
A 17.) feladat

Adott egy harmonikus lineáris oszcillátor. A Hamlton függvénye a következő:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} x^2$$

Adott továbbá a $W_2(x, P) = xP \exp\{-\alpha t\}$ alkotófüggvény.

a.) Írja fel az eredeti {x,p} változókra a kanonikus egyenleteket. Oldja meg az egyenleteket!

b.) Hajtsa végre a W_2-vel a kanonikus transzformációt! Az új változókat jelölje $\{Q, P\}$

c.) Írja fel a transzformált új H' (Q,P) Hamilton függvényt.

d.) Írja fel az új {Q,P} változókra a kanonikus egyenleteket.

e.) Az a.) feladat eredményének segítségével fejezze ki a Q(t), P(t) időfüggvényeket!

f.) Mutassa meg, hogy Q(t), és P(t) megoldja a d.) feladatban nyert mozgásegyenleteket!

A 18.) feladat

Adott egy lineáris, harmonikus oszcillátor $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} x^2$ Hamilton függvénye és a következő alkotófüggvény: $W_1 = \alpha \cdot x + \beta \cdot Q + \gamma \cdot xQ$, ahol „α,β ” és „γ” valós paraméterek.

a.) Hajtsa végre a kanonikus transzformációt és adja meg a $Q(x, p)$ és a $P(x, p)$ transzformációs formulákat!

b.) A „szimplektikus” $\underline{\underline{M}}$ mátrix felhasználásával bizonyítsa be, hogy ez valóban egy kanonikus transzformáció!

c.) Adja meg az „új” $H'(Q, P)$ Hamilton függvényt!

d.) Oldja meg az „új” kanonikus egyenleteket, határozza meg a Q(t) és P(t) függvényeket!

e.) Határozza meg az $x(t)$ függvényt!

MECHANIKA 2	B) HF 09.

B 25.) feladat

Adott a következő Hamilton függvény: $H = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{q^2} + p^2 q^4\right)$

Legyenenek az új vanonikus változók $Q^2 = \frac{1}{q^2}$ és $P^2 = p^2 q^4$

a.) A megadott „H" ismeretében írja fel a rendszer mozgásegyenletét!

b.) Adja meg a régi (q,p) és az új (Q,P) változók közötti kapcsoaltot! (Ügyeljen a „gyökvonás" eredményére!)

c.) A $\{Q, P\}$ Poisson zárójel kiszámításának az alapján adja meg a helyes kanonikus transzformációt!

d.) Határozza meg az új H' Hamilton függvényt!

e.) Írja fel a kanonikus egenleteket és oldja meg a Q(t) és P(t) mozgásegyenleteteit!

f.) A Q(t) és a P(t) ismeretében határozza meg a q(t) és a p(t) függvényeket!

g.) Mutassa meg, hogy a kapott q(t) és p(t) kilégíti a H-ból kapott mozgásegyenletket!

B 26.) feladat

Ismeretes egy mechanikai rendszer $H_0(q, p)$ Hamilton függvénye. A rendszerre hat még egy „kulső", időben oszcilláló erőhatás, amely a $V = -\varepsilon q \sin(\omega t)$ potenciál függvénnyel adható meg.

Azaz $H = H_0 + V$.

a.) Írja fel a H-ból adódó kanonikus (mozgás) egyenleteket!

b.) Keressen egy olyan W_2 (q,P,t) alkotófüggvényt, amelyik a $H'(Q, P) = H_0(q(Q), p(P))$ transzformációt eredményezi, ahol q(Q) és p(P)!

c.) Írja fel az „új" változókra a mozgásegyenletet! Mutassa meg, hogy ez ekvivalens az eredeti egyenletekkel!

d.) Legyen H_0 egy egyszerű harmonikus oszcillátor Hamilton függvénye. Mutassa meg, hogy az új változókra az eredetihez hasonló struktúrájú egyenletet kaptunk. (Nem nyertünk semmit...)

B 27.) feladat

Adott a következő $(q, p) \to (Q, P)$ transzformáció:

$$Q = 1 - \exp\{-q\} \quad \text{és}$$
$$P = p \cdot \exp\{+q\}$$

a.) A „szimplektikus" $\underline{\underline{M}}$ mátrix felhasználásával bizonyítsa be, hogy ez valóban egy kanonikus transzformáció!

b.) Alkalmazza a szóban forgó kanonikus transzformációt a szabad mozgást leíró

$$H = p^2 / 2m + V_0 \qquad \text{Hamilton függvényre.}$$

e.) A kapott „új" $H'(Q, P)$ Hamilton függvény esetében írja fel az „új" kanonikus egyenleteket!

d.) Határozza meg a Q(t) és P(t) függvényeket! *(Segítség: mutassa meg, hogy P(Q-1) egy megmaradó mennyiség, majd ezt használja ki az egyenlet megoldásánál!)*

e.) A Q(t) és P(t) függvények ismeretében határozza meg az eredeti „q(t)" függvényt!

f.) Keresse meg a szóban forgó transzformációt megadó W_2 alkotófüggvényt!