

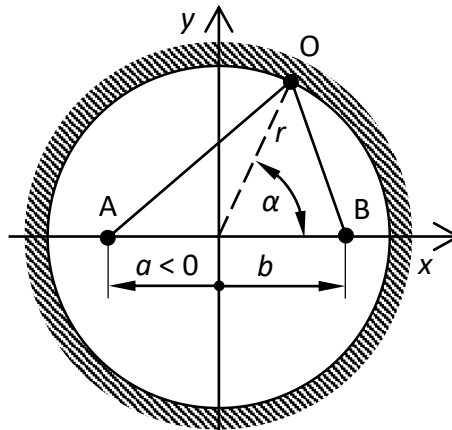
## 5. GYAKORLAT

Dr. Erdei Gábor, 2019-10-16

### Az előző óráról lemaradt paraxiális anyag befejezése...

### Fermat-elv alkalmazása fénysugár pályájának meghatározására

Az ábrán látható gömbtükörben milyen  $\alpha$  érték esetén lesz az AOB szakasz valódi fénysugár?



$$\begin{aligned} x_O &= r \cos(\alpha) \\ y_O &= r \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (1)$$

$$AO = \sqrt{r^2 \sin^2(\alpha) + (r \cos(\alpha) - a)^2} \quad (2)$$

$$OB = \sqrt{r^2 \sin^2(\alpha) + (b - r \cos(\alpha))^2} \quad (3)$$

$$OPL = AO + OB \quad (4)$$

$$AO = \sqrt{r^2 \sin^2(\alpha) + r^2 \cos^2(\alpha) - 2ar \cos(\alpha) + a^2} = \sqrt{r^2 - 2ar \cos(\alpha) + a^2} \quad (5)$$

$$OB = \sqrt{r^2 \sin^2(\alpha) + r^2 \cos^2(\alpha) - 2br \cos(\alpha) + b^2} = \sqrt{r^2 - 2br \cos(\alpha) + b^2} \quad (6)$$

$$\frac{dOPL}{d\alpha} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} \frac{2ar \sin(\alpha)}{\sqrt{r^2 - 2ar \cos(\alpha) + a^2}} + \frac{1}{2} \frac{2br \sin(\alpha)}{\sqrt{r^2 - 2br \cos(\alpha) + b^2}} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{a}{\sqrt{r^2 - 2ar \cos(\alpha) + a^2}} = - \frac{b}{\sqrt{r^2 - 2br \cos(\alpha) + b^2}} \quad (9)$$

$$a^2(r^2 - 2br \cos(\alpha) + b^2) = b^2(r^2 - 2ar \cos(\alpha) + a^2) \quad (10)$$

$$a^2r - 2a^2b \cos(\alpha) = b^2r - 2b^2a \cos(\alpha) \quad (11)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b^2r - a^2r}{2b^2a - 2a^2b} = \frac{r}{2} \frac{b^2 - a^2}{ab(b - a)} \quad (12)$$

### Ami a Fresnel-formulák óráról lemaradt...

### Példa a komplex törésmutató használatára: az arany abszorpciója, reflexiója

$\lambda_0 = 400 \text{ nm}$ , merőleges beesés levegőből arany felületre, lineáris ( $x$ ) polarizáció esetén.  $n = 1.468$ ,  $\kappa = 1.953$ . Mekkora a felület reflektanciája? A levegő törésmutatóját 1.0-nak tekintjük.

$$\tilde{n} \equiv n - i \cdot \kappa \quad (13)$$

$$R = \left| \frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}+1} \right|^2 = \frac{1.468-i \cdot 1.953-1}{1.468-i \cdot 1.953+1} \cdot \frac{1.468+i \cdot 1.953-1}{1.468+i \cdot 1.953+1} = \frac{0.468^2+1.953^2}{2.468^2+1.953^2} = 40.7\% . \quad (14)$$

Mekkora a behatolási mélység? A  $z$ -tengely a felületnormális irányába mutat.

$$E_x(z) \equiv E_0 \cdot e^{-ik_{re}z} \cdot e^{-k_{im}z} \quad (15)$$

Az intenzitás csökkenését a Lambert-Beer törvény írja le, azaz (15) abszolútérték-négyzete:

$$I(z) = I_0 \cdot e^{-2k_{im}z} \quad (16)$$

Merőleges beesés esetén igaz, hogy:

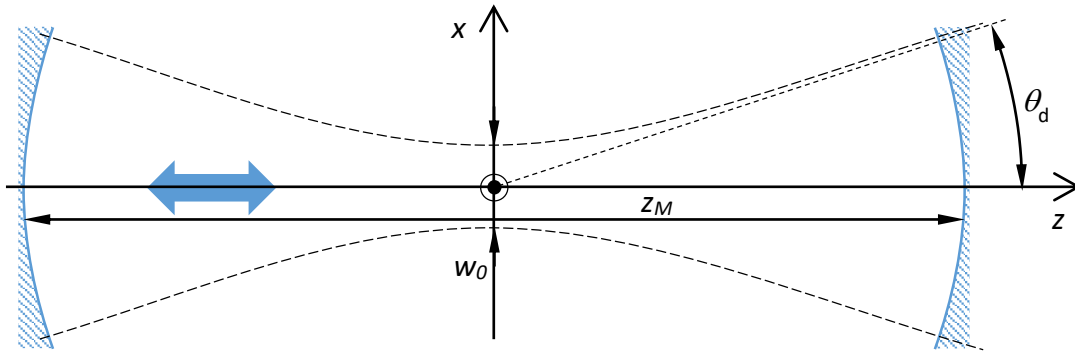
$$k_{im} = k_0 \cdot \kappa \quad (17)$$

$$I(z) = I_0 \cdot e^{-2k_0 \cdot \kappa \cdot z} = I_0 \cdot e^{-2\frac{z}{\delta}} \quad (18)$$

$$\delta = \frac{1}{k_0 \cdot \kappa} = \frac{\lambda_0}{2\pi \cdot \kappa} = \frac{400 \text{ nm}}{2\pi \cdot 1.953} = 32.6 \text{ nm} . \quad (19)$$

### Példa Gauss-nyaláb terjedésére: konfokális lézerrezonátor

$\lambda = 633 \text{ nm}$ ,  $z_M = 300 \text{ mm}$ , a nyaláb divergenciája  $\theta_d = 0.6 \text{ mrad}$ . Mekkora a nyalábsugár ( $w_0$ ) a nyak pozíciójában? Mekkora a stabil működéshez szükséges tükrerrádusz ( $R$ )? A tükrőhordozó nyalátorzító hatásaitól eltekintünk.



$$\theta_d = \frac{\lambda}{\pi w_0} [\text{rad}] \rightarrow w_0 = \frac{\lambda}{\pi \theta_d} = \frac{633 \cdot 10^{-6} \text{ mm}}{\pi \cdot 0.0006} = 0.336 \text{ mm} . \quad (20)$$

$$\begin{aligned} R(z) &= z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] = \frac{z_M}{2} \left[ 1 + \left( \frac{2\pi w_0^2}{\lambda z_M} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{300}{2} \left[ 1 + \left( \frac{2\pi \cdot 0.336^2}{633 \cdot 10^{-6} \cdot 300} \right)^2 \right] = 2243 \text{ mm} . \end{aligned} \quad (21)$$