

A 19.)

Adott egy „z” irányú, homogén „B” mágneses mező. Mint tudjuk ebben az esetben a vektorpotenciál egy lehetséges felvétele a következő $\vec{A}_1 = (-B \cdot y, 0, 0)$.

Legyen „ \vec{A}_2 ” olyan, hogy öt jellemző erővonalak az „x,y” sík 45° -os egyenseivel párhuzamosak, és a „z” tengely mentén az „ $A_2=0$ ”.

Legyen „ \vec{A}_3 ” olyan, hogy öt jellemző erővonalak origó centrumú koncentrikus körvonalak.

Adja meg az „ \vec{A}_1 ”, „ \vec{A}_2 ” és „ \vec{A}_3 ” közötti „mértéktranszformációt!”

A 20.)

Adott egy végtelen hosszú koaxiális kábel. A koax tengelye a „z” koordináta tengely. A belső vezető ér sugara „a” a külső vezető hengerfelület (köpeny) sugara „ $b > a$ ”. A köpeny köpeny vastagsága nullának vehető. Ezért a rajta folyó áram egy felületi áramsűrűséggel adható meg. A belső érben az áramsűrűség homogén.

- Határozza meg a $\vec{B}(\vec{r})$ mágneses indukciót mindenhol a térben!
- Rajzolja fel a $B(r)$ függvényt! (Ahol „r” a „z” tengelytől mért távolság)
- Az $\vec{A}(\vec{r})$ mágneses vektorpotenciál as a $\vec{B}(\vec{r})$ között fennálló differenciális kapcsolat alapján határozza meg az $\vec{A}(\vec{r})$ -t az egész térben!
- Rajzolja fel a **folytonos** $A(r)$ függvényt!

A 21.)

Adott két végtelen kiterjedésű, vezető síklap. A lapok az (x,y) síkkal párhuzamsak. Az egyik a „z = +a”, másik a „z = -a” ponton megy át. A vezető lapokon a $\pm x$ irányban állandó nagyságú „K” felületi áramsűrűség folyik.

- Határozza meg a $\vec{B}(\vec{r})$ mágneses indukciót mindenhol a térben!
- Rajzolja fel a $B(r)$ függvényt!
- Az $\vec{A}(\vec{r})$ mágneses vektorpotenciál as a $\vec{B}(\vec{r})$ között fennálló differenciális kapcsolat alapján határozza meg az $\vec{A}(\vec{r})$ -t az egész térben!
- Rajzolja fel a **folytonos** $A(r)$ függvényt!

B 13.)

Adott az (x,y) síkban egy „R” sugarú kör alakú vezető. A kör középpontja az origóban van. A vezetőben „I” állandó áram folyik. (Az áram iránya lehet tetszőleges.)

- Írja fel az $\vec{A}(\vec{r})$ vektorpotenciált meghatározó integrált hengerkoordinátarendszerben! (MEGJEGYZÉS: Ez szerepelt a gyakorlaton!)
- Határozza meg az $\vec{A}(\vec{r})$ közelítő értékét („első rendben”) a centrum közelében lévő térrészben, ahol $(r \ll R)$. Az „r” az origótól mért távolságot jelenti. Azaz $r \equiv |\vec{r}|$
- Adja meg az $A(r)$ függvényt az (x,y) síkban?
- Határozza meg az $\vec{A}(\vec{r})$ -t másodrendű közelítésben, a centrum közelében lévő $(r \ll R)$ térrészben!
- Adja meg az $A(r)$ függvényt az (x,y) síkban?

B 14.)

Ísmertes, hogy $\vec{j}(\vec{r})$ áramsűrűség az $\vec{A}(\vec{r})$ vektorpotenciált a következő (Poisson) egyenlet által határozza meg: $\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$. Legyen $\vec{j}(\vec{r})$ egy hengerszimmetrikus áramsűrűség. Ekkor az áramsűrűség (gömbi polár koordinátákat használva) a következő alakú lesz:

$$\vec{j}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} j_r \\ j_\vartheta \\ j_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ j_r(r, \vartheta) \end{pmatrix}$$

Ísmertes az is, hogy az $\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{A})$ matematikai műveletnek együttes jelölésére bevazettük a $\Delta \vec{A}$ szimbólumot. Mivel most a $\vec{j}(\vec{r})$ hengerszimmetrikus, ezért az $\vec{A}(\vec{r})$ is az (annak tekinthető). Tehát $\vec{A}(\vec{r}) = (0, 0, A_\varphi)$ és nyilvánvalóan $A_\varphi(r, \vartheta)$ függvény.

- Határozza meg $\Delta \vec{A}$ -t a megadott $\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{A})$ matematikai műveletek segítségével, ha az $\vec{A}(\vec{r})$ -et Coulomb mértékben adjuk meg.
- Írja fel a kapott $\Delta \vec{A}$ kifejezést úgy, hogy megjelenjék bene a $\Delta_G A_\varphi$ kifejezés, ahol a Δ_G a gömbkoordinátákkal megadott Laplace operátort jelöli.