

**A4.) feladat**

Egy „ $m$ ” tömegű pont az „ $x$ ” tengely mentén mozoghat. A tömegpontra csak egy  $F_{CS}$  csillapító erő hat. A tömegpont az origóból ( $x=0$ ) „ $v_0$ ” kezdeti sebességgel ( $t=0$ ) indul.

- Legyen  $F_{CS} = -k\dot{x}$ . Írja fel a pont  $x(t)$ -re vonatkozó mozgásegyenletét!
- Írja át a mozgásegyenletet úgy, hogy az a „ $v(t)$ ” sebességre vonatkozzon!
- A megadott kezdeti feltételek mellett határozza meg a  $v(t)$  függvényt és rajzolja fel!
- A  $v(t)$  ismeretében határozza meg az  $x(t)$  függvényt s rajzolja fel!
- Mikor áll meg a tömegpont és mekkora utat tett meg a megállásig?

**A5.) feladat**

Egy „ $m$ ” tömegű pont az „ $x$ ” tengely mentén mozoghat. A tömegpontra csak egy  $F_{CS}$  csillapítási erő hat. A tömegpont az origóból ( $x=0$ ) „ $v_0$ ” kezdeti sebességgel ( $t=0$ ) indul.

- Legyen  $F_{CS} = -(k\dot{x})^2$ . Írja fel a pont  $x(t)$ -re vonatkozó mozgásegyenletét!
- Írja át a mozgásegyenletet úgy, hogy az a „ $v(t)$ ” sebességre vonatkozzon!
- A megadott kezdeti feltételek mellett határozza meg a  $v(t)$  függvényt és rajzolja fel!
- A  $v(t)$  ismeretében határozza meg az  $x(t)$  függvényt s rajzolja fel!
- Mikor áll meg a tömegpont és mekkora utat tett meg a megállásig?

**A6.) feladat**

Egy „ $m$ ” tömegű pont az „ $x$ ” tengely mentén mozoghat. A **tömegpontot** az origóhoz egy (zérus nyugalmi hosszúságú) „ $D$ ” paraméterű rugó köti. A sebességgel arányos csillapítási tényező „ $k$ ”. A „ $k$ ” értéke  $k = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{4mD}$ . A szokásos módon vezessük be a „ $2\alpha = k/m$ ” jelölést! A tömegpontot a mozgás indulásakor ( $t=0$ ) „ $+x_0$ ” távolságra kitérítjük az egyensúlyi helyzetéből azaz  $x(0) = +x_0$ . Ezután  $v_0 = -2\alpha x_0$  kezdősebességgel elindítjuk.

- Írja fel a tömegpont mozgásegyenletét a megadott „ $k$ ” érték esetén!
- Írja fel az oszcillátor mozgásegyenletét úgy, hogy benne az „ $\ddot{x}$ ” együttthatója egységnyi legyen és használja az „ $\alpha$ ” szimbólumot!
- Határozza meg a mozgásegyenlet általános megoldását!
- Határozza meg az  $x_0$  és a  $v_0$  kezdeti feltételeket kielégítő  $x(t)$ -függvényt!

**EXTRA:**

- Határozza meg, az  $x(t_0)$  értéket, ha  $v(t_0)=0$  és  $t_0$  véges érték!
- Rajzolja fel az így kapott  $x(t)$  függvényt!

## MECHANIKA 1

## B) HF 02.

**B3.) feladat**

Egy „ $m$ ” tömegű pont az „ $x$ ” tengely mentén mozoghat. A pontot az origóhoz egy (zérus nyugalmi hosszúságú) „ $D$ ” paraméterű rugó köti. A sebességgel arányos csillapítási tényező „ $k$ ”. (Csillapított oszcillátor.) Legyen  $k = \sqrt{4mD}$ . Jelölje  $\omega_0 = \sqrt{D/m}$ ! A tömegpont kezdetben nyugalomban van. Az oszcillátorra ható gerjesztő erő legyen

$$F(t) = m \cdot f_0 \cdot \Theta(t) \cdot \exp\{-\omega_0 t\} \cdot \sin\{\omega_0 t\}$$

Ahol  $\Theta(t)$  a  $(t=0)$ -nál fellépő „egységugrás függvény”

- Rajzolja fel az  $F(t)$  erőfüggvényt!
  - Írja fel az oszcillátor mozgásegyenletét úgy, hogy benne az „ $\ddot{x}$ ” együtthatója egységnyi legyen és az „ $\omega_0$ ” -n kívül csak az  $f_0$  erőparaméter szerepeljen benne!
  - Határozza meg a homogén egyenlet „ $x_H(t)$ ” általános megoldását!
  - Határozza meg az inhomogén egyenlet „ $x_{IH}(t)$ ” egy (partikuláris) megoldását!
- (Itt célszerű komplex függvényekre áttérni úgy, hogy a képzetes rész adja az  $x_{IH}(t)$  fizikai megoldást!)
- Határozza meg a kezdeti feltételeknek eleget tevő  $x(t)$  mozgás függvényét!
  - Vácsolja fel (kvalitatíve helyesen) az  $x(t)$ -t!
  - (EXTRA!) Számítógéppel rajzolja fel az  $x(t)$  függvényt!

**B4.) feladat**

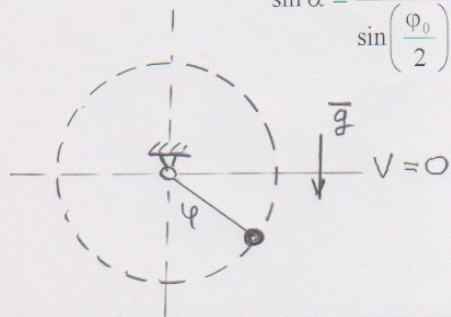
Függőleges síkban egy matematikai inga szabadon mozoghat. Az inga merev szárának a hossza „ $R$ ”, a szár végén „ $m$ ” tömegű pontszerű test van. Az inga szára a függőleges iránnyal „ $\varphi$ ” szöget zár be. Az inga pillanatnyi helyzetét ez a „ $\varphi(t)$ ” szög adja meg. Legyen a potenciális energia akkor zérus, ha az inga vízszintes helyzetben van (pl:  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ )! (Lásd a mellékelt ábra!)

- Adja meg azokat az „ $E$ ” (össz)energia tartományokat, amikor az inga lengő, illetve forgó mozgást végez. Mekkora az az  $E_0$  energia, amely ezt a két energia tartományt elválasztja egymástól?
- Vácsoljon fel az inga mozgását jellemző egy-egy  $\dot{\varphi} - \varphi$  „fázisgörbét”, amikor az inga „ $E$ ” (össz)energiája  $E = E_0$ ,  $E < E_0$  és  $E > E_0$ !
- Az „ $E$ ” összenergia és a  $V(\varphi)$  potenciális energiafüggvény ismeretében írja fel a „ $T$ ” periódusidőt meghatározó integrált!
- A megadott  $\varphi \rightarrow \alpha$  transzformációval alakítsa át a „ $T$ ” periódusidőt meghatározó integrált úgy, hogy megjelenjen benne az ún „elsőfajú, teljes elliptikus integrál”! (Lásd a mellékelt ábra!)
- Határozza meg a  $T$  lengésidőt, ha  $E = E_0$ !
- Határozza meg a  $T$  periódus időt, ha  $E = 2E_0$ !

B4.)

A  $\varphi \rightarrow \alpha$  transzformáció:

$$\sin \alpha = \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)}$$



B4.)

Elsőfajú, teljes elliptikus integrál:

$$F(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}}$$

Ahol  $0 \leq k \leq 1$ 

Az  $F(k)$  értéke (különböző „ $k$ ”-kra) matematikai táblázatokban megtalálható. Gyakran  $k = \sin \psi$  paraméterezést használjuk, ahol  $0 \leq \psi \leq 90^\circ$

B4.) Elsőfajú, teljes elliptikus integrál táblázat  $F(k)$  :c) Teljes elliptikus integrálok ( $k = \sin \alpha$ )

| $\alpha^\circ$ | K      | E      | $\alpha^\circ$ | K      | E      | $\alpha^\circ$ | K        | E      |
|----------------|--------|--------|----------------|--------|--------|----------------|----------|--------|
| 0              | 1,5708 | 1,5708 | 30             | 1,6858 | 1,4675 | 60             | 2,1565   | 1,2111 |
| 1              | 1,5709 | 1,5707 | 31             | 1,6941 | 1,4608 | 61             | 2,1842   | 1,2015 |
| 2              | 1,5713 | 1,5703 | 32             | 1,7028 | 1,4539 | 62             | 2,2132   | 1,1920 |
| 3              | 1,5719 | 1,5697 | 33             | 1,7119 | 1,4469 | 63             | 2,2435   | 1,1826 |
| 4              | 1,5727 | 1,5689 | 34             | 1,7214 | 1,4397 | 64             | 2,2754   | 1,1732 |
| 5              | 1,5738 | 1,5678 | 35             | 1,7312 | 1,4323 | 65             | 2,3088   | 1,1638 |
| 6              | 1,5751 | 1,5665 | 36             | 1,7415 | 1,4248 | 66             | 2,3439   | 1,1545 |
| 7              | 1,5767 | 1,5649 | 37             | 1,7522 | 1,4171 | 67             | 2,3809   | 1,1453 |
| 8              | 1,5785 | 1,5632 | 38             | 1,7633 | 1,4092 | 68             | 2,4198   | 1,1362 |
| 9              | 1,5805 | 1,5611 | 39             | 1,7748 | 1,4013 | 69             | 2,4610   | 1,1272 |
| 10             | 1,5828 | 1,5589 | 40             | 1,7868 | 1,3931 | 70             | 2,5046   | 1,1184 |
| 11             | 1,5854 | 1,5564 | 41             | 1,7992 | 1,3849 | 71             | 2,5507   | 1,1096 |
| 12             | 1,5882 | 1,5537 | 42             | 1,8122 | 1,3765 | 72             | 2,5998   | 1,1011 |
| 13             | 1,5913 | 1,5507 | 43             | 1,8256 | 1,3680 | 73             | 2,6521   | 1,0927 |
| 14             | 1,5946 | 1,5476 | 44             | 1,8396 | 1,3594 | 74             | 2,7081   | 1,0844 |
| 15             | 1,5981 | 1,5442 | 45             | 1,8541 | 1,3506 | 75             | 2,7681   | 1,0764 |
| 16             | 1,6020 | 1,5405 | 46             | 1,8691 | 1,3418 | 76             | 2,8327   | 1,0686 |
| 17             | 1,6061 | 1,5367 | 47             | 1,8848 | 1,3329 | 77             | 2,9026   | 1,0611 |
| 18             | 1,6105 | 1,5326 | 48             | 1,9011 | 1,3238 | 78             | 2,9786   | 1,0538 |
| 19             | 1,6151 | 1,5283 | 49             | 1,9180 | 1,3147 | 79             | 3,0617   | 1,0468 |
| 20             | 1,6200 | 1,5238 | 50             | 1,9356 | 1,3055 | 80             | 3,1534   | 1,0401 |
| 21             | 1,6252 | 1,5191 | 51             | 1,9539 | 1,2963 | 81             | 3,2553   | 1,0338 |
| 22             | 1,6307 | 1,5141 | 52             | 1,9729 | 1,2870 | 82             | 3,3699   | 1,0278 |
| 23             | 1,6365 | 1,5090 | 53             | 1,9927 | 1,2776 | 83             | 3,5004   | 1,0223 |
| 24             | 1,6426 | 1,5037 | 54             | 2,0133 | 1,2681 | 84             | 3,6519   | 1,0172 |
| 25             | 1,6490 | 1,4981 | 55             | 2,0347 | 1,2587 | 85             | 3,8317   | 1,0127 |
| 26             | 1,6557 | 1,4924 | 56             | 2,0571 | 1,2492 | 86             | 4,0528   | 1,0086 |
| 27             | 1,6627 | 1,4864 | 57             | 2,0804 | 1,2397 | 87             | 4,3387   | 1,0053 |
| 28             | 1,6701 | 1,4803 | 58             | 2,1047 | 1,2301 | 88             | 4,7427   | 1,0026 |
| 29             | 1,6777 | 1,4740 | 59             | 2,1300 | 1,2206 | 89             | 4,4349   | 1,0008 |
| 30             | 1,6858 | 1,4675 | 60             | 2,1565 | 1,2111 | 90             | $\infty$ | 1,0000 |

**C2.) feladat**

Egy „ $m$ ” tömegű pont az „ $x$ ” tengely mentén mozoghat. A pontot az origóhoz egy (zérus nyugalmi hosszúságú) „ $D$ ” paraméterű rugó köti. A sebességgel arányos csillapítási tényező „ $k$ ” (csillapított oszcillátor). A tömegpont kezdetben az origóban nyugalomban van. Az oszcillátorra ható gerjesztő erő legyen

$$F(t) = F_0 \cdot \Theta(t) \cdot (t / \tau)$$

Határozza meg és rajzolja fel az  $x(t)$  függvényt

- a.) alulcsillapítás,
  - b.) túlcsillapítás, és
  - c.) határcsillapítás esetén!
  
  - d.) Alulcsillapított esetben a pont a „ $-x_0$ ” helyről „ $-v_0$ ” kezdeti sebességgel indul.  
Határozza meg és rajzolja fel az  $x(t)$  függvényt!
-