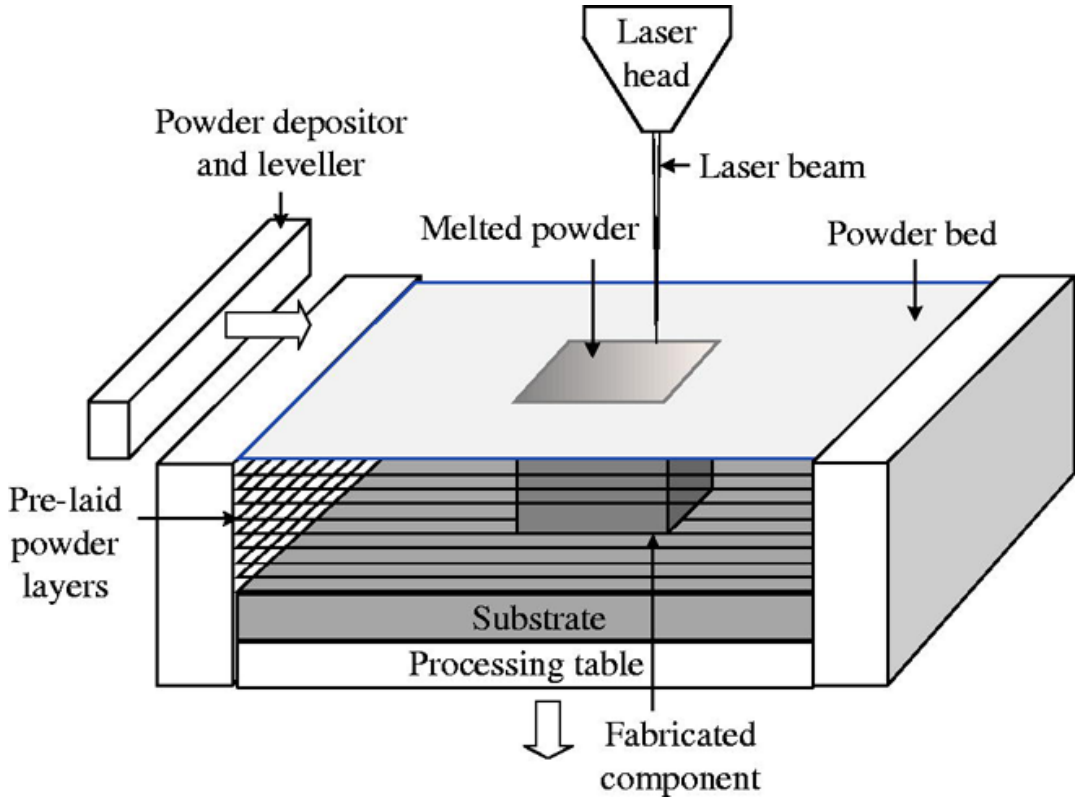


Félvezető lézer



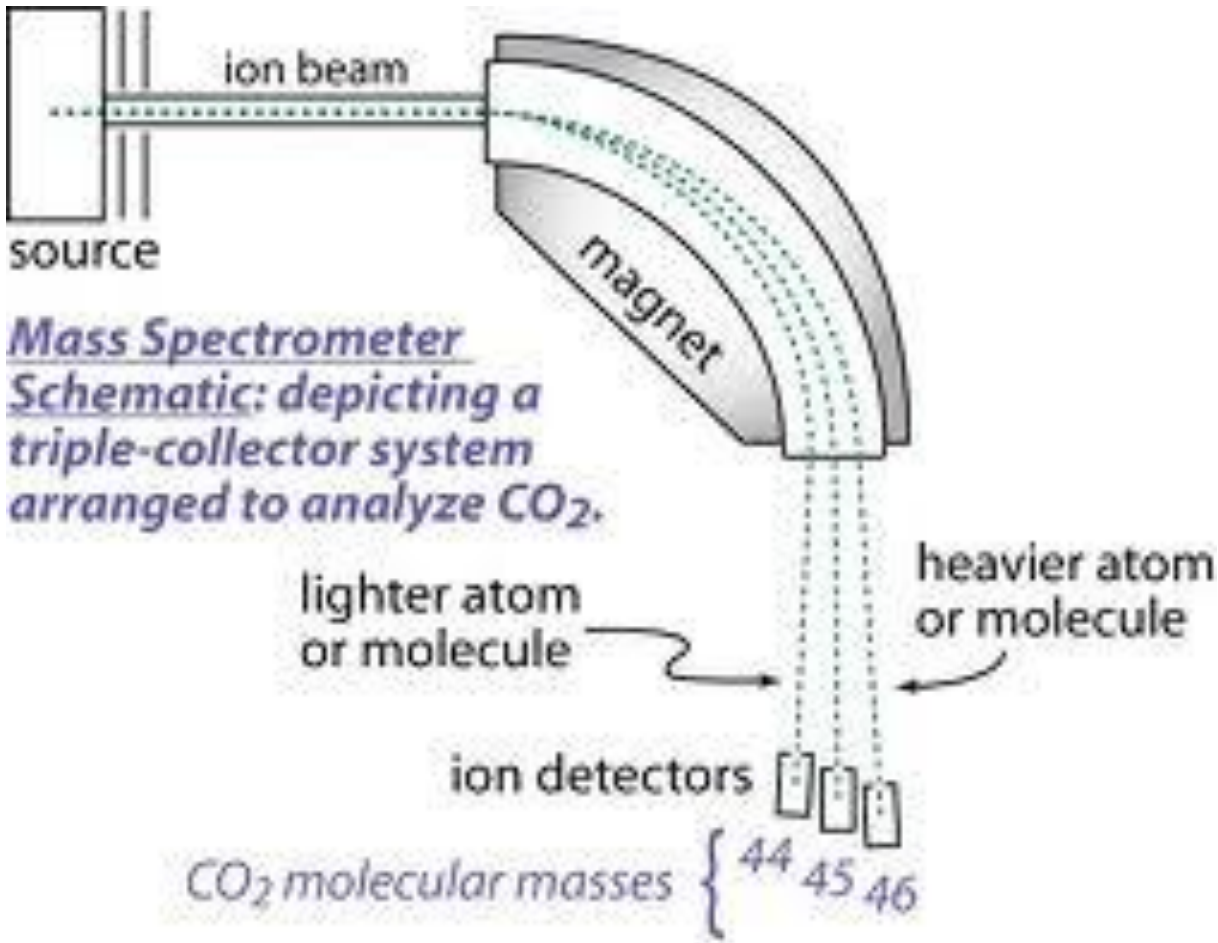
GaAs, InP, GaSb, GaN

Lézeres olvasztás (1)

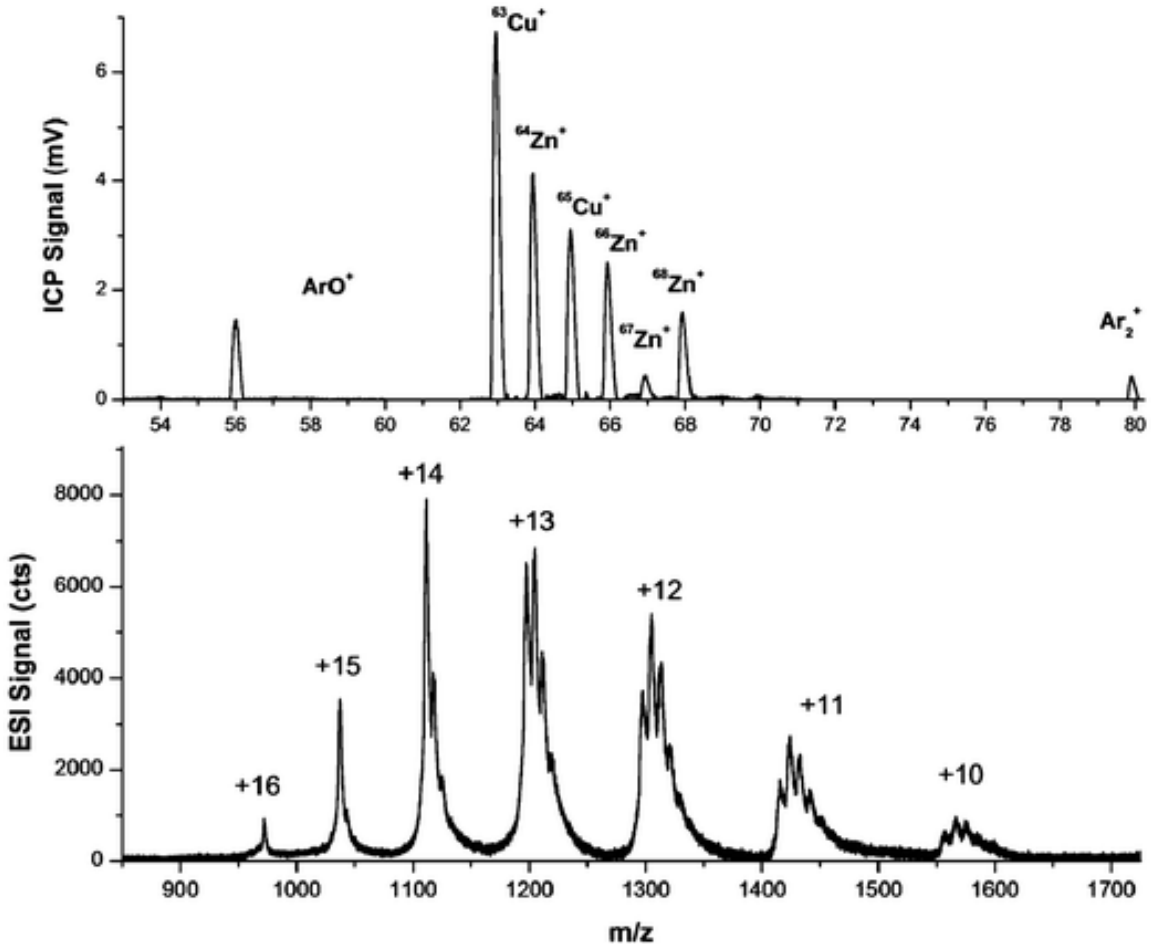


Lézeres olvasztás (2)

Tömeg spektrometria (1)



Tömeg spektrometria (2)



Izotóp szétválasztás, kvantitatív meghatározás

Elektron spin rezonancia - ESR (1)

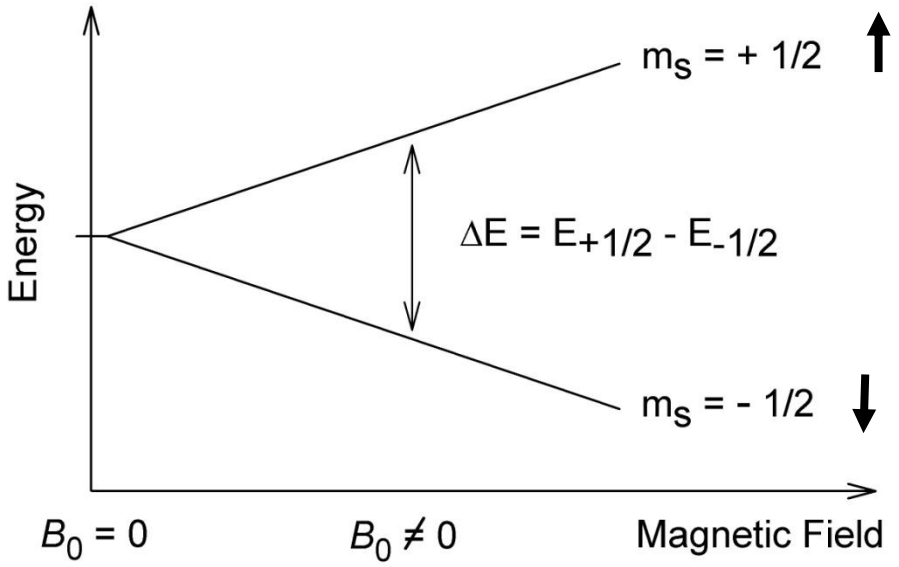
ESR (1944): Héjelektronok, vezetési elektronok vizsgálatára

- Konstans mágneses tér (Larmor-precesszió) ⟶ Zeeman-effektus ⟶ felhasadás: spin ↑ ↓

$$E = m_s g_e \mu_B B_0$$

spin, Lande-faktor, Bohr-magneton, mágneses indukció

$$\Delta E = g_e \mu_B B_0 = h\nu$$



Elektron spin rezonancia - ESR (2)

- Mikrohullám: (állandó frekvencia $\sim 10\ GHz$ (folyamatos)
$\longrightarrow$ átmenetek létrehozása

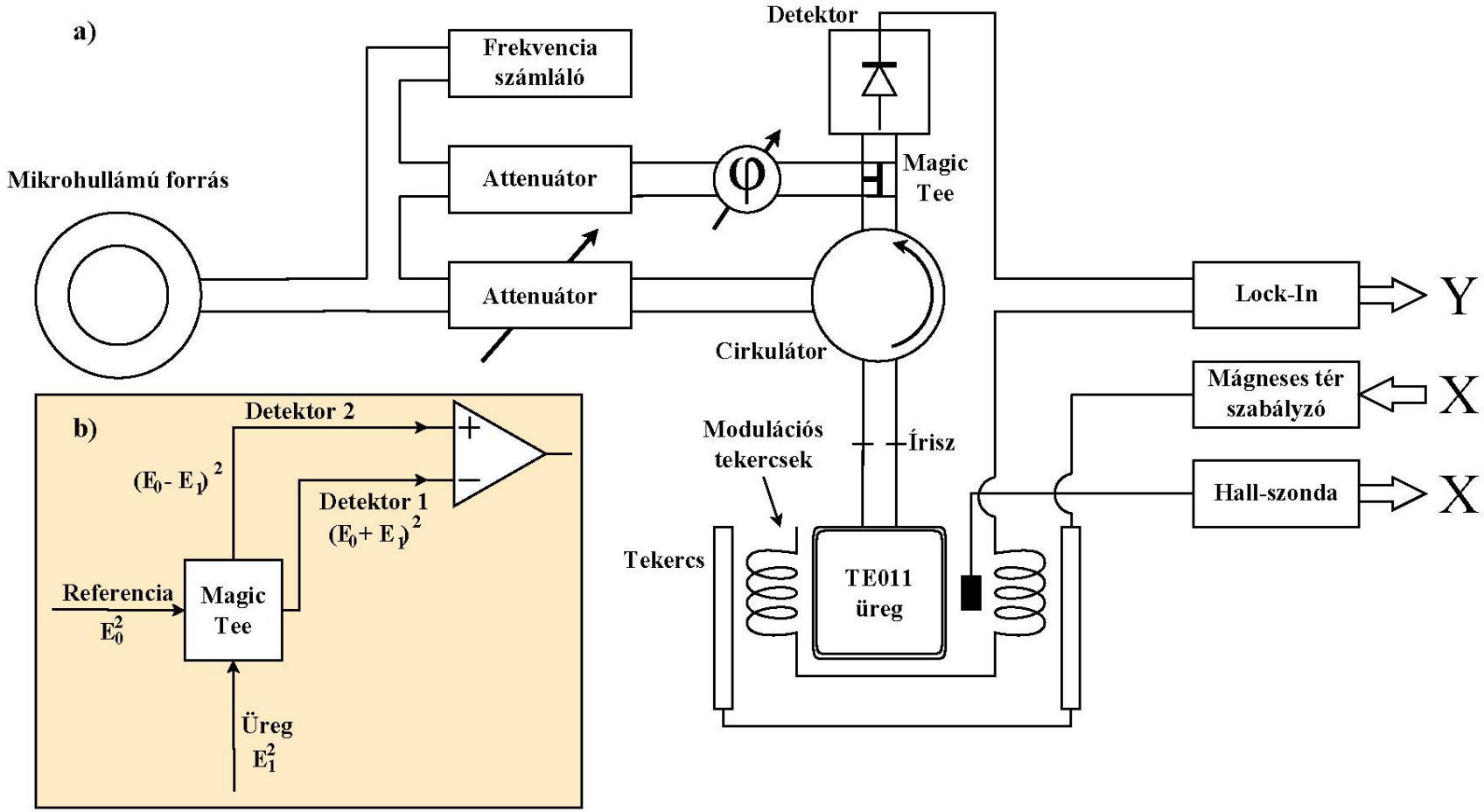
- Moduláció: változó mágneses tér $B_m \sin \omega t$ $\longrightarrow$
detektálás $B_m \sim 1 - 2\ G \quad (1\ mT = 10\ G)$

$\omega \sim 100\ kHz$

$\longrightarrow$ hiperfinom felhasadás a spin-magspin csatolás miatt

króm, mangán, szabadgyökök, vezetési elektronok (pl. szén nanocső)

Elektron spin rezonancia - ESR (3)



Mag mágneses rezonancia - NMR (1)

NMR (Nuclear Magnetic Resonance - Magnetic Resonance Imaging (MRI) /orvosi/ -) - Magnetic Resonance Tomography (MRT) /orvosi/

-Konstans nagy mágneses tér (szupravezető anyag; He és N hűtés):
$\longrightarrow$ felhasítja a mag spineket

-Mikrohullám (változó frekvencia, impulzus üzemű) $\longrightarrow$ Fourier-transzformáció (spektrum)

- Kis mágneses tér (szolenoid: $\sim mT$): átmenetek létrehozása

$\longrightarrow$ nem-zérus spinű magok vizsgálata:

$$^{1}H,\ ^{2}H,\ ^{3}He,\ ^{11}B,\ ^{13}C,\ ^{14}N,\ ^{15}N,\ ^{17}O,\ ^{19}F,\ ^{31}P, \ldots$$

Mag mágneses rezonancia - NMR (2)

900 MHz, 21.2 T NMR Magnet
HWB-NMR, Birmingham, UK

NMR – orvosdiagnosztikai célokra

Köszönetnyílvánítás

Köszönet Dr. Halbritter Andrásnak a tárgyalt témákhoz nyújtott segítségéért és az általa átadott képekért (2-27 oldalak)!