

Kísérleti Fizika Gyakorlat 1
2. feladatsor
2015. szeptember 21-re

A feladatokat a hallgatók oldják meg a táblánál!

4. a) Határozzuk meg az alábbi határozatlan integrálokat!

$$\int (4x^3 + x^2 + 2x + 1) dx$$

$$\int v_0 \cos(\omega t + \phi) dt$$

$$\int e^{-x^2 - 4x + 2} (x + 2) dx$$

$$\int \operatorname{tg}(x) dx$$

b) Határozzuk meg az alábbi határozott integrálokat!

$$\int_0^3 (2x^2 + 4x + 3) dx$$

$$\int_0^{\ln 2} \operatorname{th} x dx$$

$$\int_0^t v_0 e^{-\lambda t'} dt'$$

5. Tekintsük az $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$ függvényt! Ez éppen egy R sugarú félkör.

a) Forgassuk meg a függvényt az x tengely körül. Határozzuk meg integrálással a $-R < x < R$ tartományon létrejövő forgástest térfogatát!

b) Vezessük le az $f(x)$ függvénygörbe alatti területet a $[-R, R]$ intervallumon! Használjunk egy $R \sin(\varphi) = x$ helyettesítést!

c) Valamely $f(x)$ függvény görbéjének hosszát az $[a, b]$ intervallumon az $\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$ integrállal tudjuk meghatározni. (Miért?) Határozzuk meg az $f(x)$ függvény görbéjének hosszát a $[-R, R]$ intervallumon!

d) Forgassuk meg a függvényt az x tengely körül! Határozzuk meg integrálással a $-R < x < R$ tartományon létrejövő forgástest felszínét!

6. Tekintsük a $[-2; 2]$ intervallumon értelmezett $f(x) = \frac{x}{2}$ függvényt és a segítségével definiált I_n integrált:

$$I_n = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 f(x) \sin\left(\frac{\pi}{2} nx\right) dx,$$

ahol n pozitív egész, azaz $n = 1, 2, 3, \dots$ Vázzuk fel az $f(x)$ függvényt! Parciális integrálás segítségével határozzuk meg I_n értékét tetszőleges n -re! *Szorgalmi:* számítógép segítségével ábrázoljuk közös grafikonban az $f(x)$ és a $\sum_{n=1}^m I_n \sin\left(\frac{\pi}{2} nx\right)$ függvényeket $m = 1, 2, \dots, 6, \dots$ értékekre. Mit tapasztalunk?