Gyakorlat 4

32B-3

Egy R ellenállású, r sugarú köralakú huzalhurok a B homogén mágneses erőtér irányára merőleges felületen fekszik. A hurkot gyorsan, t idő alatt 180^o-kal átforditjuk. Számitsuk ki, hogy mekkora átlagos $\mathcal{E}$ feszültség indukálódott ezalatt a hurokban és mekkora töltés haladt át ezalatt a vezető hurkon.

Megoldás:

Ha egy vezető hurok által határolt felületen a mágneses térerősség Φ_B fluxusa változik ennek hatására a vezetőhurokban $\mathcal{E}(t)$ elektromotoros erő jelenik meg, azaz feszültség indukálódik (Faraday indukciós törvénye). Ha a fluxusváltozás $\Delta\, t$ idő alatt $\Delta\, \Phi_B$ akkor az átlagos feszültség:

$$< \mathcal{E} >= -\frac{\Delta\, \Phi_B}{\Delta\, t} \tag{1}$$

A negatív előjel megfelel Lenz törvényének. A feladatban ennek az elektromotoros erőnek csak a nagysága érdekes. Az eredeti és az átfordítás utáni fluxus

$$\Phi(t=0) = \int_A \mathbf{B}\, d\mathbf{A}\, |_{t=0} = B\, A = B\, r^2\, \pi \tag{2}$$

$$\Phi(t=\Delta\, t) = \int_A \mathbf{B}\, d\mathbf{A}\, |_{t=\Delta\, t} = -B\, r^2\, \pi \tag{3}$$

A teljes fluxusváltozás nagysága tehát eredeti fluxus kétszerese, így

$$< \mathcal{E} >= -\frac{2\, B\, r^2\, \pi}{\Delta\, t} \tag{4}$$

Az R ellenállású hurkon áthaladó töltés nagysága pedig

$$\Delta\, Q =< I >\ \Delta\, t = \frac{< \mathcal{E} >}{R} \cdot \Delta\, t = \frac{2\, B\, r^2\, \pi}{R} \tag{5}$$

32A-25

Egy 10 V-os telepet 5 Ω-os ellenállással és 10 H induktivitású tekerccsel kötünk sorba, és megvárjuk, amig az áramerősség állandósul. Számitsuk ki ekkor a) a telep által leadott teljesitményt; b) az ellenállás által disszipált teljesitményt; c) a tekercsben disszipált teljesitményt; d) a tekercs mágneses erőterében tárolt energiát.

Megoldás:

A stacionárius állapot beállása után a tekercsen nincs indukált feszültség, ezért az áramerősség és a telep által leadott teljesítmény csak az ellenállástól függ, továbbá az ellenálláson disszipált teljesítmény megegyezik a telep által leadott teljesítménnyel:

$$I = \frac{U}{R} = 2\,A \tag{6}$$

$$P_{telep} = P_R = I^2 \cdot R = 20\,W \tag{7}$$

A tekercsben mágneses terében tárolt energia

$$W_L = \frac{1}{2}\,L\,I^2 = 20\,W \tag{8}$$

32C-33

Egy 30 cm átmérőjű 2 Ω ellenállású vezető karika asztal lapján fekszik, ahol a Föld mágneses terének fluxussűrűsége 48 μT és iránya 65^o-os szöget zár be a vizszintessel. Számitsuk ki, mekkora töltés halad át a karika valamely pontján, ha azt hirtelen 180^o-kal átforditjuk.

Megoldás:

A feladat analóg a **32B-3** feladattal. Most $R = 2\,\Omega$, $r = 0,15\,m$, és $B = 4,8 \cdot 10^{-5}\,T$. Az egyetlen különbség, hogy a mágneses tér és a vezető hurok síkja nem merőlegesek, ezért a fluxusban megjelenik a köztük levő szög koszínusza:

$$< \mathcal{E} >= -\frac{\Delta\,\Phi_B}{\Delta\,t} \tag{9}$$

$$\Phi(t=0) = \int_A \mathbf{B}\,d\mathbf{A}\,|_{t=0} = B\,A\,sin65/o = B\,r^2\,\pi\,cos65^o \tag{10}$$

$$\Phi(t=\Delta\,t) = \int_A \mathbf{B}\,d\mathbf{A}\,|_{t=\Delta\,t} = -B\,r^2\,\pi\,cos65^o \tag{11}$$

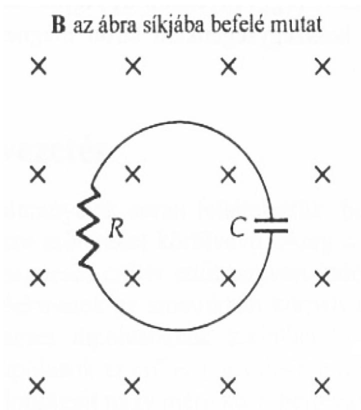
$$< \mathcal{E} >= -\frac{2\,B\,r^2\,\pi\,cos65^o}{\Delta\,t} \tag{12}$$

$$\Delta\,Q =< I >\ \Delta\,t = \frac{< \mathcal{E} >}{R} \cdot \Delta\,t = \frac{2\,B\,r^2\,\pi\,sin65^o}{R} \tag{13}$$

$$= \frac{2 \cdot 4,8 \cdot 10^{-5} \cdot 0,3^2 \cdot \pi \cdot cos65^o}{2} = \underline{\underline{1.434 \cdot 10^{-6}\,C}} \tag{14}$$

32C-35

A 1 ábrán vázolt áramkör homogén, időben egyenletesen csökkenő fluxussűrűségű mágneses erőtérben helyezkedik el. dB/dt = —k, ahol k pozitiv állandó. Az áramkör egy a sugarú hurok, melyben egy R ellenállás és egy C kapacitású kondenzátor van (az utóbbi lemezei az ábra szerinti módon helyezkednek el). a) Mekkora a kondenzátor maximális Q töltése? b) A kondenzátor melyik lemezének nagyobb a potenciálja? c) Elemezzük, hogy milyen erők okozzák a töltések szétválását.



Megoldás:

A körben indukált feszültség nagyságát a fluxusváltozás sebességéből kapjuk meg

$$\mathcal{E} = -\frac{d\,\Phi}{d\,t} = -\frac{d\,B\,a^2\,\pi}{d\,t} = k\,a^2\,\pi \tag{15}$$

Ez állandó. Az állandó feszültségre kapcsolt kondenzátor töltése exponenciálisan közelíti a maximális tültést, aminek elérése után a kondenzátor feszültsége és az indukált feszültség azonos nagyságú és ellentétes irányú, vagyis a maximális töltés a $C \cdot \mathcal{E} = Q_{max}$ egyenletből számítható ki. Innen

$$Q_{max} = C\,k\,a^2\,\pi \tag{16}$$

Az indukált elektromos tér önmagukban záródó erővonalai a mágneses tér megváltozására merőleges síkú körök. Irányukat a balkéz-szabály alapján lehet meghatározni: mivel az indukcióvektor $d\mathbf{B}$ megváltozása a lap síkjából kifelé mutat az $\mathbf{E}$ erővonalak az óramutató járásával megegyező irányba mutatnak, ezért a pozitív töltések a kondenzátor felső lapján gyúlnek össze. A töltések szétválását a mágneses indukciófluxus változása okozza.

33B-4

Egy 25 cm hosszú, sűrűn tekercselt, 600 menetű szolenoidon 30 mA erősségű áram folyik it. Számitsuk ki H és B nagyságát a szolenoid középpontjában (a) ha a szolenoid légmagos és (b) ha a szolenoid magja 45 Permalloyból készült, melynek szuszceptibilitása a maximális telítési értéknek háromnegyede.

Megoldás:

A szolenoid középpontjában

$$H = \frac{I \cdot N}{\ell} \tag{17}$$

$$B = \mu \frac{I \cdot N}{\ell} \qquad (\mu = \mu_r \cdot \mu_o) \tag{18}$$

Mivel H képletében nem szerepel a permeabilitás az ugyanakkora lesz légmagos és vasmagos tekercsre. Légmagos tekercsre $\mu_r^{(1)} = 1$. A HN könyv 33-1 táblázatából a 45 Permalloy mágneses szuszceptibilitása $\xi = 25000$, ennek 3/4-ével ($\xi = 18750$) kell számolni a feladatban, vagyis $\mu_r^{(2)} = 1 + \xi = 18751$. Ezekkel az adatokkal

$$H^{(1)} = H^{(2)} = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 600}{0,25} = 72\,\frac{A}{m}$$

$$B^{(1)} = \mu_o \cdot H = 9.048 \cdot 10^{-5}\,\frac{Vs}{m^2}$$

$$B^{(2)} = \mu_o\,\mu_r \cdot H = 1.697\,\frac{Vs}{m^2}$$

33B-8

Egy 50 cm kerületű toroid tekercs 1000 menetű és rajta 200 mA erősségű áram halad it. A vasmag olyan anyagból készült, amelynek telítési szuszceptibilitása 3000. (a) Számitsuk ki a B mágneses indukcióvektort a magban, ha anyaga 85%-ig telítődött. (b) Számitsuk ki a H mágneses térerősséget a tekercs belsejében. (c)Számitsuk ki B azon részét, amely csak tekercsben folyó áramtól ered.

Megoldás:

Sűrűn tekercselt toroidra hasonló képletek adhatóak meg, mint szolenoidra, csak a tekercs hossza helyett a szolenoid középvonalának hosszát kell megadni. Behelyettesítve

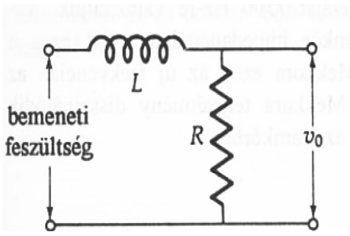
$$H = \frac{I \cdot N}{2\,\pi\,r} = \frac{0,2 \cdot 1000}{2\,\pi\,0,5} = 63.662\,\frac{A}{m}$$

$$B = \mu_r \mu_o \cdot H = 1.257 \cdot 10^{-6} \cdot (3000 \cdot 0,85 + 1) \cdot 63.662 = 0,204\,T$$

$$B_{lev} = \mu_o \cdot H = 1.257 \cdot 10^{-6} \cdot 63.662 = 8.000 \cdot 10^{-5}\,T$$

34C-43

Tekintsük a 1 ábrán látható áramkört. A bemenő feszültség időben (nem szükségszerűen szinuszosan) változik. Mutassuk meg, hogy a v_{ki} kimenő feszültség közelítőleg arányos a bemenő feszültség idő szerinti integráljával, ha az R ellenállás az induktiv reaktanciánal sokkal kisebb (mindazon frekvencák esetében, amelyek a bemenő jelben jelen vannak).



Megoldás:

A v_{ki} kimenő feszültség az R ellenálláson eső $I \cdot R$ feszültség. Kirchoff huroktörvénye szerint

$$U_{be} = L\frac{dI}{dt} + I \cdot R \tag{19}$$

$$\frac{dI}{dt} + I \cdot \frac{R}{L} - \frac{U_{be}}{L} = 0 \tag{20}$$

Ha $R \ll \omega\, L$ minden ω-ra, akkor a második tag közelítőleg 0, tehát az egyenlet leegyszerűsödik

$$\frac{dI}{dt} \approx \frac{U_{be}}{L} \tag{21}$$

Ennek megoldása

$$I(t) = \int U_{be}\, dt \tag{22}$$

Tehát a kimenő feszültség közelítőleg valóban arányos a bemenő feszültség idő szerinti integráljával.

$$v_{ki} = I(t) \cdot R = R \cdot \int U_{be}\, dt \tag{23}$$