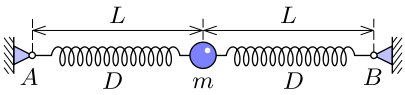
Kísérleti fizika I., 2018 őszi félév

11. gyakorlat

Szükséges előismeretek: effektív potenciál centrális erőtérben, körpálya stabilitása, radiális irányú kis rezgések, csatolt rezgések, normálmódusok és sajátfrekvenciák;

Feladatok órai munkára

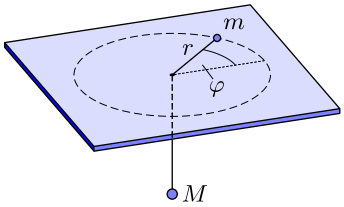
F1. Egy m tömegű test vízszintes síkban súrlódásmentesen mozoghat. A testet két egyforma, D rugóállandójú rugóval az *ábrán* látható A és B pontokhoz kapcsoltuk. Ekkor a rugók nyújtatlanok, hosszuk L.



a) Mekkora erő hat a testre, ha az AB szakaszra merőlegesen x távolsággal kitérítjük? Hogyan közelíthető ez az erő kis kitérések esetén?

b) Mekkora a rezgésidő 2 cm-es amplitúdó esetén, ha 1 cm-es amplitúdónál a rezgés periódusideje 2 s, és $AB \gg 1$ cm?

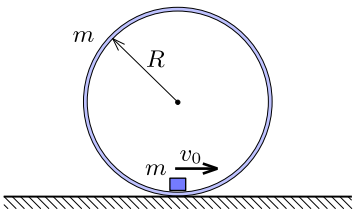
F2. Két pontszerű, m és M tömegű testet ideális fonállal összekötünk, a fonalat pedig egy vízszintes, súrlódásmentes asztal közepén lévő lyukon fűzzük át. Ezután az asztalon lévő, m tömegű testet érintőirányban meglökjük. (A fonál lelógó része mindvégig függőleges marad.)



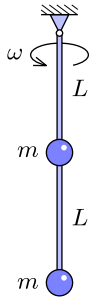
a) Határozzuk meg a lehetséges körpályák sugarát a felső test J perdületének függvényében!

b) Számítsuk ki a körpálya körüli kicsiny, radiális irányú rezgések körfrekvenciáját!

F3. Vízszintes asztallapon álló m tömegű, R sugarú, vékony, keskeny abroncs alján ugyancsak m tömegű test nyugszik. A kis testet az abroncs síkjába eső vízszintes, kicsiny v_0 kezdősebességgel elindítjuk. Hogyan mozog a továbbiakban az abroncs középpontja? (A súrlódás mindenütt elhanyagolható.)



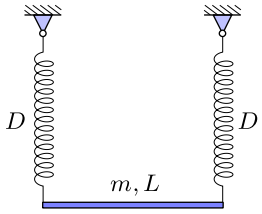
F4. Súlytalan rudakból és egyforma tömegű testekből az *ábrán* látható kettősingát készítetjük el. A rudak síkcsuklókkal kapcsolódnak egymáshoz és a mennyezethez, a két csukló tengelye párhuzamos. A mennyezetnél lévő csuklót állandó ω szögsebességgel forgatni kezdjük.



a) Határozzuk meg a rendszer kis rezgéseinek módusait és azok sajátfrekvenciáját!

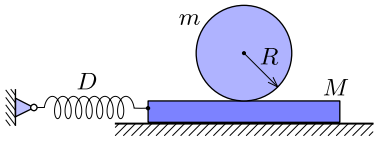
b) Mekkora kritikus ω szögsebességnél hajlik ki a függőlegestől a rendszer?

F5. Egy L hosszúságú, M tömegű vékony rudat a két végénél két egyforma, D rugóállandójú rugó tart. Egyensúlyban a rugók hossza L. Függőlegesen lefelé irányuló F erővel a rúd bal végét a rugók hosszánál jóval kisebb távolsággal kimozdítjuk az egyensúlyi helyzetből. Írjuk le a rúd végeinek mozgását az F erő megszüntetése után! A rugók tömege elhanyagolható.



Házi feladatok

H1. Egy M tömegű deszka súrlódásmentesen mozoghat vízszintes síkon, rajta pedig egy m tömegű, R sugarú henger tud gördülni csúszásmentesen. A deszka D rugóállandójú rugóval függőleges falhoz kapcsolódik. Határozzuk meg a rendszer kis rezgéseinek sajátfrekvenciáit!



H2. Egy pontszerű részecskére az $\boldsymbol{F} = -\alpha m \boldsymbol{r}$ erőtörvénnyel megadható erőtér hat, ahol α pozitív állandó, m a részecske tömege, $\boldsymbol{r}$ pedig a részecske helyvektora. Adjuk meg a részecske pályáját, ha a kezdeti időpillanatban a részecske helyvektora $\boldsymbol{r} = r_0\boldsymbol{i}$, sebességvektora $\boldsymbol{v} = v_0\boldsymbol{j}$, ahol $\boldsymbol{i}$ és $\boldsymbol{j}$ rendre az x és y irányú egységvektorokat jelölik.

H3. Egy m tömegű, pontszerű test a $V(r) = k\ln(r/r_0)$ centrális potenciálban mozog.

a) Mekkora sugarú körpályák lehetnek stabilak ebben az erőtérben?

b) Adjuk meg a (stabil) r_c sugarú körpálya körüli radiális irányú kis rezgések ω körfrekvenciáját a k paraméter és a körpálya sugarának segítségével! Záródik-e a pálya?

H4. Egy pontszerű, m tömegű test olyan centrális erőtérben mozog, melyet az

$$F(r) = -\frac{K}{r^2}\mathrm{e}^{-r/a}$$

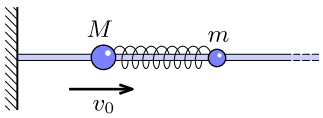
alakú, vonzó jellegű *erőtörvény* ír le, ahol K és a pozitív konstansok.

a) Milyen r_c sugarú körpályák lehetnek stabilak ebben az erőtérben?

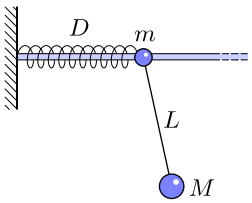
b) Adjuk meg a (stabil) r_c sugarú körpálya körüli kis rezgések ω körfrekvenciáját!

c) Mutassuk meg, hogy a körpálya r_c sugarától mért kitérésben lineárisnak tekintett erőtörvény mellett létezhet zárt pálya! Adjuk meg azt az r_c pályasugarat, amelyre két teljes körbefordulás alatt a test pontosan egy periódusnyi rezgést végez sugárirányban!

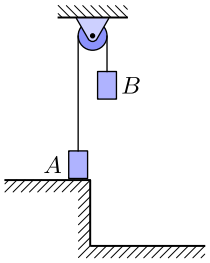
H5. Egy egyenes, hosszú, vízszintes rúdra m és M tömegű gyöngyök vannak felfűzve. A gyöngyöket D rugóállandójú húzó-nyomó rugó köti össze. A kezdetben álló rendszert az M tömegű gyöngynek adott v_0 kezdeti sebességgel elindítjuk. Írjuk le a mozgást!



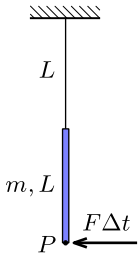
H6. Egy m tömegű, kicsiny gyöngyöt súrlódásmentes, vízszintes rúdra fűztünk fel, majd egy D rugóállandójú rugóval a függőleges falhoz erősítettük. Ehhez a testhez egy L hosszúságú fonál segítségével egy másik pontszerű, M tömegű gyöngyöt rögzítettünk. Határozzuk meg a rendszer kis rezgéseinek sajátfrekvenciáit és normálmódusait!



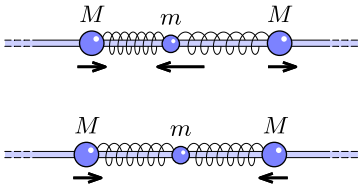
H7. Két azonos tömegű testet egy elhanyagolható tömegű állócsigán átvetett rugalmas gumiszál köt össze. A testeket az *ábrán* látható helyzetben tartjuk (ekkor a gumiszál éppen nyújtatlan, majd a testeket kezdősebesség nélkül elengedjük. Az A test az indítás után t_0 idővel válik el az asztaltól. Adjuk meg a két test sebességét az idő függvényében!

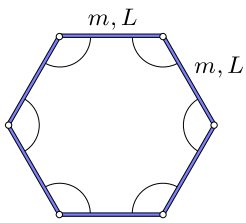


H8. Egy m tömegű, L hosszúságú homogén rúd az *ábrán* látható módon van felfüggesztve egy L hosszú fonálra. A rúd alsó végét egy kicsiny $F\Delta t$ erőlökés éri. Írjuk le a rúd legalsó P pontjának mozgását!



H9. Modellezzük a CO_2-molekulát három golyóval, melyeket egyforma, D rugóállandójú rugók kötnek össze. A golyók (melyek tömegének aránya $m/M = 3/4$) súrlódásmentesen mozoghatnak egy vízszintes rúdon. Ez a rendszer az *ábrán* látható módokon rezeghet. Határozzuk meg a kétféle rezgés sajátfrekvenciájának arányát!



H10. Hat darab egyforma, m tömegű és L hosszúságú rúdból szabályos hatszöget állítunk össze. A rudakat a végüknél csuklókkal látjuk el, a szomszédos rudak közé pedig D^* torziós rugóállandójú spirálrugót szerelünk (a rugók által kifejtett forgatónyomaték $D^*\Delta\varphi$ alakban írható fel, ahol $\Delta\varphi$ két szomszédos rúd közötti szög eltérése az egyensúlyi $2\pi/3$ értéktől). A hatszöget súrlódásmentes asztallapra helyezzük.

Hány szabadsági fokú a rendszer? Hány rezgési módus lehetséges? Határozzuk meg az összes módus sajátfrekvenciáját és vázoljuk a módusokban a rudak kitérését!