

## POLARIZÁCIÓ

Dr. Barócsi Attila, Dr. Erdei Gábor, 2017-09-11

### Ajánlott szakirodalom:

Klein-Furtak: Optics  
Richter P.: Bevezetés a modern optikába  
Saleh-Teich: Fundamentals of Photonics

### Polarizáció:

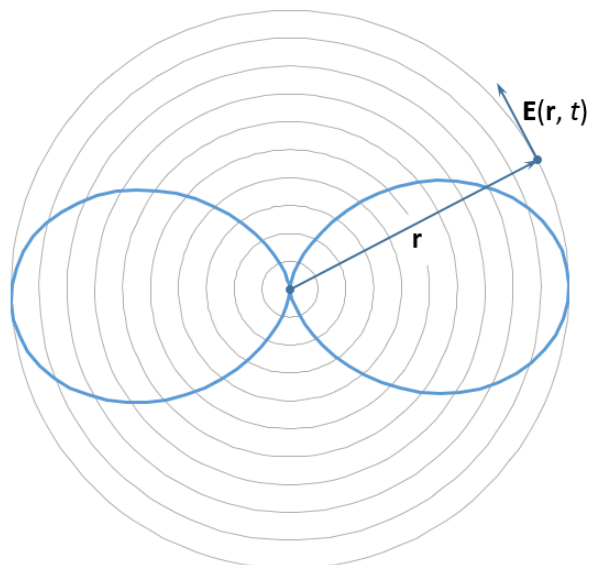
Olyan EM hullámot nevezünk polarizáltnak, amelyben a térerősségvektor *iránya* térben és időben periodikus rezgést végez.

### Polarizáció szerepe a fény-anyag kölcsönhatásban:

- reflexió két anyag határfelületéről polarizációfüggő (ld. Brewster-effektus)
- bizonyos anyagok abszorpciója polarizációfüggő (dikroizmus)
- fény szóródása anyagról polarizáció-érékeny (ld. Rayleigh-szórás)
- anizotróp anyag törésmutatója polarizációfüggő (pl. kettőtörés)
- optikailag aktív anyagok a polarizációt forgatják (királis molekulaszervezet, pl. cukor)

### A fény polarizációs természete

Az önmagukban álló atomok a dipólsugárzásnak megfelelő iránykarakterisztikájú, a távolságban gömbi hullámfrontokkal rendelkező, adott frekvenciájú EM sugárzást bocsájtanak ki amikor egy elektron valamelyik energiaállapotból egy alacsonyabbra tér vissza (relaxáció). Az ilyen hullámra az jellemző, hogy az  $\mathbf{E}$  térerősségvektor a tér bármely pontjában egy egyenes mentén rezeg, azaz iránya időben állandó.

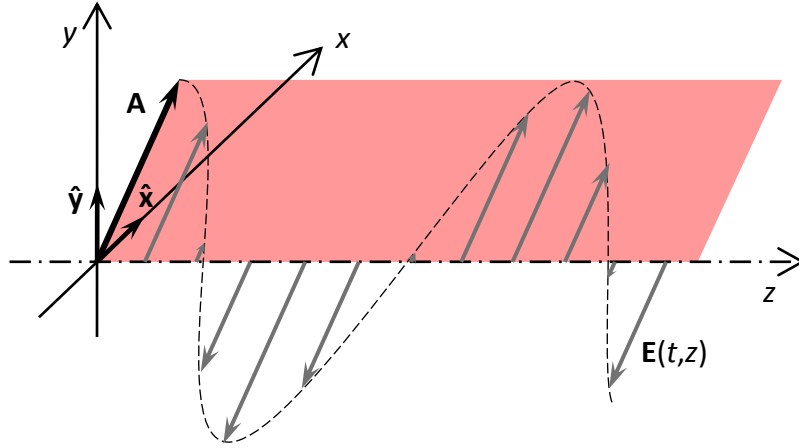


Ha egy adott terjedési irányt vizsgálunk, ez a rezgés végig *egy síkban marad*. Az ilyen sugárzást *lineárisan polarizáltnak* nevezzük, a fény tehát keletkezési módjából kifolyólag

természetszerűen polarizált. Példaképpen tekintsük a z-tengely irányába haladó harmonikus síkhullám térerősségvektorát:

$$\tilde{\mathbf{E}}(t, z) = \mathbf{A} \cdot e^{i(\omega t - k \cdot z + \varphi)} \Rightarrow \tilde{\mathbf{E}}(t, z) = \tilde{\mathbf{A}} \cdot e^{i(\omega t - kz)} \Rightarrow \mathbf{E}(t, z) = \text{Re}\{\tilde{\mathbf{A}} \cdot e^{i(\omega t - kz)}\}. \quad (1)$$

A polarizációs jelenségek leírásánál szokásos módon a komplex vektoramplitúdót  $\tilde{\mathbf{A}}$ -val jelöltük.



Két, z-irányban haladó, egymásra merőlegesen polarizált síkhullám szuperpozíciója általános esetben azt eredményezi, hogy a térerősségvektor ellipszis mentén mozog:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}_x(t, z) &= \tilde{\mathbf{A}}_x \cdot e^{i(\omega t - kz)} \\ \tilde{\mathbf{E}}_y(t, z) &= \tilde{\mathbf{A}}_y \cdot e^{i(\omega t - kz)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tilde{\mathbf{E}}(t, z) = \tilde{\mathbf{A}}_x \cdot e^{i(\omega t - kz)} + \tilde{\mathbf{A}}_y \cdot e^{i(\omega t - kz)} \quad (2)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(t, z) = \tilde{\mathbf{A}}_x \cdot \hat{\mathbf{x}} \cdot e^{i(\omega t - kz)} + \tilde{\mathbf{A}}_y \cdot \hat{\mathbf{y}} \cdot e^{i(\omega t - kz)} \quad (3)$$

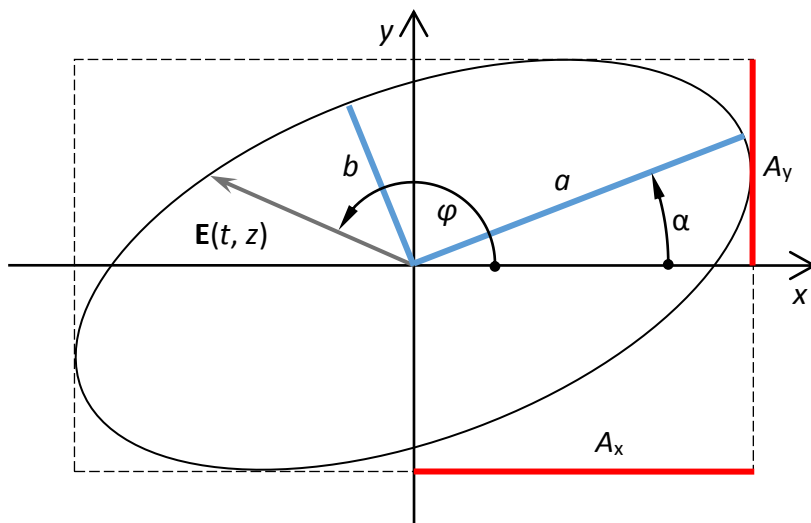
$$E_x = \text{Re}\{\tilde{\mathbf{E}}_x(t, z)\} = |\tilde{\mathbf{A}}_x| \cos(\omega t - kz + \varphi_x) = A_x \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \quad (4)$$

$$E_y = \text{Re}\{\tilde{\mathbf{E}}_y(t, z)\} = |\tilde{\mathbf{A}}_y| \cos(\omega t - kz + \varphi_y) = A_y \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \quad (5)$$

$$\varphi \equiv \omega t - kz + \varphi_x \quad \text{és} \quad \Delta\varphi \equiv \varphi_y - \varphi_x \quad (6)$$

$$E_x = A_x \cos(\varphi) \quad (7)$$

$$E_y = A_y \cos(\varphi + \Delta\varphi) \quad (8)$$



$$A_y \cos(\varphi + \Delta\varphi) = A_y (\cos(\varphi) \cos(\Delta\varphi) - \sin(\varphi) \sin(\Delta\varphi)) \quad (9)$$

$$\sin(\varphi) = \frac{\cos(\varphi)\cos(\Delta\varphi)}{\sin(\Delta\varphi)} - \frac{E_y}{A_y} \frac{1}{\sin(\Delta\varphi)} \quad (8)$$

$$\sin^2(\varphi) = \left( \frac{\cos(\varphi)\cos(\Delta\varphi)}{\sin(\Delta\varphi)} \right)^2 + \left( \frac{E_y}{A_y} \frac{1}{\sin(\Delta\varphi)} \right)^2 - 2 \frac{E_y}{A_y} \frac{\cos(\varphi)\cos(\Delta\varphi)}{\sin^2(\Delta\varphi)} \quad (9)$$

$$\left( \frac{E_x}{A_x} \right)^2 = \cos^2(\varphi) \quad (10)$$

$$1 - \left( \frac{E_x}{A_x} \right)^2 = \left( \frac{E_x \cos(\Delta\varphi)}{A_x \sin(\Delta\varphi)} \right)^2 + \left( \frac{E_y}{A_y} \frac{1}{\sin(\Delta\varphi)} \right)^2 - 2 \frac{E_y E_x \cos(\Delta\varphi)}{A_y A_x \sin^2(\Delta\varphi)} \quad (11)$$

$$1 - \left( \frac{E_x \sin(\Delta\varphi)}{A_x \sin(\Delta\varphi)} \right)^2 = \left( \frac{E_x \cos(\Delta\varphi)}{A_x \sin(\Delta\varphi)} \right)^2 + \left( \frac{E_y}{A_y} \frac{1}{\sin(\Delta\varphi)} \right)^2 - 2 \frac{E_y E_x \cos(\Delta\varphi)}{A_y A_x \sin^2(\Delta\varphi)} \quad (12)$$

$$1 = \frac{1}{A_x^2 \sin^2(\Delta\varphi)} E_x^2 + \frac{1}{A_y^2 \sin^2(\Delta\varphi)} E_y^2 - 2 \frac{\cos(\Delta\varphi)}{A_x A_y \sin^2(\Delta\varphi)} E_x E_y \quad (13)$$

$$\boxed{\sin^2(\Delta\varphi) = \frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - 2 \cos(\Delta\varphi) \frac{E_x E_y}{A_x A_y}} \quad (14)$$

<http://mathworld.wolfram.com/Ellipse.html>

$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= \frac{1}{2} \cdot \left( A_x^2 + A_y^2 + \sqrt{(A_x^2 - A_y^2)^2 + 4 \cos^2(\Delta\varphi) A_x^2 A_y^2} \right) \\ b^2 &= \frac{1}{2} \cdot \left( A_x^2 + A_y^2 - \sqrt{(A_x^2 - A_y^2)^2 + 4 \cos^2(\Delta\varphi) A_x^2 A_y^2} \right) \end{aligned}} \quad (15)$$

Ebből viszonylag könnyen belátható, hogy:

$$a^2 + b^2 = A_x^2 + A_y^2. \quad (16)$$

Nem teljesen triviális, ezért nézzük meg, hogy hogyan határozható meg egy általános esetben elliptikusan polarizált síkhullám intenzitása. Tegyük fel, hogy a vizsgált hullám két egymásra merőleges  $\mathbf{E}_x(\mathbf{r}, t)$  és  $\mathbf{E}_y(\mathbf{r}, t)$  térerősségvektorú, azonos irányba terjedő síkhullám szuperpozíciójaént áll elő. Ebben az esetben az eredő Poynting-vektor a következő:

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = (\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t)) \times (\mathbf{H}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{H}_2(\mathbf{r}, t)). \quad (17)$$

A vektoriális szorzatot kifejtve kapunk olyan tagokat, hogy  $\mathbf{E}_x \times \mathbf{H}_y$  és  $\mathbf{E}_y \times \mathbf{H}_x$ . Ezek mindegyike zérus, lévén az összeszorozott vektorok párhuzamosak. Tehát az eredmény a két Poynting-vektor összege:

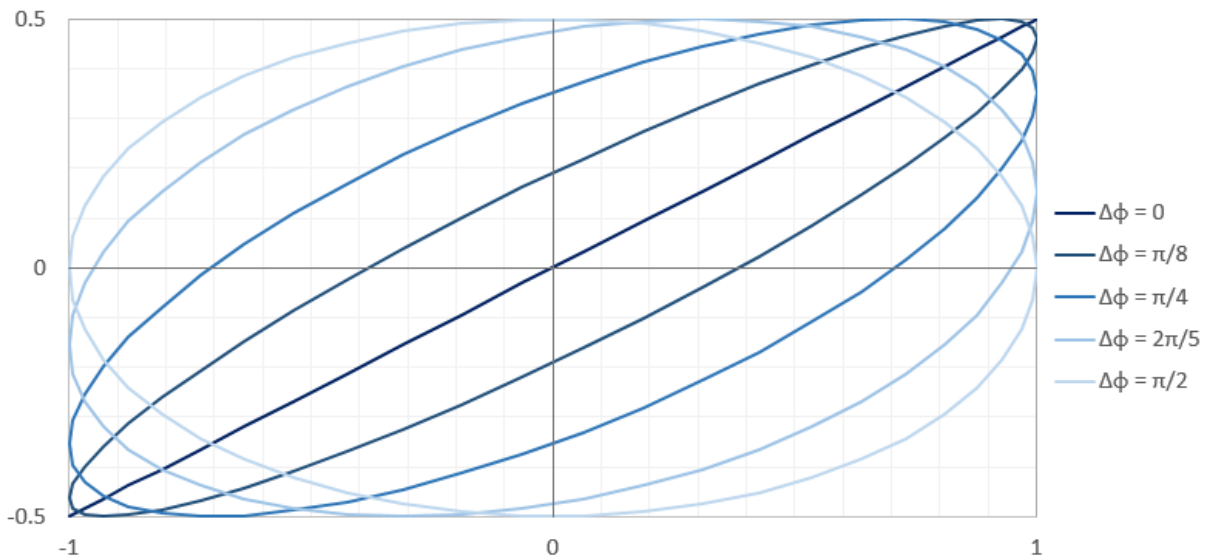
$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_x(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}_x(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_y(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}_y(\mathbf{r}, t). \quad (18)$$

Mivel ezek azonos irányba mutatnak, az intenzitások összegezhetők:

$$I = I_x + I_y. \quad (19)$$

Vagyis a fentebb bevezetett jelölésekkel:

$$I = v\varepsilon \frac{a^2 + b^2}{2} = v\varepsilon \frac{A_x^2 + A_y^2}{2}. \quad (20)$$

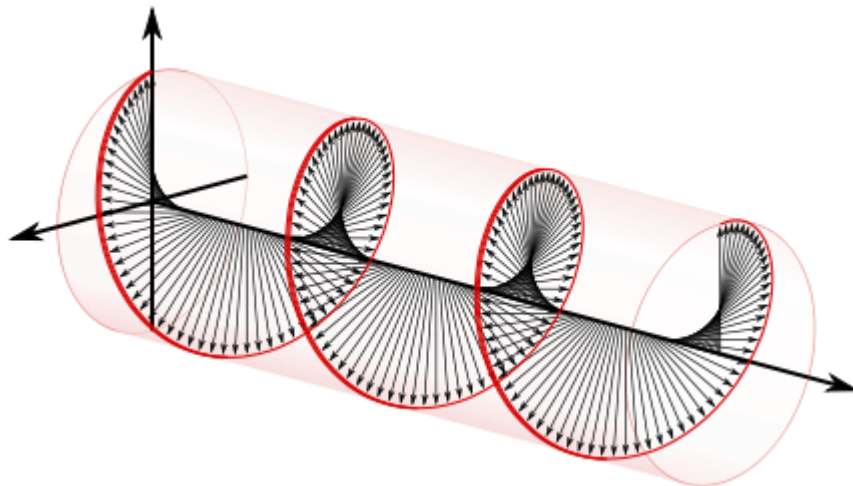


Ha  $\Delta\varphi = 0$  v.  $\pi$  akkor lineárisan polarizált a fény.

$\Delta\varphi > 0$  jobbra forog ;  $\Delta\varphi < 0$  balra forog (ha velünk szemben terjed a fény)

Ha  $\alpha_x = \alpha_y$  és  $\Delta\varphi = \pm\pi/2$ , akkor cirkulárisan polarizált nyalábot kapunk

A polarizáció irányát az határozza meg a konvenció szerint, hogy a térerősség spirál jobbra vagy balmenetes: LCP (balmenetes, jobbra forog), RCP (jobbmenetes, balra forog).



RCP, wikipedia

### Jones-vektoros reprezentáció

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_y \end{bmatrix} \quad (21)$$

A nyaláb intenzitása:

$$I = \frac{\nu\epsilon}{2} (J_x J_x^* + J_y J_y^*) = \frac{\nu\epsilon}{2} \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* \quad (22)$$

Néhány példa, ha (6)-nak megfelelő fáziskonvenciót használunk, tehát  $A_x$  fázisa mindig nulla, valamint az intenzitás az alábbiaknak megfelelően van normálva:

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* = 1 \quad (23)$$

Lineárisan polarizált fények:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (24)$$

Balra cirkulárisan polarizált fény:

$$\mathbf{J}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ +i \end{bmatrix} \quad (25)$$

Jobbra cirkulárisan polarizált fény:

$$\mathbf{J}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \quad (26)$$

Két polarizációt akkor tekintenek ortogonálisnak, ha a skaláris szorzatuk nulla:

$$\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{J}_2^* = J_{1x} J_{2x}^* + J_{1y} J_{2y}^* = 0 \quad (27)$$

pl. azonos amplitudójú merőlegesen álló lineárisan polarizált nyalábok vagy azonos amplitudójú balra és jobbra cirkulárisan polarizált nyalábok. Bármely elliptikusan polarizált nyaláb felírható két ortogonális polarizációjú nyaláb lineáris kombinációjaként:

$$\mathbf{J} \rightarrow \mathbf{J}' = c_1 \mathbf{J}_1 + c_2 \mathbf{J}_2 \quad (28)$$

ahol:

$$c_1 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_1^* \quad \text{és} \quad c_2 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_2^* \quad (29)$$

valamint  $\mathbf{J}_{1,2}$  abszolút értéke az alábbi értelemben normalizált:

$$\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{J}_1^* = 1 \quad \text{és} \quad \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{J}_2^* = 1 \quad (30)$$

Tehát egy balra és egy jobbra cirkulárisan polarizált nyalábbal is felírható tetszőleges polarizáció. Pl. x-irányban lineárisan polarizált nyalábra:

$$c_1 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_L^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{és} \quad c_2 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_R^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (31)$$

azaz:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{J}' = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{J}_L + \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{J}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Cirkuláris bázis felírasmódot tipikusan optikailag aktív közegek tárgyalásánál használnak, lineáris bázist pl. a Fresnel-reflexióknál.

## Polarizálatlan fény

Stokes-vektoros leírasmód

## Részlegesen polarizált fény

Koherenciamátrixos leírasmód