

Villamosmérnök alapszak, Fizika I	1.	2.	3.	4.	M	E1	E2	Össz.
Nagy zárthelyi dolgozat, 2021. nov. 12.								

NÉV:

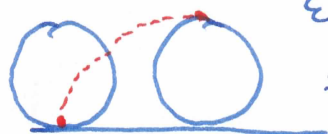
Neptun kód:

Előadó: Márkus / Sarkadi

1. Egy autó álló helyzetből egyenletes a gyorsulással indul. R sugarú kereke tisztán gördül. Kiszemeljük a kerék azon pontját, mely az indulás pillanatában a talajjal érintkezik.

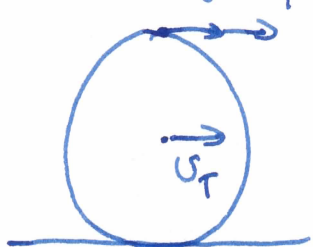
a) Mennyi idő múlva lesz a kiszemelt pont először a pályája legmagasabb pontján? (0,5)

Tinta gördülés miatt: $a = R\beta$ $\beta = \frac{a}{R}$
Egyenletes gyorsulás $\varphi = \frac{\beta}{2} t^2$
Fél fordulat: $\varphi = \pi = \frac{\beta}{2} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} = \boxed{\sqrt{\frac{2\pi R}{a}}}$



b) Mekkora a kiszemelt pont pillanatnyi sebessége a pálya legmagasabb pontján? (1)

Tengely sebessége: $v_T = a t = a \cdot \sqrt{\frac{2\pi R}{a}} = \sqrt{2\pi R a}$
 $v = 2v_T = \boxed{\sqrt{8\pi R a}}$

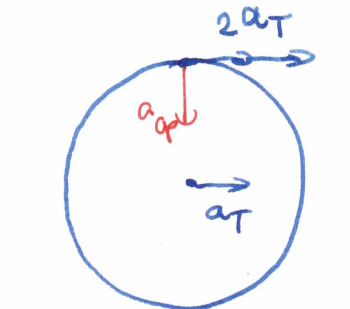
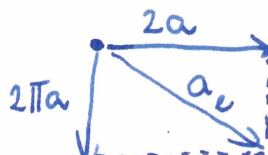


c) Mekkora nagyságú, és milyen irányú a kiszemelt pont gyorsulása a pálya legmagasabb pontján? (1,5)

$a_T = a$ $a_{gp} = \frac{v_k^2}{R} = \frac{v_T^2}{R} = \frac{2\pi R a}{R} = 2\pi a$

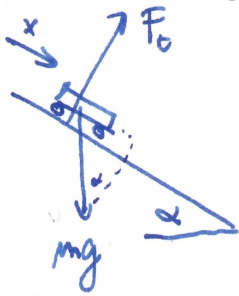
$a_c = \sqrt{(2a)^2 + (2\pi a)^2} =$

$a_c = 2a \sqrt{1 + \pi^2}$

2. Egy α hajlásszögű lejtőn legurítunk egy könnyen gördülő kiskocsit az ábra szerint.

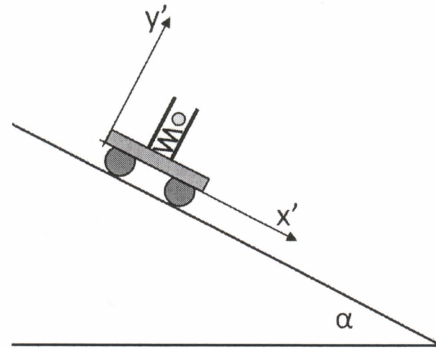
a) Mekkora a kocsi gyorsulása? (0,5)



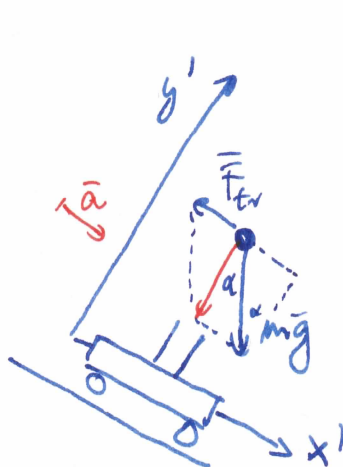
$$\sum F_x = ma_x$$

$$mg \sin \alpha = ma$$

$$a = g \cdot \sin \alpha$$



b) A kiskocsi fedélzetén található egy kilövő szerkezet, mely a kocsi fedélzetére merőleges irányban képes egy m tömegű golyót kilőni. Írjuk fel a repülő golyóra ható erők eredőjének nagyságát és irányát a KISKOCSHOZ RÖGZÍTETT $x'y'$ vonatkoztatási rendszerben! (1,5)



$$|F_{tr}| = ma = mg \sin \alpha \quad \text{transzlációs tehetetlenségi erő}$$

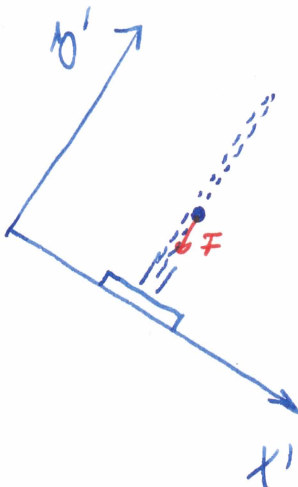
$$\sum F_{x'} = mg \sin \alpha - F_{tr} = 0$$

$$\sum F_{y'} = mg \cos \alpha$$

$$|\sum \vec{F}| = mg \cos \alpha$$

$$\sum \vec{F} \parallel y'$$

c) A kilövőszerkezet v' nagyságú, y' tengellyel párhuzamos kezdősebességet ad a golyónak a kocsihoz rögzített rendszerben. Milyen alakú a golyó pályája az $x'y'$ rendszerben? Hová esik a golyó? (1)

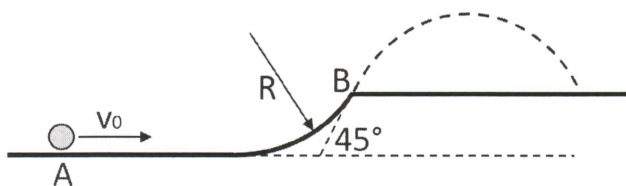


Mivel $\sum \vec{F} \parallel y'$ a mozgás $x'y'$ rendszerben egy y' -vel párhuzamos „függőleges” hajítás.

A pálya y' -vel párhuzamos egyenes

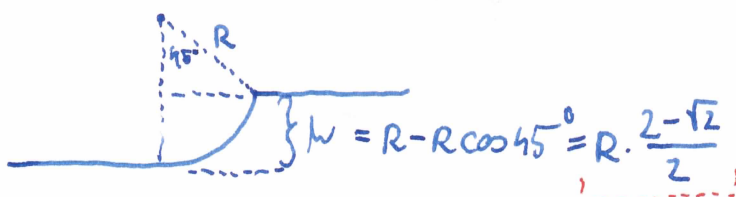
$\Rightarrow$ A golyó visszaszök a kilövőszekrénybe!

3. Az ábra szerinti elrendezésben v_0 sebességgel mozog egy m tömegű pontszerű test egy vízszintes, súrlódásmentes felületen. A test kezdetben az A pontban van, majd felszalad egy R sugarú körpályán, és a B pontból a vízszintessel 45° -os szöget bezáró irányban elrepül.



a) Mekkora sebességgel ér földet a test? (1)

Konzervatív erőter $\Rightarrow$ mech. energia m.: $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh$
 $v_0^2 = v_f^2 + gR(2-\sqrt{2})$



$$v_f = \sqrt{v_0^2 - gR(2-\sqrt{2})}$$

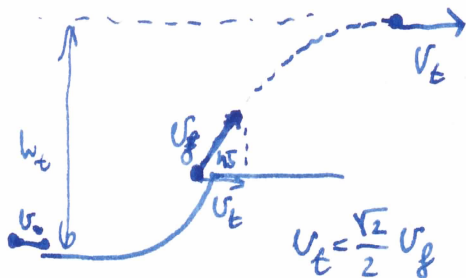
b) Az A ponthoz képest milyen magasan van a ferde hajítás tetőpontja? (1)

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_t^2 + mgh_t$$

$$\frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}v_f^2 + gh_t \Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{4}(v_0^2 - gR(2-\sqrt{2})) + gh_t$$

$$\frac{1}{4}(v_0^2 + gR(2-\sqrt{2})) = gh_t$$

$$h_t = \frac{v_0^2 + gR(2-\sqrt{2})}{4g}$$

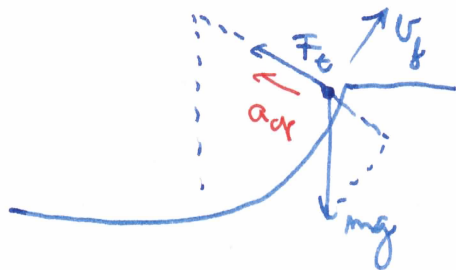


c) Mekkora erővel nyomja a test a felületet a B pontban a felülettől való elválás pillanata előtt? (1)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F_t - mg \cos 45^\circ = m a_{cp}$$

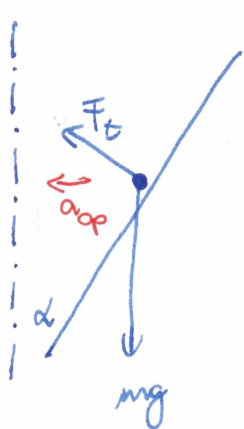
$$F_t - mg \frac{\sqrt{2}}{2} = m v \frac{v_f^2}{R}$$

$$F_t = m v \left(\frac{\sqrt{2}}{2} g + \frac{v_0^2 - gR(2-\sqrt{2})}{R} \right)$$



4. Egy függőleges tengelyű, α félnyílásszögű, kúppalást alakú tölcser súrlódásmentes belső felületén vízszintes síkú, R sugarú körpályára szeretnénk állítani egy m tömegű pontszerű testet.

a) Mekkora kell választanunk a tömegpont sebességét? (1,5)



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\rightarrow \sum F_y = m a_y = 0$$

$$F_t \cdot \sin \alpha - mg = 0$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow F_t = \frac{mg}{\sin \alpha}$$

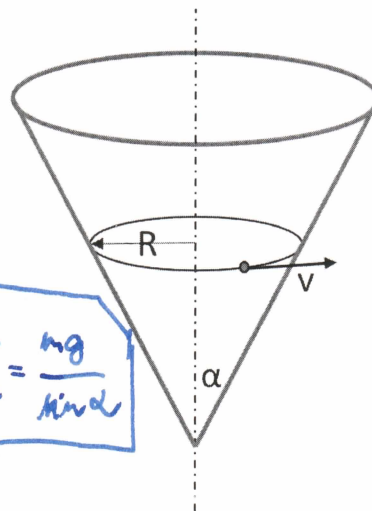
$$\rightarrow \sum F_r = m a_{cp}$$

$$F_t \cdot \cos \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

$$\frac{mg \cos \alpha}{\sin \alpha} = m \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{Rg \cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{Rg}{\tan \alpha}}$$



b) Mekkora a tömegpont keringési ideje? (0,5)

$$T = \frac{\text{kerület}}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{Rg}{\tan \alpha}}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g} \tan \alpha}$$

c) Mekkora erővel nyomja a tömegpont a felületet? (1)

$$\textcircled{1} \Rightarrow F_t = \frac{mg}{\sin \alpha}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. A mechanika jelenségeit az alábbi három SI alapegységből származtatjuk:

..... *hosszúság, tömeg, idő*

2. Ha egy tömegpont sebesség-idő függvényének változási sebességét határozzuk meg, a

..... *gyorsulás-idő dv/dt* kapjuk.

3. Vízszintes talaj fölött h magasságból úgy kívánunk elhajítani egy testet adott v kezdősebességgel, hogy az a legtovább tartózkodjon a levegőben. A kezdősebesség vektor iránya

..... *függőlegesen felfelé mutat*

4. Egy szabadon eső test sebesség-idő grafikonja egy *lineáris* függvény. Az elejtett testek $v(t)$ grafikonja a gyakorlatban mindig az ideális görbe *alatt*

helyezkedik el a közegellenállás miatt.

5. Az *inerciarendszer* egymáshoz képest nyugalomban vannak, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek.

6. Az erők egy csoportját úgy definiáljuk, hogy hatásukra a tömegpont mozgása kielégítsen bizonyos kényszerfeltételeket. Ezek az erők a *hányadoserők*

7. Rögzített tengelyű, súrlódásmentes csigán átvetett, elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan kötél nem változtatja meg a *hőtelens* nagyságát, csupán az

..... *erő irányát* módosítja.

8. A munkatétel értelmében a tömegpontra ható erő *munkája egyenlő*

..... *a tömegpont kinetikus energiájának megváltozásával*

9. Egy test *mechanikai energiája* a test kinetikus és

..... *potenciális* energiáinak összege.

10. Egy tömegpont impulzusának idő szerinti deriváltja egyenlő a *tömegpontra ható*
..... *erők eredőjével*

11. Tömegpontrendszerek impulzusa állandó, ha a pontrendszerre *ható külső erő*
..... *eredője nulla*

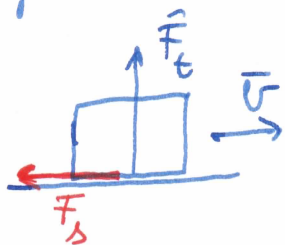
12. Pontszerű test gravitációs terében a potenciális energia *fordítottan*
arányos a centrumtól mért távolsággal.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Értelmezze a csúszási súrlódási erő fogalmát egy mondatban, (0,5) rajz segítségével, (0,5) valamint erőtvény megadásával. (0,5) Nevezze meg az erőtvényben bevezetett fizikai mennyiségeket! (1) Szabadere, vagy kényszererő-e a csúszási súrlódási erő? Válaszát indokolja! (0,5)

- Csúszási súrlódási erőt két egymáson elcsúszó felület fejt ki egymásra. Az erő az érintkező felületekkel párhuzamos, a felületek relatív sebességével ellentétes irányú.



$$|\vec{F}_s| = \mu |\vec{F}_t| \quad \vec{F}_s = -\mu |\vec{F}_t| \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

$\vec{F}_t$: a felületek összenyomó erő
 μ : csúszási súrlódási ~~erő~~ együttható

Szabadere, mert erőtvénnyel definiálható.

2. Definiálja a Coriolis-erő fogalmát egy mondatban. (1) Adjon meg összefüggést a Coriolis-erő meghatározására, nevezze meg az összefüggésben szereplő mennyiségeket. (1) Milyen esetben nem hat Coriolis-erő egy forgó rendszerben mozgó testre? (0,5) Hol, és milyen irányban kell mozognia egy testnek a Föld felszínén, hogy a Coriolis-erő függőlegesen felfelé mutasson? (0,5)

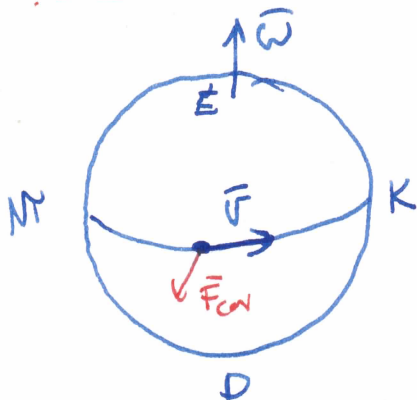
A Coriolis-erő egy forgó vonatkoztatási rendszerben értelmezett tehetetlenségi erő. Olyan testekre hatnak, melyek a forgó rendszerhez képest is mozognak.

$$\vec{F}_{\text{cor}} = -2m \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$\vec{\omega}$: vonatkoztatási rendszer köögsebessége

$\vec{v}$: forgó rendszerhez képesti sebessége (a tömegpontnak)

$$\vec{F}_{\text{cor}} = 0, \text{ ha } \vec{\omega} \parallel \vec{v}$$



Ha az egyenlítőn $N \rightarrow K$ irányban mozognak, a Coriolis-erő függőlegesen felfelé hat.