

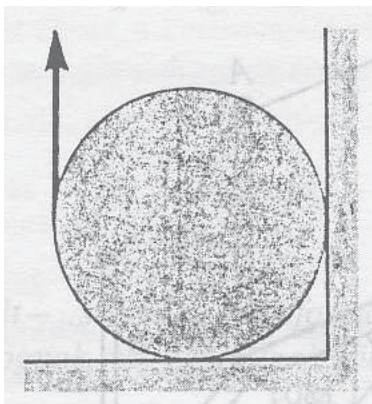
1. Feladatok merev testek fizikájának tárgyköréből

Forgatónyomaték, impulzusmomentum, impulzusmomentum tétel

1.1. Feladat: (HN 10B-4) Egy $\mathbf{F} = f_x\mathbf{i} + f_y\mathbf{j} + f_z\mathbf{k}$ ($f_x = 2\text{ N}$; $f_y = 3\text{ N}$; $f_z = 0\text{ N}$) erő hat egy testre. A test a z koordinátatengely mentén fekvő forgástengellyel van rögzítve. Az erő az $\mathbf{r} = 4\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$ ($x = 4\text{ m}$; $y = 5\text{ m}$; $z = 0\text{ m}$) pontban támad. Határozzuk meg a forgatónyomaték nagyságát és irányát!

1.2. Feladat: Egy "L" hosszúságú kötélen végén $0,2\text{ kg}$ tömegű test függőleges síkban körmozgást végez. A pálya csúcsán a kör középpontjára vett perdület fele akkora, mint a pálya alján, ahol a tömeg kinetikus energiája 4 J . Mekkora az "L"?

1.3. Feladat: (HN 10C-48) A 1. ábra egy G súlyú homogén hengerre függőleges irányban ható F erőt mutat. A henger és a felületek közötti nyugalmi súrlódási együttható $\mu = 0,5$. Fejezzük ki a G függvényében azt a legnagyobb F erőt, amely még nem indítja meg a henger forgását!



1. ábra.

1.4. Feladat: Órai kidolgozásra 1. feladat (HN 13B-7) Homogén tömör henger csúszás nélkül gördül le az α szög alatt hajló lejtőn. Bizonyítsuk be, hogy a csúszást gátló nyugalmi tapadási súrlódási együttható legkisebb értéke $\tan\alpha/3$ kell, hogy legyen! (A henger tehetetlenségi nyomatéka $\theta = \frac{1}{2}mR^2$.)

1.5. Feladat: Egy tömör hengert és egy vékony falú csövet egyszerre engedünk el egy adott hajlásszögű lejtő tetejéről. Mindkét tárgy tisztán gördül.

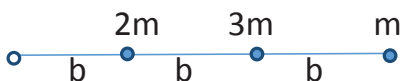
- Határozza meg a henger tömegközéppontjának gyorsulását!
- Határozza meg a cső tömegközéppontjának gyorsulását!
- Milyen messze gurul el a cső, míg a henger s_h utat tesz meg?

1.6. Feladat: Egy jójó külső R sugara tízszerese belső r sugarának. A jójó orsója körüli tehetetlenségi nyomatéka jó közelítéssel $\theta = \frac{1}{2}mR^2$, ahol m a jójó teljes tömege. A fonál vége nem mozog.

- Számítsa ki a jójó tömegközéppontjának gyorsulását!
- Határozza meg a fonálban ébredő erőt!

1.7. Feladat: Egy elhanyagolható tömegű merev rúdra három pontszerű testet erősítettek. Az egyik végén csapágyazott rúd függőleges síkban lenghet.

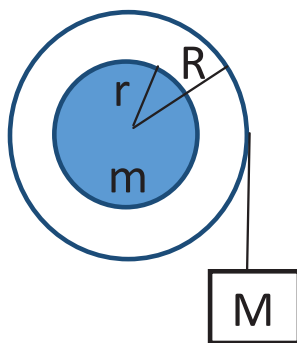
- Mekkora a tehetetlenségi nyomaték a csapágyra nézve?
- Mekkora lesz az alsó test sebessége a rúd függőleges helyzetben való áthaladásakor, ha a 2. ábrán látható helyzetből kezdősebesség nélkül elengedjük?



2. ábra.

1.8. Feladat: Homogén tömör tárcsa sugara 6 cm, tömege $1,5$ kg. Nyugalomból indul a motor által kifejtett $0,6$ Nm forgatónyomaték hatására. Mennyi idő alatt éri el az 1200 1/perc fordulatszámot? ($\theta = \frac{1}{2}mr^2$)

1.9. Feladat: Egy $r = 20$ cm "tehetetlenségi" sugarú, $m = 40$ kg tömegű kerék sugara $R = 30$ cm. Az R sugárhoz tartozó keréktömeget hanyagoljuk el.) Függőlegesen helyeztük egy vízszintes



3. ábra.

tengelyre. Egy $M = 2.0$ kg tömegű testet erősítettünk a szélére tekert kötélre a 3. ábrának megfelelően. Határozza meg a kerék elengedés utáni kezdeti szöggyorsulását! (A kerékre: $\theta = mr^2$.)

1.10. Feladat: Egy lendkerék fordulatszáma 60 rad/s-ról 180 rad/s-ra növekedett a rajta történt 100 J munkavégzés következtében.

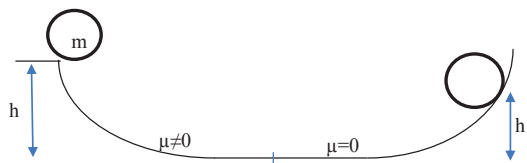
- Mekkora a tehetetlenségi nyomatéka?
- Ezt követően egy 3-szor nagyobb tehetetlenségi nyomatékú álló kereket nyomunk a lendkerékhez. Mekkora lesz a kialakuló közös fordulatszám?

1.11. Feladat: Egy m tömegű, $\theta = \frac{1}{2}mR^2$ tehetetlenségi nyomatékú kereket ω_0 szögsebességgel megforgatunk és zérus kezdősebességgel a μ súrlódási együtthatójú talajra engedjük.

- Mennyi idő múlva fog tisztán gördülni a kerék?
- Mekkora utat tesz meg eközben?

1.12. Feladat: Órai kidolgozásra 2. feladat A 4. ábrán látható módon az m tömegű $\theta = \frac{1}{2}mR^2$ tehetetlenségi nyomatékú korongot egy lejtőn h magasságban elengedünk. A lejtő tapadási súrlódási együtthatója $\mu \neq 0$, ezért a korong itt tisztán gördül. A pálya második fele viszont súrlódásmentes.

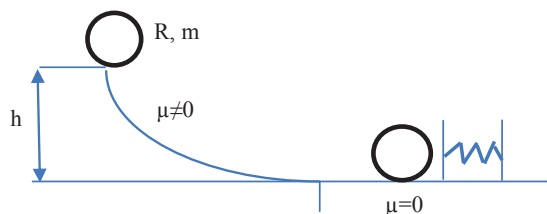
- Mekkora sebessége és szögsebessége van a korongnak a lejtő alján?
- Milyen h' magasra megy fel a súrlódásmentes emelkedőn a korong?
- Mennyi a lejtő tetején a korong impulzus momentuma?



4. ábra.

1.13. Feladat: Egy $R = 10$ cm sugarú, $m = 1$ kg tömegű tömör korong ($\theta = \frac{1}{2}mR^2$) tisztán legördül egy $h = 0,3$ m magasságú lejtős pályán. A lejtő alján nekiütközik a 5. ábrán látható fékezőrugónak, amelynek ütközője és a pálya ezen szakasza súrlódásmentes. A $k = 400$ N/m rugóállandójú rugó nyugalmi hossza $l_0 = 20$ cm.

- Mekkora a korong sebessége és szögsebessége a lejtő alján?
- Mekkora a korong impulzusmomentuma a rugó összenyomódása után?
- Mennyivel nyomódott össze a rugó?



5. ábra.

1.14. Feladat: Egy R sugarú, m tömegű homogén tömegeloszlású nem forgó kereket tengelyre merőlegesen v_0 sebességgel meglökünk és a μ súrlódási együtthatójú talajra engedjük. A kerék tehetetlenségi nyomatéka $\theta = \frac{1}{2}mR^2$.

- Mennyi idő múlva fog tisztán gördülni a kerék?
- Mekkora utat tesz meg eközben?

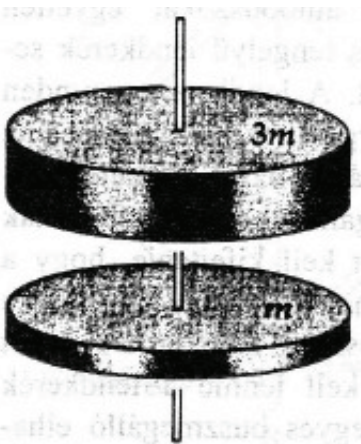
1.15. Feladat: ** A m tömegű R sugarú homogén korongot forgástengelye körül ω_0 szögsebességgel megforgatunk, majd lapjával – a tengely merőleges a felületre – a sík asztalra helyezzük.

A korong és asztal között μ súrlódási tényező van. Feltételezve, hogy korong egyenletesen nyomja az asztalt, mennyi idő múlva áll meg a korong? (A korong tehetetlenségi nyomatéka $\theta = \frac{1}{2}mR^2$.)

Impulzusmomentum megmaradása

1.16. Feladat: Órai kidolgozásra 3. feladat (HN 12B-28) A 6. ábrán látható két tömör tárcsa sugara R , egyik tömeg m , a másiké $3m$. A bemutatott módon súrlódásmentes csapágyazással közös tengelyre vannak szerelve. A felső tárcsának ω_0 kezdő szögsebességet adunk, majd nagyon kis magasságból ráejtjük a kezdetben nyugalomban lévő alsó tárcsára. A tárcsák – a közöttük fellépő súrlódás hatására – végül közös ω szögsebességgel együtt forognak.

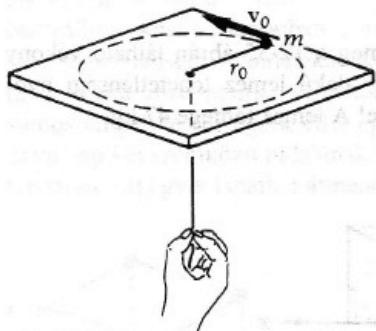
- A megadott mennyiségekkel fejezzük ki a végső ω szögsebességet, és
- a tárcsák egymáson való súrlódása közben végzett munkát!
- Mi lenne az egyenesvonalú analogonja ennek a forgási "ütközésnek"?



6. ábra.

1.17. Feladat: (HN 12C-50) A 7. ábra egy r_0 sugarú körpályán v_0 sebességgel vízszintes súrlódásmentes felületen mozgó m tömegű testet mutat. A testre rögzített és kicsiny lyukon átvezetett fonál biztosítja a centripetális erőt. Most a fonalat lassan húzzuk úgy, hogy a test az $r_0/2$ sugarú körpályára kerüljön. Számítsuk ki az m , az r_0 és v_0 függvényében

- a test végső sebességét és
- a fonál új helyzetbe húzása során végzett munkát!
- Mutassuk meg, hogy a végzett munka egyenlő a test kinetikus energiájának megváltozásával!



7. ábra.

1.18. Feladat: Órai kidolgozásra 4. feladat Az L hosszúságú m tömegű rúd függőlegesen áll, az alsó pontja súrlódásmentes csapággal csatlakozik a talajhoz. Az egyensúlyi helyzetből kimozdul és a talajba csapódik. Mekkora a rúd szögsebessége a becsapódás pillanatában? A rúd tehetetlenségi nyomatéka a rúd végére vonatkoztatva $\theta = \frac{1}{3}mL^2$.

1.19. Feladat: * Az L szárhosszúságú, száranként m tömegű létra egyik lába a falnál áll, míg a másik lába súrlódásmentesen csúszhat a vízszintes talajon. A kezdetben 2α szögre szétnyitott létra szára csúszik, és a létra teljesen szétnyílván a talajba csapódik. Mekkora a létra szárainak szögsebessége a becsapódás pillanatában? (A rúd végpontjára vett tehetetlenségi nyomatéka $\frac{1}{3}mL^2$.)

1.20. Feladat: * A h magasságú toronyugró a palló szélén áll és összegörnyedés nélkül – merev rúdként – a vízbe fordul. (A lába a pallón nem csúszik meg a dőlés során.) Mekkora szögnél válik el a pallótól?

2. Feladatok a rezgőmozgás és a mechanikai hullámok tárgyköréből

Harmonikus rezgőmozgás

2.1. Feladat: (HN 15A-1) 20 g tömegű részecske harmonikus rezgőmozgást végez 3 rezgés/másodperc frekvenciával és 5 cm amplitúdóval.

- (a) Mekkora teljes távolságot fut be a részecske egy teljes periódus folyamán?
- (b) Mekkora a legnagyobb sebessége? Hol lép ez fel?
- (c) Határozzuk meg a részecske legnagyobb gyorsulását! Hol lép fel a mozgás során a legnagyobb gyorsulás?

2.2. Feladat: Pontszerűnek tekinthető 1 kg tömegű testre $F = -Dx$ alakú rugalmas erő hat. A rugóállandó $D = 0,25$ N/cm. A $t = 0$ pillanatban a kitérés 20 cm, a sebesség 2,83 m/s. Mekkora a rezgés amplitúdója?

2.3. Feladat: A 4 N/m rugóállandójú rugóra egy 0,8 kg tömegű testet függesztünk. Nyugalmi helyzetéből 12 cm-t kitérítjük és itt 0,4 m/s kezdősebességgel indítva harmonikus rezgőmozgásba hozzuk. Mézbe merítve megáll a test. Mekkora a súrlódás által disszipált mechanikai energia?

2.4. Feladat: Mutassa meg, hogy a $F = -kx$ rugalmas erejű rugóra akasztott m tömegű test g homogén nehézségi erőterében harmonikus rezgőmozgást végez!

2.5. Feladat: Egy harmonikus rezgőmozgást végző test legnagyobb gyorsulása 8π m/s², legnagyobb sebessége 1,6 m/s.

- (a) Határozza meg a rezgésidőt és az amplitúdót!
- (b) Mennyi a rezgés összenergiája?

2.6. Feladat: Órai kidolgozásra 5. feladat Két, azonos amplitúdójú rezgés, melyek frekvenciája $\nu_1 = 40$ Hz és $\nu_2 = 60$ Hz, egyszerre kezdi meg rezgését az egyensúlyi helyzetből. Mikor lesz legelőször ismét azonos a kitérésük?

2.7. Feladat: (HN 15A-19) Határozzuk meg a 2,3 m hosszú fonálinga

- (a) frekvenciáját és
- (b) lengésidejét a Hold felszínén, ahol a gravitációtól származó nehézségi gyorsulás 1,67 m/s².

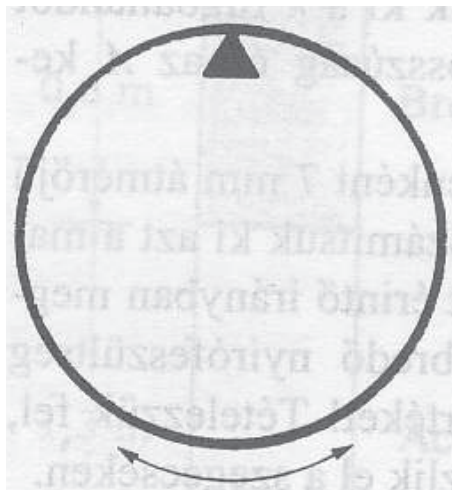
2.8. Feladat: A földi Egyenlítőn egy zárt épületben egy fonálinga segítségével hogyan állapítanánk meg, hogy a Hold felettünk vagy a Föld túlsó oldalán van?

2.9. Feladat: (HN 15A-20) Egy világítótorony látogatója meg akarja mérni a torony magasságát. Van nála egy orsó cérna, erre kis kavicsot köt, és a torony spirál-lépcsőházának közepén – mint fonálingát – lelógatja. A lengésidő 9,4 s. Milyen magas a torony?

2.10. Feladat: Órai kidolgozásra 6. feladat (HN 15B-26) Vékony, 20 cm sugarú karikát vízszintesen álló késélre helyezünk a 8. ábra szerint úgy, hogy fizikai ingaként a karika síkjában leng.

(a) Határozzuk meg kis amplitúdójú lengéseinek periódusidejét.

(b) Mekkora annak a fonálingának a hossza, amelynek azonos a lengésideje?



8. ábra.

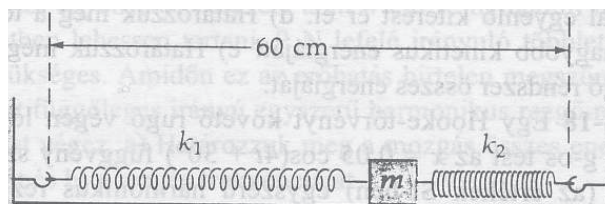
2.11. Feladat: (HN 15C-37) Egy meg nem feszített l hosszúságú, k rugóállandójú homogén rugót úgy vágunk két részre, hogy az egyik darab kétszer akkora, mint a másik.

(a) Fejezzük ki rugódarabok k_1 és k_2 rugóállandóját!

(b) Ha mindkét darab egyik végére azonos tömegű testet akasztanánk, mi lenne a frekvenciák aránya?

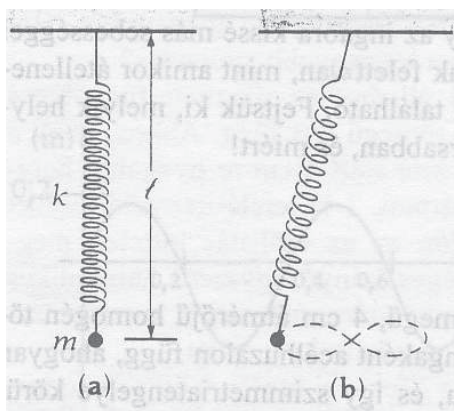
2.12. Feladat: (HN 15C-38) Két rugó mindegyike feszítetlen állapotban $l_0 = 20$ cm hosszú, de rugóállandóik különbözőek: $k_1 = 40$ N/m és $k_2 = 80$ N/m. A rugókat vízszintes súrlódásmentes felületen nyugvó $m = 0,60$ kg tömegű kicsiny testhez rögzítik. A rugókat ellentétes irányban megfeszítik és egymástól $L = 60$ cm távolságban lévő kampókhöz rögzítik a 9. ábra szerint. Feltéve, hogy a test mérete elhanyagolható.

- (a) A baloldali kampótól milyen távol lesz a test egyensúlyi helyzete?
 (b) Mekkora a test rugóirányú harmonikus rezgőmozgásának a körfrekvenciája?



9. ábra.

2.13. Feladat: (HN 15C-39) Egy k rugóállandójú rugó végére akasztott m tömegű test a rugót (nyugalmi állapotban) l hosszúságúra nyújtja a 10.a ábra szerint. A testet most mozgásba hozzuk úgy, hogy fel-le rezeg és ingaként ide-oda leng. A test a 10.b ábra szerint a függőleges síkban mozogva "nyolcasokat" ír le. Fejezzük ki a k rugóállandót az m , l és g függvényében!



10. ábra.

Csillapodó és gerjesztett rezgések

2.14. Feladat: Órai kidolgozásra 7. feladat (HN 15B-28) Egy 2 kg tömegű testet 200 N/m rugóállandójú rugóra függesztünk. Súrlódás miatt a test csillapított harmonikus mozgást végez. A rezgés amplitúdója a $t = 0$ s időpillanatban 0,20 m, majd ezt követően 6 másodperc múlva 0,16 m-re csökken.

- (a) Határozzuk meg a súrlódási erőből származó csillapítási együtthatót.
- (b) Határozzuk meg a rendszer rezonanciafrekvenciáját.

2.15. Feladat: Egy csillapítatlan rezgő rendszerben mozgó test tömege 0,5 g. A rendszert változtatható frekvenciájú gerjesztő erő hajtja, amplitúdója minden frekvencián F_0 . A test 400 Hz-en 9 mm, 405 Hz-en 5 mm amplitúdóval rezeg.

- (a) Határozzuk meg az oszcillátor ω_0 sajátfrekvenciáját és
- (b) a rezgés amplitúdóját 395 Hz frekvencián.
- (c) Állapítsuk meg a gerjesztő erő nagyságát. Megoldás:

Rugalmas közegekben terjedő hullámok

2.16. Feladat: Mindkét végén nyitott síp alapfrekvenciája 110 Hz. Milyen hosszú a síp, ha a hang terjedési sebessége 340 m/s?

2.17. Feladat: A pozitív x tengely irányában egy transzverzális harmonikus hullám terjed 2 m/s sebességgel, amely a $t = 0$ időpillanatban az origóban van. Amplitúdója 10 cm, frekvenciája 0,5 Hz.

- (a) Mennyi a körfrekvencia?
- (b) Mekkora a hullámhossz?
- (c) Mekkora a cirkuláris hullámszám?

2.18. Feladat: (HN 18B-8) Kifeszített huzalon haladó transzverzális hullám amplitúdója 0,2 mm, frekvenciája 500 Hz, sebessége 196 m/s.

- (a) Írjuk fel SI egységekkel a hullámfüggvényt $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ alakban.
- (b) A huzal lineáris tömegsűrűsége 4,1 g/m. Mekkora a huzalt feszítő erő?

2.19. Feladat: Órai kidolgozásra 8. feladat Egy húron csillapítatlan transzverzális harmonikus hullám terjed 20 m/s sebességgel pozitív irányba. Amplitúdója 50 cm , frekvenciája 2 Hz . A $t_0 = 0$ pillanatban az $x_0 = 0$ helyen levő részecske kitérése 25 cm , és negatív irányban mozog. Mekkora a kitérése az $x = 5 \text{ m}$ helyen lévő részecskének a $t = 2 \text{ s}$ pillanatban?