FIZIKA BSc, III. évfolyam / 1. félév
„Optika” – előadásjegyzet

POLARIZÁCIÓ

Dr. Barócsi Attila, Dr. Erdei Gábor, 2018-08-25

Ajánlott szakirodalom:

Klein-Furtak:	Optics
Richter P.:	Bevezetés a modern optikába
Saleh-Teich:	Fundamentals of Photonics

Polarizáció:

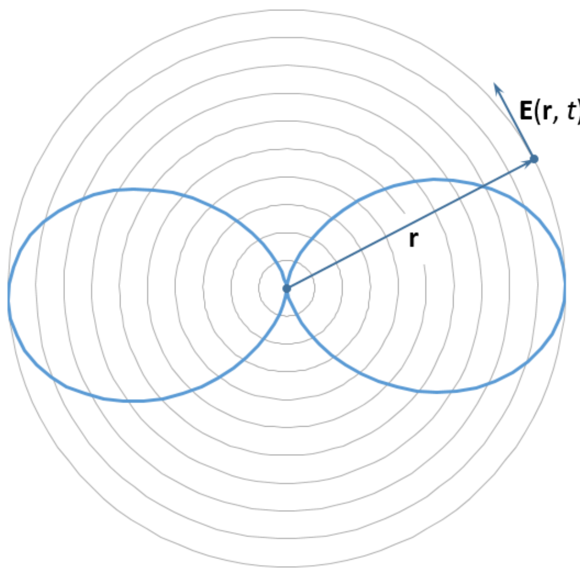
Olyan EM hullámot nevezünk polarizáltnak, amelyben a térerősségvektor *iránya* térben és időben periodikus rezgést végez.

Polarizáció szerepe a fény-anyag kölcsönhatásban:

- reflexió két anyag határfelületéről polarizációfüggő (ld. Brewster-effektus)
- bizonyos anyagok abszorpciója polarizációfüggő (dikroizmus)
- fény szóródása anyagról polarizáció-érzékeny (ld. Rayleigh-szórás)
- anizotróp anyag törésmutatója polarizációfüggő (pl. kettőstörés)
- optikailag aktív anyagok a polarizációt forgatják (királis molekulaszerkezet, pl. cukor)

A fény polarizációs természete

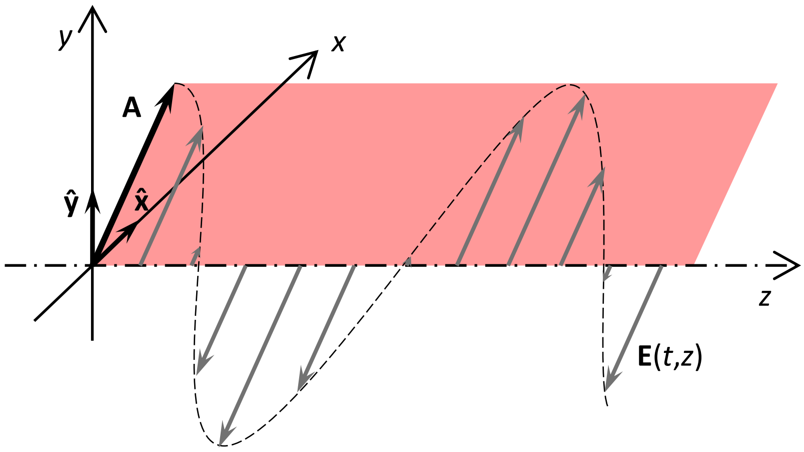
Az önmagukban álló atomok a dipólsugárzásnak megfelelő iránykarakterisztikájú, a távoltérben gömbi hullámfrontokkal rendelkező, adott frekvenciájú EM sugárzást bocsájtanak ki amikor egy elektron valamelyik energiaállapotból egy alacsonyabbra tér vissza (relaxáció). Az ilyen hullámra az a jellemző, hogy az **E** térerősségvektor a tér bármely pontjában egy egyenes mentén rezeg, azaz iránya időben állandó.



Ha egy adott terjedési irányt vizsgálunk, ez a rezgés végig *egy síkban marad*. Az ilyen sugárzást *lineárisan polarizáltnak* nevezzük, a fény tehát keletkezési módjából kifolyólag természetszerűen polarizált. Példaképpen tekintsük a z-tengely irányába haladó harmonikus síkhullám térerősségvektorát:

$$\tilde{\mathbf{E}}(t,z) = \mathbf{A}\cdot e^{i(\omega t - k\cdot z+\varphi)} \Rightarrow \tilde{\mathbf{E}}(t,z) = \tilde{\mathbf{A}}\cdot e^{i(\omega t - kz)} \Rightarrow \mathbf{E}(t,z) = \mathrm{Re}\left\{\tilde{\mathbf{A}}\cdot e^{i(\omega t - kz)}\right\}. \tag{1}$$

A polarizációs jelenségek leírásánál szokásos módon a komplex vektoramplitudót $\tilde{\mathbf{A}}$-val jelöltük.



Két, z-irányban haladó, egymásra merőlegesen polarizált síkhullám szuperpozíciója általános esetben azt eredményezi, hogy a térerősségvektor ellipszis mentén mozog:

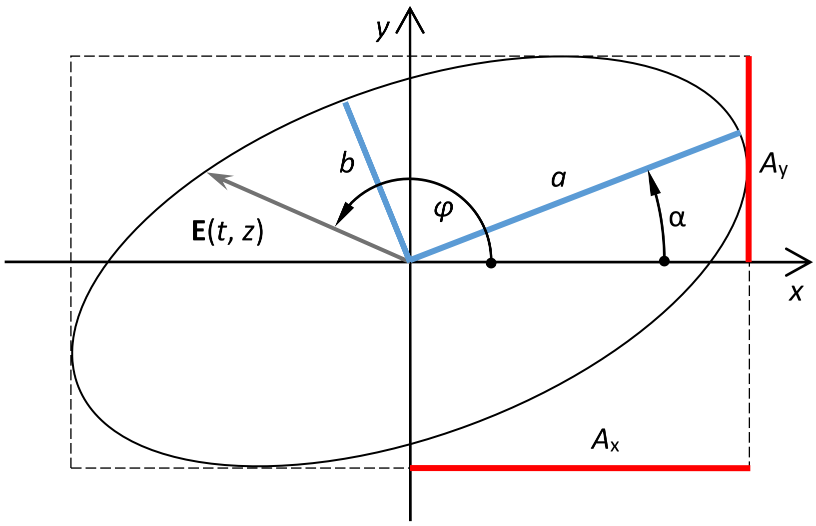
$$\left.\begin{array}{l}\tilde{\mathbf{E}}_x(t,z) = \tilde{\mathbf{A}}_x\cdot e^{i(\omega t - kz)}\\ \tilde{\mathbf{E}}_y(t,z) = \tilde{\mathbf{A}}_y\cdot e^{i(\omega t - kz)}\end{array}\right\} \Rightarrow \tilde{\mathbf{E}}(t,z) = \tilde{\mathbf{A}}_x\cdot e^{i(\omega t - kz)} + \tilde{\mathbf{A}}_y\cdot e^{i(\omega t - kz)} \tag{2}$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(t,z) = \tilde{A}_x\cdot\hat{\mathbf{x}}\cdot e^{i(\omega t - kz)} + \tilde{A}_y\cdot\hat{\mathbf{y}}\cdot e^{i(\omega t - kz)} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} E_x &= \mathrm{Re}\left\{\tilde{\mathbf{E}}_x(t,z)\right\} = \left|\tilde{\mathbf{A}}_x\right|\cos(\omega t - kz + \varphi_x) = A_x\cos(\omega t - kz + \varphi_x)\\ E_y &= \mathrm{Re}\left\{\tilde{\mathbf{E}}_y(t,z)\right\} = \left|\tilde{\mathbf{A}}_y\right|\cos(\omega t - kz + \varphi_y) = A_y\cos(\omega t - kz + \varphi_y)\end{aligned} \tag{4}$$

$$\varphi \equiv \omega t - kz + \varphi_x \quad \text{és} \quad \Delta\varphi \equiv \varphi_y - \varphi_x \tag{5}$$

$$\begin{aligned} E_x &= A_x\cos(\varphi)\\ E_y &= A_y\cos(\varphi + \Delta\varphi)\end{aligned} \tag{6}$$



$$A_y\cos(\varphi+\Delta\varphi) = A_y\left(\cos(\varphi)\cos(\Delta\varphi) - \sin(\varphi)\sin(\Delta\varphi)\right) \tag{7}$$

$$\sin(\varphi) = \frac{\cos(\varphi)\cos(\Delta\varphi)}{\sin(\Delta\varphi)} - \frac{E_y}{A_y}\frac{1}{\sin(\Delta\varphi)} \tag{8}$$

$$\sin^2(\varphi) = \left(\frac{\cos(\varphi)\cos(\Delta\varphi)}{\sin(\Delta\varphi)}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\frac{1}{\sin(\Delta\varphi)}\right)^2 - 2\frac{E_y}{A_y}\frac{\cos(\varphi)\cos(\Delta\varphi)}{\sin^2(\Delta\varphi)} \tag{9}$$

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 = \cos^2(\varphi) \tag{10}$$

$$1 - \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 = \left(\frac{E_x}{A_x}\frac{\cos(\Delta\varphi)}{\sin(\Delta\varphi)}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\frac{1}{\sin(\Delta\varphi)}\right)^2 - 2\frac{E_y E_x}{A_y A_x}\frac{\cos(\Delta\varphi)}{\sin^2(\Delta\varphi)} \tag{11}$$

$$1 - \left(\frac{E_x}{A_x}\frac{\sin(\Delta\varphi)}{\sin(\Delta\varphi)}\right)^2 = \left(\frac{E_x}{A_x}\frac{\cos(\Delta\varphi)}{\sin(\Delta\varphi)}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\frac{1}{\sin(\Delta\varphi)}\right)^2 - 2\frac{E_y E_x}{A_y A_x}\frac{\cos(\Delta\varphi)}{\sin^2(\Delta\varphi)} \tag{12}$$

$$1 = \frac{1}{A_x^2 \sin^2(\Delta\varphi)}E_x^2 + \frac{1}{A_y^2 \sin^2(\Delta\varphi)}E_y^2 - 2\frac{\cos(\Delta\varphi)}{A_x A_y \sin^2(\Delta\varphi)}E_x E_y \tag{13}$$

$$\boxed{\sin^2(\Delta\varphi) = \frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - 2\cos(\Delta\varphi)\frac{E_x E_y}{A_x A_y}} \tag{14}$$

http://mathworld.wolfram.com/Ellipse.html

$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= \frac{1}{2}\cdot\left(A_x^2 + A_y^2 + \sqrt{\left(A_x^2 - A_y^2\right)^2 + 4\cos^2(\Delta\varphi)A_x^2 A_y^2}\right) \\ b^2 &= \frac{1}{2}\cdot\left(A_x^2 + A_y^2 - \sqrt{\left(A_x^2 - A_y^2\right)^2 + 4\cos^2(\Delta\varphi)A_x^2 A_y^2}\right) \end{aligned}} \tag{15}$$

Ebből viszonylag könnyen belátható, hogy:

$$a^2 + b^2 = A_x^2 + A_y^2 . \tag{16}$$

Nem teljesen triviális, ezért nézzük meg, hogy hogyan határozható meg egy általános esetben elliptikusan polarizált síkhullám intenzitása. Tegyük fel, hogy a vizsgált hullám két egymásra merőleges $\mathbf{E}_x(\mathbf{r}, t)$ és $\mathbf{E}_y(\mathbf{r}, t)$ térerősségvektorú, azonos irányba terjedő síkhullám szuperpozíciójaént áll elő. Ebben az esetben az eredő Poynting-vektor a következő:

$$\mathbf{S}(\mathbf{r},t) = \left(\mathbf{E}_1(\mathbf{r},t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r},t)\right)\times\left(\mathbf{H}_1(\mathbf{r},t) + \mathbf{H}_2(\mathbf{r},t)\right). \tag{17}$$

A vektoriális szorzatot kifejtve kapunk olyan tagokat, hogy $\mathbf{E}_x\times\mathbf{H}_y$ és $\mathbf{E}_y\times\mathbf{H}_x$. Ezek mindegyike zérus, lévén az összeszorzott vektorok párhuzamosak. Tehát az eredmény a két Poyning-vektor összege:

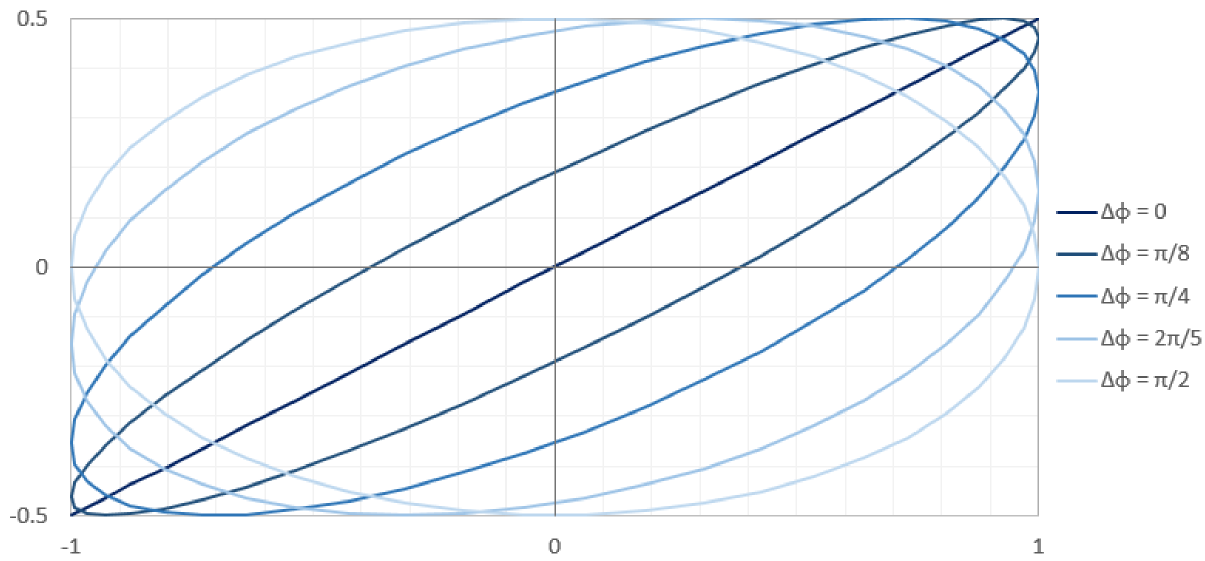
$$\mathbf{S}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_x(\mathbf{r},t)\times\mathbf{H}_x(\mathbf{r},t) + \mathbf{E}_y(\mathbf{r},t)\times\mathbf{H}_y(\mathbf{r},t). \tag{18}$$

Mivel ezek azonos irányba mutatnak, az intenzitások összegezhetők:

$$I = I_x + I_y . \tag{19}$$

Vagyis a fentebb bevezetett jelölésekkel:

$$I = \mathrm{v}\varepsilon\frac{a^2 + b^2}{2} = \mathrm{v}\varepsilon\frac{A_x^2 + A_y^2}{2}. \tag{20}$$

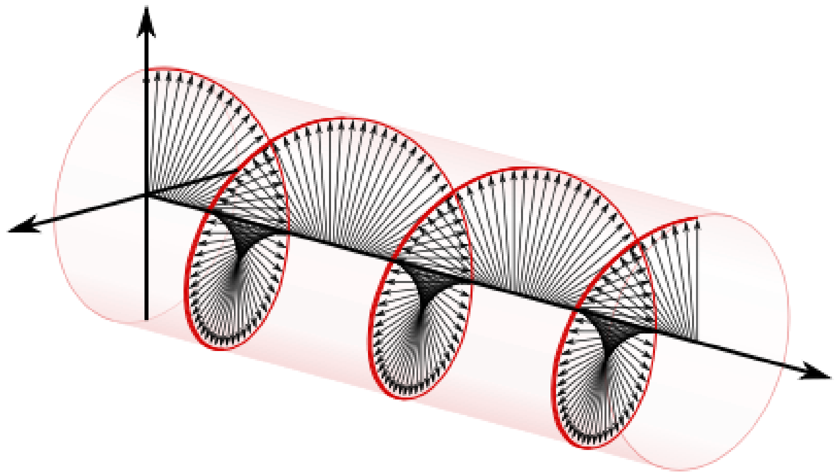


Ha $\Delta\varphi = 0$ v. π akkor lineárisan polarizált a fény.

$\Delta\varphi > 0$ jobbra forog ; $\Delta\varphi < 0$ balra forog (ha velünk szemben terjed a fény)

Ha $a_x = a_y$ és $\Delta\varphi = \pm\pi/2$, akkor cirkulárisan polarizált nyalábot kapunk

A polarizáció irányát az határozza meg a konvenció szerint, hogy a térerősség spirál jobb vagy balmenetes: LCP (balmenetes, jobbra forog), RCP (jobbmenetes, balra forog).



RCP, wikipedia

Jones-vektoros reprezentáció

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_y \end{bmatrix} \tag{21}$$

A nyaláb intenzitása:

$$I = \frac{\mathrm{v}\varepsilon}{2}\left(J_x J_x^* + J_y J_y^*\right) = \frac{\mathrm{v}\varepsilon}{2}\mathbf{J}\cdot\mathbf{J}^* \tag{22}$$

Néhány példa, ha (6)-nak megfelelő fáziskonvenciót használunk, tehát A_x fázisa mindig nulla, valamint az intenzitás az alábbiaknak megfelelően van normálva:

$$\mathbf{J}\cdot\mathbf{J}^* = 1 \tag{23}$$

Lineárisan polarizált fények:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix} \tag{24}$$

Balra cirkulárisan polarizált fény:

$$\mathbf{J}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ +i \end{bmatrix} \tag{25}$$

Jobbra cirkulárisan polarizált fény:

$$\mathbf{J}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \tag{26}$$

Két polarizációt akkor tekintenek ortogonálisnak, ha a skaláris szorzatuk nulla:

$$\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{J}_2^* = J_{1x} J_{2x}^* + J_{1y} J_{2y}^* = 0 \tag{27}$$

pl. azonos amplitudójú merőlegesen álló lineárisan polarizált nyalábok vagy azonos amplitudójú balra és jobbra cirkulárisan polarizált nyalábok. Bármely elliptikusan polarizált nyaláb felírtható két ortogonális polarizációjú nyaláb lineáris kombinációjaként:

$$\mathbf{J} \quad \rightarrow \quad \mathbf{J}' = c_1 \mathbf{J}_1 + c_2 \mathbf{J}_2 \tag{28}$$

ahol:

$$c_1 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_1^* \ \text{ és } \ c_2 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_2^* \tag{29}$$

valamint $\mathbf{J}_{1,2}$ abszolút értéke az alábbi értelemben normalizált:

$$\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{J}_1^* = 1 \ \text{ és } \ \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{J}_2^* = 1 \tag{30}$$

Tehát egy balra és egy jobbra cirkulárisan polarizált nyalábbal is felírható tetszőleges polarizáció. Pl. x-irányban lineárisan polarizált nyalábra:

$$c_1 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_L^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{és} \quad c_2 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_R^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{31}$$

azaz:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \mathbf{J}' = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{J}_L + \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{J}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{32}$$

Cirkuláris bázisos felírásmódot tipikusan optikailag aktív közegek tárgyalásánál használnak, lineáris bázist pl. a Fresnel-reflexióknál.

Polarizálatlan fény

Stokes-vektoros leírásmód

Részlegesen polarizált fény

Koherenciamátrixos leírásmód