Fizika 1i, 2018 őszi félév, 1. gyakorlat

Szükséges előismeretek: vektorok, műveletek vektorokkal (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás, skaláris szorzat és vektoriális szorzat, abszolút érték), vektorok reprezentációja koordináta-rendszerekben (komponensek), műveletek reprezentációkkal; trigonometrikus függvények, azonosságok; függvény ábrázolása, transzformációja; határérték;

Jelölések

vektor (irányított szakasz): $\vec{\boldsymbol{r}}$
vektor reprezentációja (komponensek): $\boldsymbol{r}$
vektor hossza (nagysága): $|\vec{\boldsymbol{r}}|$
irányvektor, normálvektor (ezek egységvektorok): $\vec{\boldsymbol{e}}, \vec{\boldsymbol{n}}$

Vektorok és vektorműveletek

1. Adjuk meg az ABC háromszög súlypontjába mutató vektort, ha a háromszög csúcsainak helyvektora rendre $\vec{\boldsymbol{r}}_A$, $\vec{\boldsymbol{r}}_B$ és $\vec{\boldsymbol{r}}_C$!

2. Egy egyenes karó a sík talajból merőlegesen áll ki. A karó talppontjából a legfelső pontjába mutató vektor $\vec{\boldsymbol{r}}$. Kizárólag vektorok és vektorműveletek felhasználásával adjuk meg a karó árnyékának hosszát, ha a napsugarak az $\vec{\boldsymbol{e}}$ irányvektor irányában haladnak!

3. Az $\vec{\boldsymbol{r}}$ vektort az $\vec{\boldsymbol{n}}$ normálvektorú síkra tükrözzük. Írjuk fel az $\vec{\boldsymbol{r}}$ vektor tükörképét kizárólag vektorok és vektorműveletek felhasználásával!

4. Az $\vec{\boldsymbol{r}}$ vektort az $\vec{\boldsymbol{e}}$ irányvektor irányában kétszeresére nyújtunk. Írjuk fel a megnyúlt vektort!

5. Adjuk meg a következő görbék és felületek egyenletét kizárólag vektorok és vektorműveletek felhasználásával (komponensek használata nélkül)!

a) $\vec{\boldsymbol{e}}$ irányvektorú egyenes, amely áthalad az $\vec{\boldsymbol{r}}_P$ helyvektorú P ponton;

b) $\vec{\boldsymbol{n}}$ normálvektorú sík, amely áthalad az $\vec{\boldsymbol{r}}_P$ helyvektorú P ponton;

c) $\vec{\boldsymbol{r}}_C$ középpontú, R sugarú gömb;

d) $\vec{\boldsymbol{r}}_C$ középpontú, R sugarú kör, amely az $\vec{\boldsymbol{n}}$ normálvektorú síkban fekszik.

6. Egy háromszög A, B és C csúcsainak helyvektorai rendre $\vec{\boldsymbol{r}}_A$, $\vec{\boldsymbol{r}}_B$ és $\vec{\boldsymbol{r}}_C$. Írjuk fel a háromszög területét kizárólag vektorok és vektorműveletek felhasználásával!

7. Az $\vec{\boldsymbol{r}}$ vektort az $\vec{\boldsymbol{e}}$ irányvektor körül (a jobbkézszabálynak megfelelően) 90°-kal elforgatunk. Írjuk fel az elforgatott vektort, ha

a) $\vec{\boldsymbol{r}}$ és $\vec{\boldsymbol{e}}$ *merőlegesek* egymásra;

b) $\vec{\boldsymbol{r}}$ és $\vec{\boldsymbol{e}}$ *nem merőlegesek* egymásra.

Vektorok reprezentációja

8. Egy kiránduló először 10 km-t tesz meg ÉK-i irányban, majd É-i irányban 5 km-t, végül 20 km-t ÉNy-i irányban. Mekkora távolságra került a kiránduló a kiindulási helyétől? Adjuk meg a teljes elmozdulás(vektor) irányát!

9. Egy derékszögű koordináta-rendszerben fekvő háromszög csúcsainak helyvektorát az $\boldsymbol{r}_A = (4, 2)$, $\boldsymbol{r}_B = (12, 4)$ és $\boldsymbol{r}_C = (5, 12)$ számkettesek reprezentálják. Adjuk meg a háromszög súlypontjának koordinátáit!

10. Mekkora szöget zárnak be az $\boldsymbol{a} = (5, 4, 2)$ és a $\boldsymbol{b} = (2, 6, -4)$ számhármasokkal reprezentált vektorok?

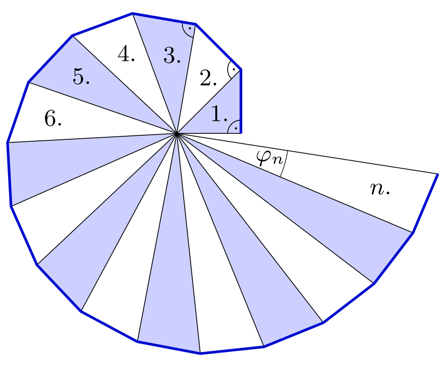
11. Adjuk meg az $\boldsymbol{a} = (1, 1, 4)$ és $\boldsymbol{b} = (2, 3, 1)$ komponensű vektorok vektoriális szorzatának reprezentációját!

12. Egy síkban vannak-e az $\boldsymbol{a} = (1, 1, 4)$, $\boldsymbol{b} = (2, 3, 1)$ és $\boldsymbol{c} = (4, 7, -5)$ számhármasokkal reprezentált vektorok?

13. Egy $\vec{\boldsymbol{r}}$ vektor komponensei a K koordinátarendszerben x és y. Adjuk meg az $\vec{\boldsymbol{r}}$ vektor x' és y' komponenseit egy olyan K' koordinátarendszerben, amely a K-hoz képest α szögben (az óramutató járásával ellenkező irányban) el van forgatva!

Trigonometria, azonosságok

14. Az alábbi *ábrán* egy ún. Theodorus-spirál látható, amely derékszögű háromszögekből épül fel. Az első háromszög egyenlőszárú, és mindegyik háromszög átfogója egyben a következő hosszabbik befogója, míg a rövidebb befogó mindig egységnyi. Mekkora az n. háromszög legkisebb φ_n szöge?



15. Trigonometriai számításokkal határozzuk meg egy szabályos háromszög, illetve egy szabályos tetraéder magasságát!

16. Fejezze ki a következő függvényeket $\sin x$-szel és $\cos x$-szel!

a) $\sin(x/2)$,

b) $\cos(x/2)$,

c) $\sin(3x)$,

d) $\cos(3x)$;

Függvények ábrázolása, függvénytranszformációk, határérték

17. Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben a következő függvényeket:

a) $y = \cos x$,

b) $y = \cos 2x$,

c) $y = \cos(2x - \pi)$,

d) $y = 3\cos(2x - \pi)$,

e) $y = 2 - 3\cos(2x - \pi)$;

18. Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben a következő függvényeket:

a) $y = x^2$,

b) $y = 2x^2$,

c) $y = 2(x + 3)^2$,

d) $y = 2\left(\frac{x}{2} + 3\right)^2$;

19. Határozzuk meg a következő határértékeket:

a) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$,

b) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\sin(x + \Delta x) - \sin x}{\Delta x}$;

(Használjunk addíciós tételt és alkalmazzunk közelítéseket!)