

Fizika M1, BME, gépészmérnök mesterszak, 2018. őszi félév (v2)

Pályi András
Elméleti Fizika Tanszék, BME
(Dated: September 2, 2018)

Ebben a fájlban az előadás menetrendjét követve gyűjtöm össze az egyes témakörökhöz kapcsolódó gyakorló feladatokat. A fájl hétről-hétre frissülni fog az adott hét feladataival. A zárthelyiken ehhez hasonló feladatok várhatók, feleletválasztós változatban.

(F-0/1) Nagyon ritkán, de előfordul, hogy egy gépészhallgató készülés és tudás nélkül megy el a zárthelyire. A zárthelyin feleletválasztós tesztet kap, 20 kérdéssel, és minden kérdésre 4 lehetséges válaszlehetőség közül kell kiválasztania az egyetlen helyes választ. 7 helyes válasz még elégtelen, 8 helyes válasz már elégségest ér, azaz 40%-tól eredményes a zárthelyi. Csupán véletlenül tippelgetve mekkora a valószínűsége, hogy eredményes lesz a zárthelyije?

TERV: TÉMÁK, MENETREND

- **Elektronok atomokban.** Klasszikus mechanika alapjai. Klasszikus atommodell. A kvantummechanika alapjai. Elektronállapotok a hidrogénatomban. A periódusos rendszer. (1.-3. előadás)
- **Elektronok kristályos szilárdtestekben.** A Sommerfeld-modell. A szoroskötésű modell. Elektronok sáv szerkezete. Szigetelők, félvezetők, fémek. Elektromos vezeték. (4.-6. előadás)
- 1. zárthelyi (7. előadás)
- **Elektromechanika.** Elektromechanikai kölcsönhatási mechanizmusok: kapacitív, piezorezisztív, piezoelektromos. Szenzorok és aktuátorok. (8.-10. előadás)
- **Lézerek.** Lézerek működési elve, típusai, alkalmazásai. (11.-12. előadás)
- 2. zárthelyi (13. előadás)

I. ELEKTRONOK ATOMOKBAN

A. Az atomok abszorpciós színe vonalas szerkezetet mutat

(F-I/1) Mik a jellemzői (k hullámszám, ω körfrekvencia, f frekvencia, T periódusidő) a $\lambda = 540$ nm hullámhosszú zöld fénynek?

(F-I/2) A két elektronvoltos energiakvantummal rendelkező elektromágneses sugárzásnak mennyi a hullámhossza és a frekvenciája?

B. Klasszikus mechanika: állapotjelzők, fizikai mennyiségek, mozgásegyenlet

(F-I/3) Egy méter magasból elengedünk egy egykilós testet. Mennyi idő múlva ér földet? Mekkora sebességgel csapódik be?

(F-I/4) Az előző feladatban leírt jelenség esetén melyek a rendszer állapotjelzői? Ezek milyen függvények, azaz honnan hova képeznek? Melyek a rendszer paraméterei?

(F-I/5) Írd fel a fenti rendszer mozgásegyenleteit $\dot{x}(t) = \dots$, $\dot{v}(t) = \dots$ alakban. Add meg a kezdeti feltételeket is. Legyen a koordináta-rendszer origója a földfelszínen, és az x tengely legyen felfelé irányítva. Add meg a test teljes energiáját (mozgási energia és helyzeti energia) leíró formulát (a) a hely $x(t)$ és a sebesség $v(t)$ függvényeként, (b) a hely $x(t)$ és az impulzus $p(t) = mv(t)$ függvényeként. Itt m a test tömegét jelöli.

(F-I/6) Tekintsünk egy adott m tömegű, egydimenziós mozgást végző tömegpontot. A t időpontban $x(t)$ a helykoordinátája, $v(t)$ a sebessége, és $F(t)$ erő hat rá. Add meg a tömegpont helykoordinátáját és sebességét infinitezimálisan rövid Δt idő múlva: $x(t + \Delta t) = ?$, $v(t + \Delta t) = ?$

(F-I/7) Egy k rugóállandójú rugóra rögzített m tömegű testet $F(t) = F_0 \sin(2\pi ft)$ erővel gerjesztünk. Írd fel a mozgásegyenleteket, $\dot{x}(t) = \dots$, $\dot{v}(t) = \dots$ alakban.

- Példák: szabadesés (egydimenziós), harmonikus oszcillátor (egydimenziós), hidrogénatom (háromdimenziós).

C. Kvantummechanika: állapotjelzők, fizikai mennyiségek, mozgásegyenlet

(F-I/8) Egy dimenzióban mozgó elektron dinamikáját szeretnénk leírni a kvantummechanika eszközeivel. Az elektron pillanatnyi hullámfüggvénye honnan hova képez? Mi a dimenziója (mértékegysége) az argumentumainak és az értékének? Az elektron állapotának időfüggését leíró hullámfüggvény honnan hova képez?

(F-I/9) Egy elektron egy proton közelében tartózkodik a háromdimenziós térben. Az elektron dinamikáját szeretnénk kvantummechanikailag leírni. Mi az állapotjelző a kvantummechanikai leírásban? Milyen függvény, azaz honnan hova képez? Mik a fizikai mennyiségek? Milyen függvények, honnan hova képeznek?

(F-I/10) Milyen operátorok ábrázolják a három helykoordinátát és a három impulzuskoordinátát a kvantummechanikai leírásban?

(F-I/11) Egy egy dimenzióban mozgó elektront írunk le kvantummechanikailag. Egy adott pillanatban ismerjük az elektront leíró $\psi(x)$ hullámfüggvényt. Hogyan fejezhető ki a hely (azaz az x koordináta) várhatóértéke a hullámfüggvény segítségével?

(F-I/12) Legyen $\chi_{[a,b]}(x)$ az $[a, b]$ intervallum karakterisztikus függvénye, azaz az a függvény aminek értéke 1 ha $x \in [a, b]$, és 0 egyébként. Legyen $\psi_1(x) = N_1 \chi_{[0,a]}(x)$. Mekkora kell választani N_1 -et, hogy ψ_1 normált legyen? Rajzold fel a normált hullámfüggvényt a hely függvényeként, jelölve a nevezetes tengelymetszeteket is. Rajzold fel az elektron $|\psi(x)|^2$ megtalálási valószínűségét a hely függvényeként, jelölve a nevezetes tengelymetszeteket is.

(F-I/13) Legyen $\psi_2(x) = \frac{i}{\sqrt{2a}} \chi_{[0,2a]}$. Számold ki ψ_1 és ψ_2 skalárszorzatát: $\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = ?$

(F-I/14) Egy dimenzióban mozgó elektron hullámfüggvénye egy adott pillanatban

$$\psi(x) = \begin{cases} N \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), & \text{ha } 0 < x < L, \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad (1)$$

Normált-e a ψ hullámfüggvény, ha $N = 1$? Hogyan válasszuk N -t, hogy ψ normált legyen? Rajzold fel a normált hullámfüggvényt. Rajzold fel az elektron $|\psi(x)|^2$ megtalálási valószínűségét a pozíció függvényeként.

(F-I/15) Egy dimenzióban mozgó elektron hullámfüggvénye egy adott pillanatban

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), & \text{ha } 0 < x < L, \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad (2)$$

Ebben az állapotban mekkora a valószínűsége annak, hogy az elektront a $[0, L/4]$ szakaszon találjuk?

(F-I/16) Az előző ψ hullámfüggvénnyel jellemzett állapotban mennyi a pozíció várhatóértéke? Mennyi az impulzus várhatóértéke?

(F-I/17) Egy dimenzióban mozgó elektron dinamikáját szeretnénk leírni a klasszikus mechanika eszközeivel. Az elektron helyzeti energiájának helyfüggése $V(x) = -V_0 e^{-\frac{x^2}{2l^2}}$ alakú. Add meg az elektron teljes energiáját a sebessége (v) és a pozíciója (x) függvényeként. Fejezd ki ezt a teljes energiát az impulzusa (p) és a pozíciója függvényeként.

(F-I/18) Írd fel az előző példában szereplő elektron időfüggő Schrödinger-egyenletét. Milyen differenciálegyenlet ez? Közönséges vagy parciális? Melyik változóban hányadrendű? Lineáris vagy nemlineáris?

(F-I/19) Három dimenzióban mozgó elektron dinamikáját szeretnénk leírni a kvantummechanika eszköztárával. Az elektron hullámfüggvénye honnan hova képez? Mi a dimenziója (mértékegysége) az argumentumainak és az értékének?

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönet Mihály Györgynek és Orosz Lászlónak a tananyag összeállításában nyújtott segítségért.