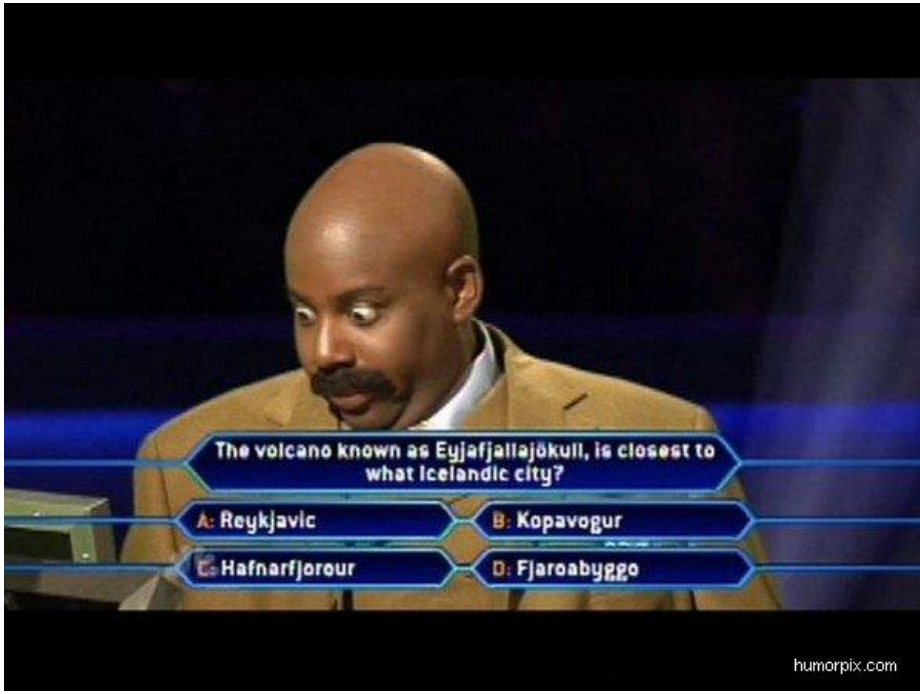
Fizika alapismeretek

2023

Kornis János
Fizika Tanszék

Általános tudnivalók

1 óra előadás + 1 óra számolási gyakorlat
névsor minden órán
előadáson: 50 % jelenlét követelmény
gyakorlaton: 70 % jelenlét követelmény



Félévközi jegy: két nagy zh. 40% + jelenléti követelmények

számonkérések

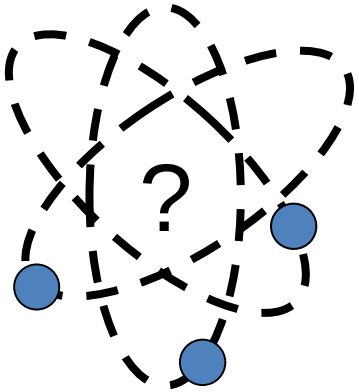
2 nagy zh. (100 pont)

pót zh, pót-pót zh

Kedvezmények:
- Felmérő az első héten
- 70%-os eredmény > teljesített tárgy
- plusz pontok előadáson és gyakorlaton

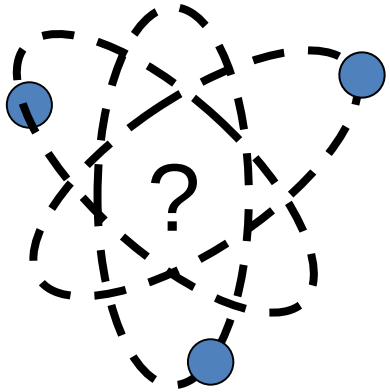
Nézzük a TAD-ot!

Miért éppen fizika



Fizikai kutatások		***Alkalmazások***
Számítógépes hálózat	→	Internet (www.)
Tranzisztor	→	Félvezető elektronika
Kvantumszámítógép	→	Nagy számolási sebesség RSA kód feltörése, stb.
GPS (atomóra, rel. elm.)	→	Helymeghatározás
CT (NMR)	→	Gyógyászat
Holográfia	→	3D képalkotás, 3D TV bankkártya, stb.
Nanofizika	→	Láthatatlan repülőgép Öntisztuló ruha "Öngyógyuló" számítógép

Miért éppen fizika



Mert érdekes !!!

Mire jó a fizika?

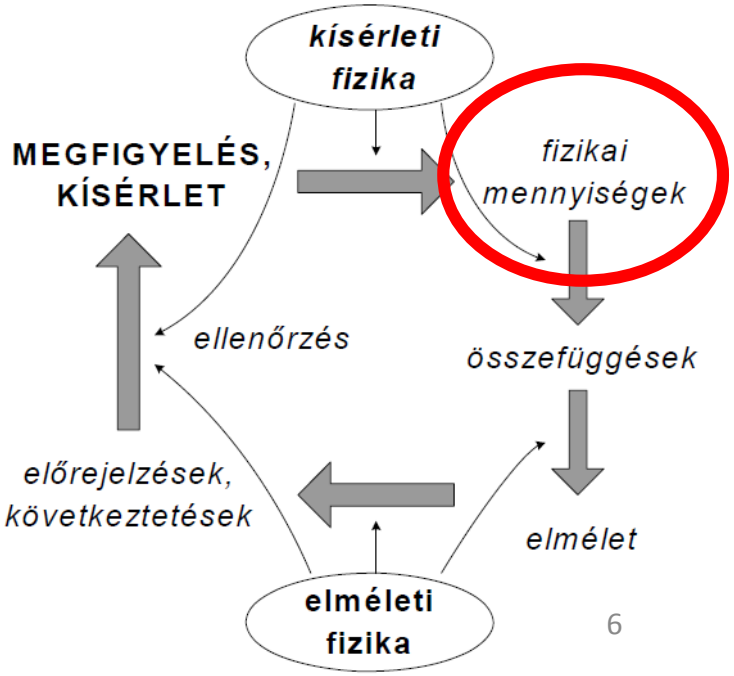
- Módszert és analógiákat mutat problémák megoldásához

- Megmutatja az összefüggéseket

A fizika természeti jelenségekkel foglalkozik, a természettudomány egyik ága.

Cél:
a természeti jelenségek tanulmányozása, objektív törvények megismerése, ezek érvényességi határainak vizsgálata, és a törvények gyakorlati alkalmazása

- A megismerés módszere
  - 1. lépés: adatgyűjtés/megfigyelés - hogyan?
  - 2. lépés: analízis/modellalkotás – mi a közös?
  - 3. lépés: elmélet/axiómák - miért?
  - 4. lépés: kísérletek – igaz?



A fizika a jelenségek megértése és leírása érdekében *modellekkel* dolgozik.

(Nem a vizsgált objektumot vagy jelenséget próbálja a maga teljességében leírni, hanem egyszerűsítéseket használ, elhanyagolja a jelenség lényegének megértéséhez nem okvetlenül szükséges részleteket, és az így kapott modell-objektumot, vagy modell-jelenséget vizsgálja.)

A modell akkor jó, ha a belőle kapott eredményeket a tapasztalat igazolja (*ellenőrzés*).

Fontos segédeszköz a *matematika*, amelynek segítségével a mennyiségek között számszerű összefüggések írhatók fel: a *törvények kvantitatívvá tehetők*.

Használt mennyiségek típusai:
– *skaláris-* (csak nagyság: pl. tömeg, hőmérséklet, töltés)
– *vektoriális* (irány *is*: pl. elmozdulás, sebesség, erő).

Számunkra szükséges matematikai alapok: a skalár- és vektormennyiségekkel végzett műveletek, vagyis a *vektorszámítás-,* továbbá a *differenciál- és integrálszámítás alapjai*.

Fizikai mennyiség ={mérőszám} {mértékegység}

Sebesség = 5 m/s

- dimenzió: [L/T]

A fizikai mennyiség ***dimenziója*** (jellege):

hosszúság – L
tömeg – M
idő – T

"Egy egyenletben szerepő minden tag dimenziójának azonosnak kell lennie."

Milyen a jó mértékegység?

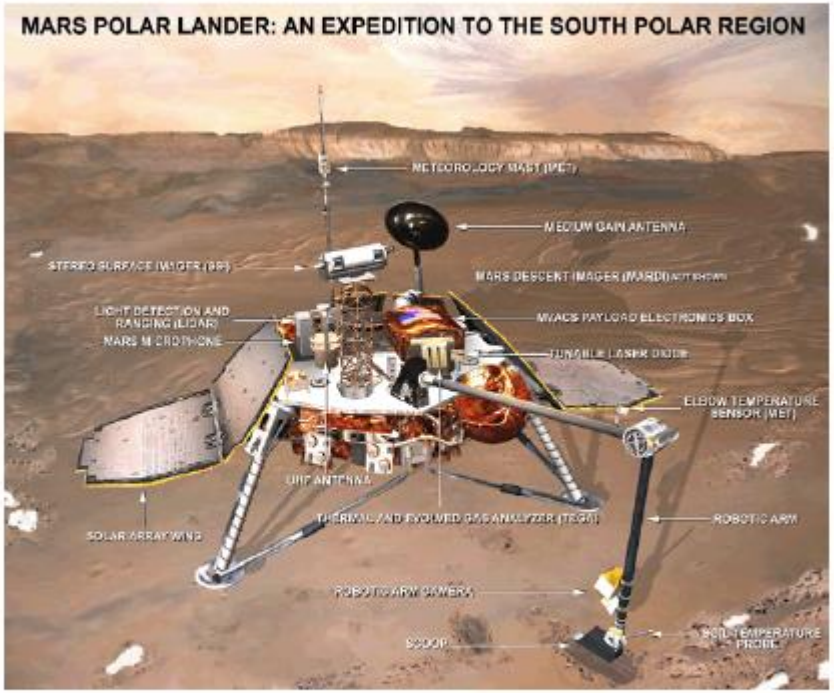
Elvileg a fizikai mennyiségekhez tetszőleges mértékegységet hozzárendelhetünk.

- Azonban a mértékegységeket célszerű úgy megválasztani, hogy segítségükkel a mindennapi élet tapasztalatai egyszerűen kifejezhetők legyenek.
- Továbbá az egységet időtálló módon rögzíteni a mértékegységeket lehetőleg természeti állandókra vagy jól reprodukálható jelenségekre kell alapítani, és a lehető legnagyobb körben egyezményesen elfogadtatni.

Mértékrendszerek

- 1799. június 22. az első tízes alapú mértékrendszer (Decimal Metric System); az első platina méter és kilogram etalonok elhelyezése a párizsi Archives de la République-ban.
- 1832. Gauss megalkotja az ***első koherens mértékrendszer***t, melyben a kg-hoz és a m-hez hozzáveszi a csillagászatból vett másodpercet. Gauss meghatározza a Föld mágneses terének erősségét a milliméter, gramm and másodperc egységek segítségével.
- 1860-as évek Maxwell és Thomson javasolja, hogy a koherens mértékrendszer álljon ***alap és származtatott mértékegységek***ből.
- 1874 bevezetik a ***CGS rendszer***t, mely három mechanikai egységen a centiméteren, a gramon és a másodpercen alapul és a prefixumok közül bevezetik a mikrotól a megáig terjedőket.
- 1875 május 20. ***Méter Konvenció***, feladata az új méter és kilogram etalonok kidolgozása.
- 1889 életbe lép az ***MKS rendszer*** az új méter és kilogram standardokkal és a bevezetésre kerülő csillagászati másodperccel.
- 1901 Giorgi bebizonyítja, hogy a mechanikai mértékegységekhez az ampert, vagy ohmot hozzáváve koherens 4 elemű mértékrendszer alkotható.
- 1921 a Méter Konvenció felülvizsgálata.
- 1939 az ***MKSA rendszer*** bevezetése: a negyedik mértékegység az amper lesz.
- 1954 bevezetésre kerül a ***kelvin és a candela*** , mint a termodinamikai hőmérséklet és a fényerősség egységei.
- 1960 A hat elemű mértékrendszer a ***Système International d'Unités (SI)*** nevet kapja.
- 1971 az anyagmennyiség mértékegységének, a ***mol***nak a bevezetésével teljessé válik a jelenleg is érvényes 7 tagú SI mértékrendszer.

Mars Polar Lander



Spacecraft Dimensions
1.06 meters tall by 3.6 meters wide.
Spacecraft Weight
Total: 576 kg
Propellant: 64 kg
Mission Timeline
1993: Project started
January 3, 1999: Launch
December 3, 1999: **LOST** during landing
Project Cost
$110 million for spacecraft development, $10 million mission operations; total $120 million (not including launch vehicle or Deep Space 2 microprobes).

Root Cause: Failure to use metric units in the coding of a ground software file, "Small Forces," used in trajectory models

Az SI felépítése
(MSz 4900/1…12)

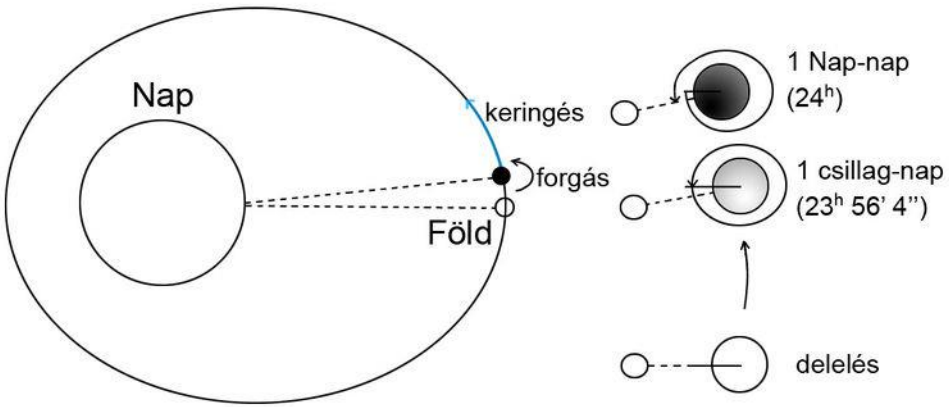
- Alapegységek - 7 db
- Kiegészítő egységek - 2 db
- Leszármaztatott mennyiségek
- Megtűrt egységek [hold, négyszögöl, Å, fényév, pc, …]

A nem (hivatalos) SI egységeket is ismerni kell

T

Hosszúság és időegység

A másodperc: A másodpercet eredetileg az átlagos Nap-nap segítségével lehetett meghatározni, annak 1/86400-ad része.

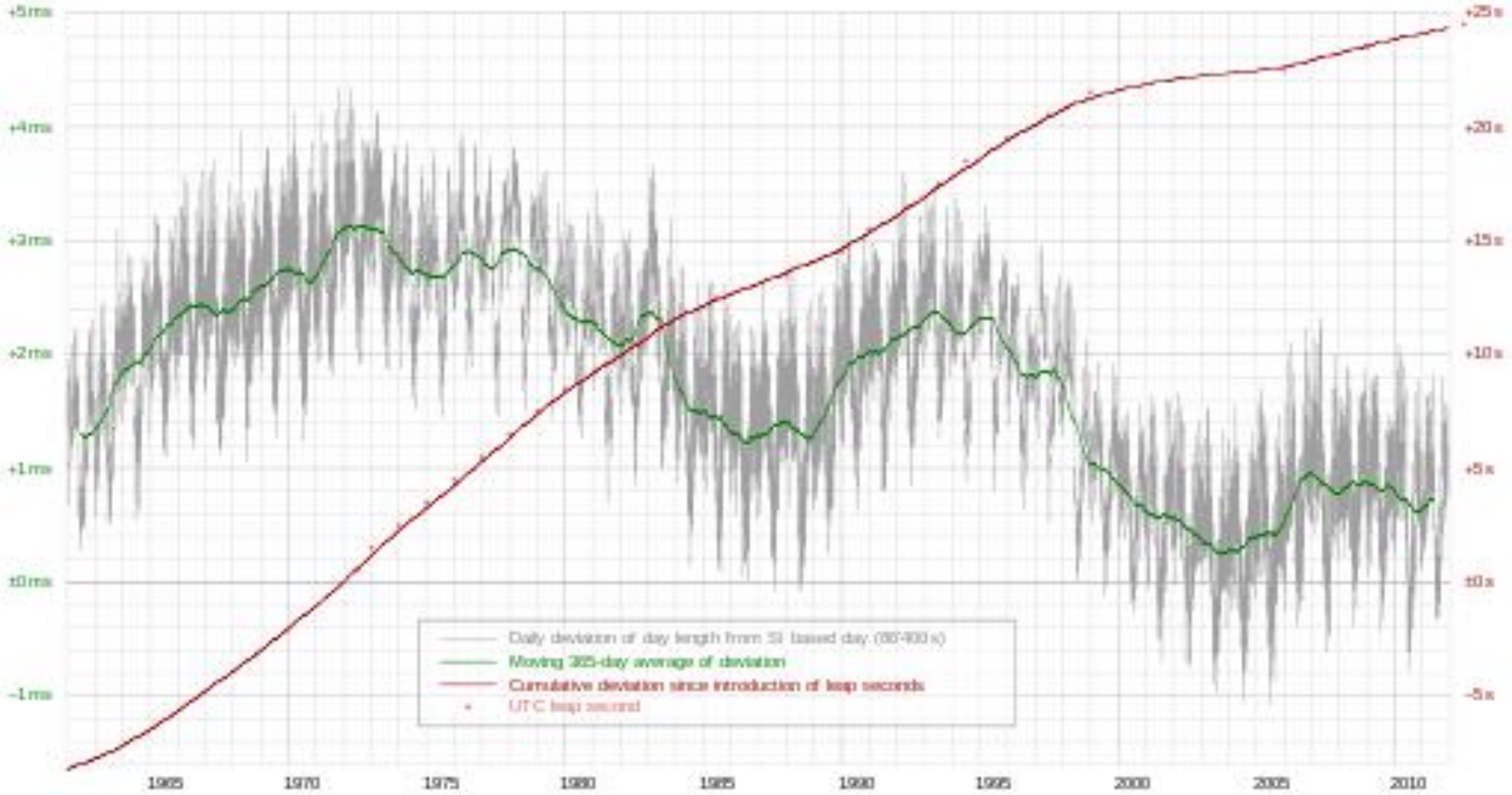


Atomóra: nagy pontosság
1ms / év vagy jobb

A másodperc az alapállapotú cézium-133 atom két hiperfinom energiaszintje közötti átmenetnek megfelelő sugárzás 9192631770 periódusának időtartama.

A méter: 1 méter a Föld kerületének (a Párizson átmenő délkörnek) 1/40000000-od része → ősméter

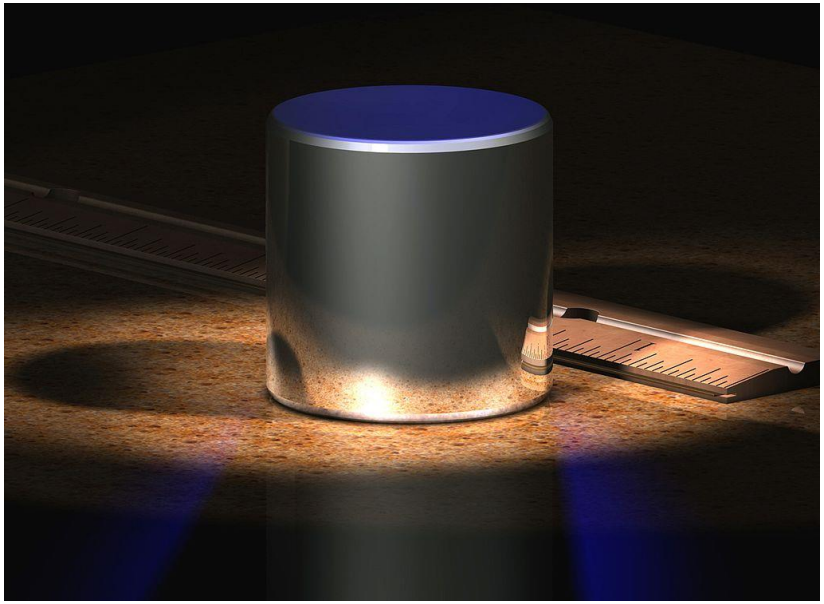
1 méter: Kr^{86} narancssárga spektrumvonalának 1650763.73 - szorosa



Szökőmásodpercek az utóbbi években

A kilogramm

Az első meghatározás (1795) szerint legyen *egy kilogramm annyi víznek a tömege, amely egytized méter élhosszúságú kockába fér a víz fagyáspontján*



A kilogramm etalonja, eredetije a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatalban (BIPM), Sèvres-ben őrzött, 1 kg tömegűnek definiált platina-irídium henger.

A kilogrammot a Planck-állandóhoz kötötték.
A végleges döntés a 26. konferencián, 2018 novemberében született meg, amely során ezt a módszert választották az új definícióként. A méréséhez szükséges kísérleti eszközt a Watt-mérleget, ma már Kibble-mérleg néven említik Bryan Kibble tiszteletére, aki továbbfejlesztette az eszközt.

Az SI felépítése
(MSz 4900/1…12)

- Alapegységek - 7 db
- Kiegészítő egységek - 2 db
- Leszármaztatott mennyiségek
- Megtűrt egységek [hold, négyszögöl, Å, fényév, pc, …]

A nem (hivatalos) SI egységeket is ismerni kell

SI alapegységek			
Név	**Jel**	**Mennyiség**	**Mennyiség jele**
méter	**m**	Hossz	**l**
kilogramm	**kg**	Tömeg	**m**
másodperc	**s**	Idő	**t**
amper	**A**	Elektromos áramerősség	**I**
kelvin	**K**	Abszolút hőmérséklet	**T**
mól	**mol**	Anyagmennyiség	**n**
kandela	**cd**	Fényerősség	-

Kiegészítő egységek: radián és szteradián

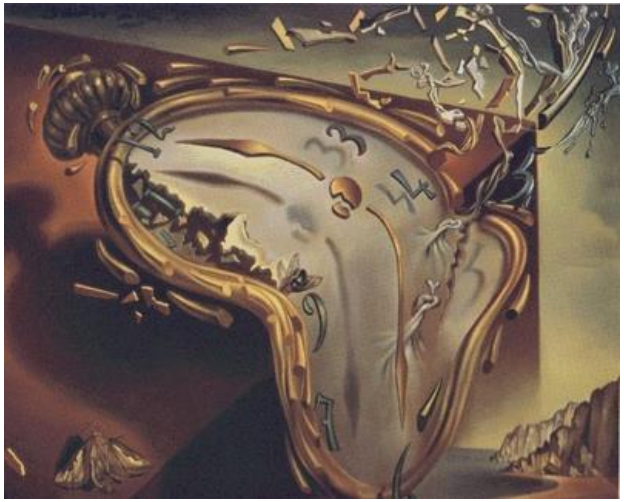
SI-prefixumok			
Előtag	Jele	Szorzó	
		hatvánnyal	számnévvel
yotta-	Y	10^{24}	kvadrillió
zetta-	Z	10^{21}	trilliárd
exa-	E	10^{18}	trillió
peta-	P	10^{15}	billiárd
tera-	T	10^{12}	billió
giga-	G	10^{9}	milliárd
mega-	M	10^{6}	millió
kilo-	k	10^{3}	ezer
—	—	10^{0}	egy
milli-	m	10^{-3}	ezred
mikro-	μ	10^{-6}	milliomod
nano-	n	10^{-9}	milliárdod
piko-	p	10^{-12}	billiomod
femto-	f	10^{-15}	billiárdod
atto-	a	10^{-18}	trilliomod
zepto-	z	10^{-21}	trilliárdod
yokto-	y	10^{-24}	qadrilliomod

Idő

Planck-idő: az idő kvantuma.
Ennél rövidebb időtartam alatt nincs értelme összehasonlítani az Univerzum előző és következő állapotát.

($5{,}391 \cdot 10^{-44}$ másodperc)

Platón Kr. e. 378-ban vízórás ébresztőórát készített, melyben egy tartályból szivárgó víz átbillentett egy rekeszt, melyből ólomgolyók estek egy rézlapra, s a zaj felébresztette tanítványait.

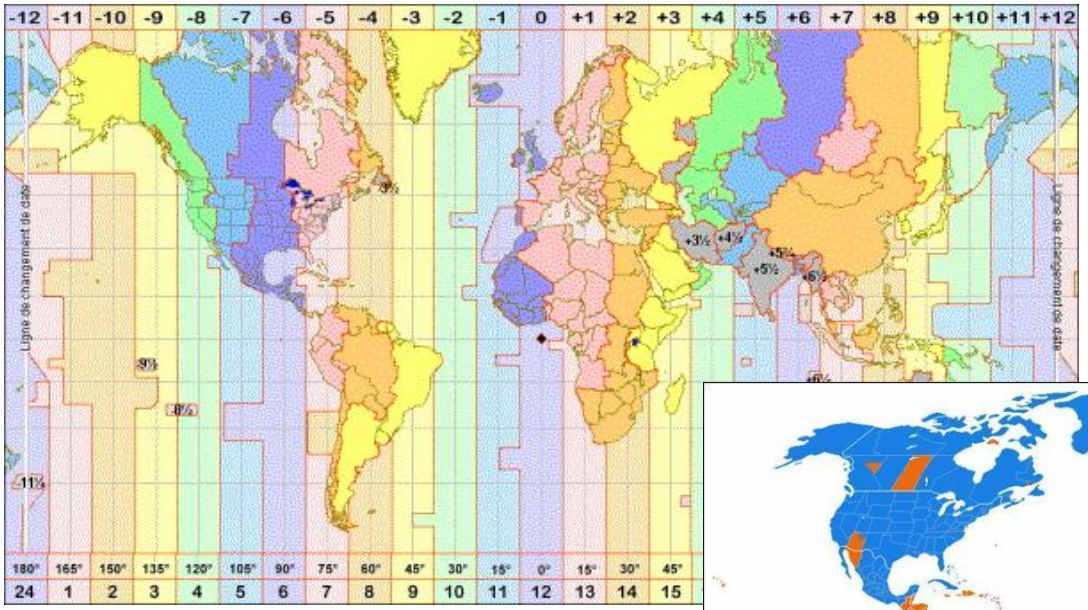


Óra, naptár
Gergely-naptár

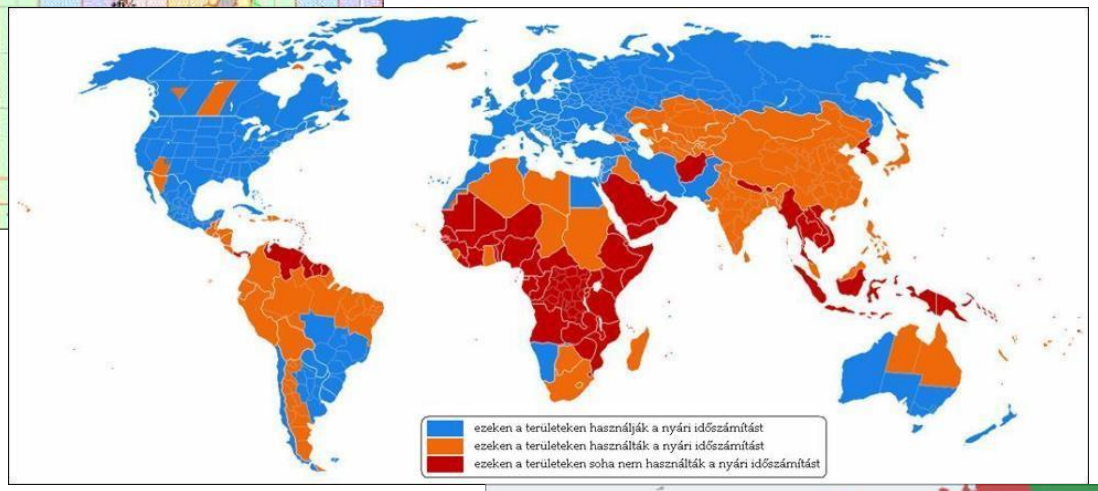
Törölni kell egy napot 4782-ben!

”A puha órák nem mások, mint az idő és a tér paranoia-kritikai érett, különc és magányos camembert-ei.”

Időzónák



UTC: koordinált világidő



A zónaidők a UTC-től általában egész órában térnek el, ritkábban az egészhez képest fél óra, két esetben pedig negyed óra eltérés van.

Elméletileg 24 időzónának kellene lennie, a valóságban azonban 40 van.

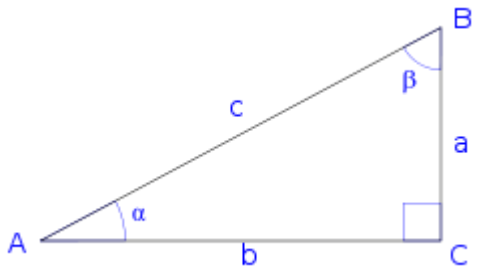
A másodperc számértéke mindenütt azonos.

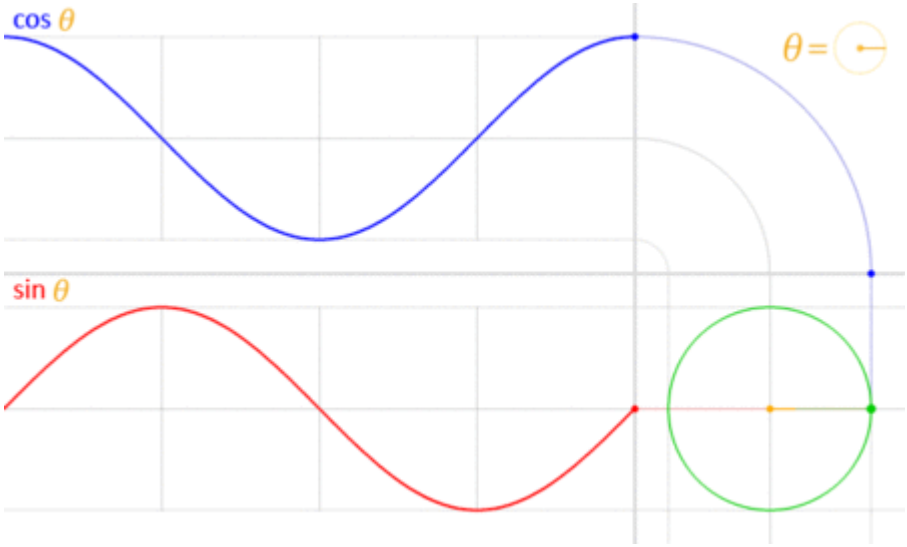
Kínában egyetlen zónaidőt használnak.

Használatos időegységek

Név	Érték	Megjegyzés
Planck-idő	~5,4x10^{-44} másodperc	Elméletileg legkisebb időtartam
atto-másodperc	10^{-18} másodperc	a 2006-ban közvetlenül mért legkisebb időtartam
pico-másodperc	0,000 000 000 001 másodperc	
nano-másodperc	0,000 000 001 másodperc	
micro-másodperc	0,000 001 másodperc	
milli-másodperc	0,001 másodperc	
másodperc	SI alapegység	
perc	60 másodperc	
óra	60 perc	
nap	24 óra	
hét	7 nap	
fortnight	14 nap	angol 2 hét
hónap	28-31 nap	
negyedév	3 hónap	
év	12 hónap	
év	365 nap	52 hét + 1 nap
szökőév	366 nap	52 hét + 2 nap
tropikus év	365,24219 nap	átlag
Gergely év	365,2425 nap	átlag
Olympiád	4 év ciklus	
évtized	10 év	
score	20 év	angol
generació	25 év	közelítően
évszázad	100 év	
millennium	1000 év	

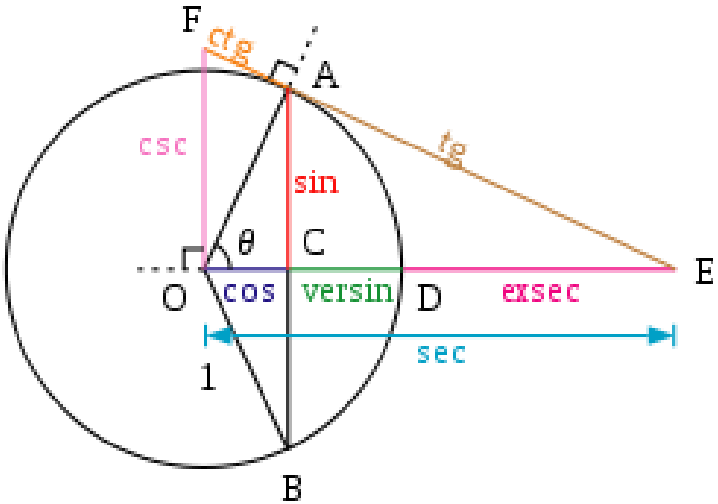
Trigonometria 1.

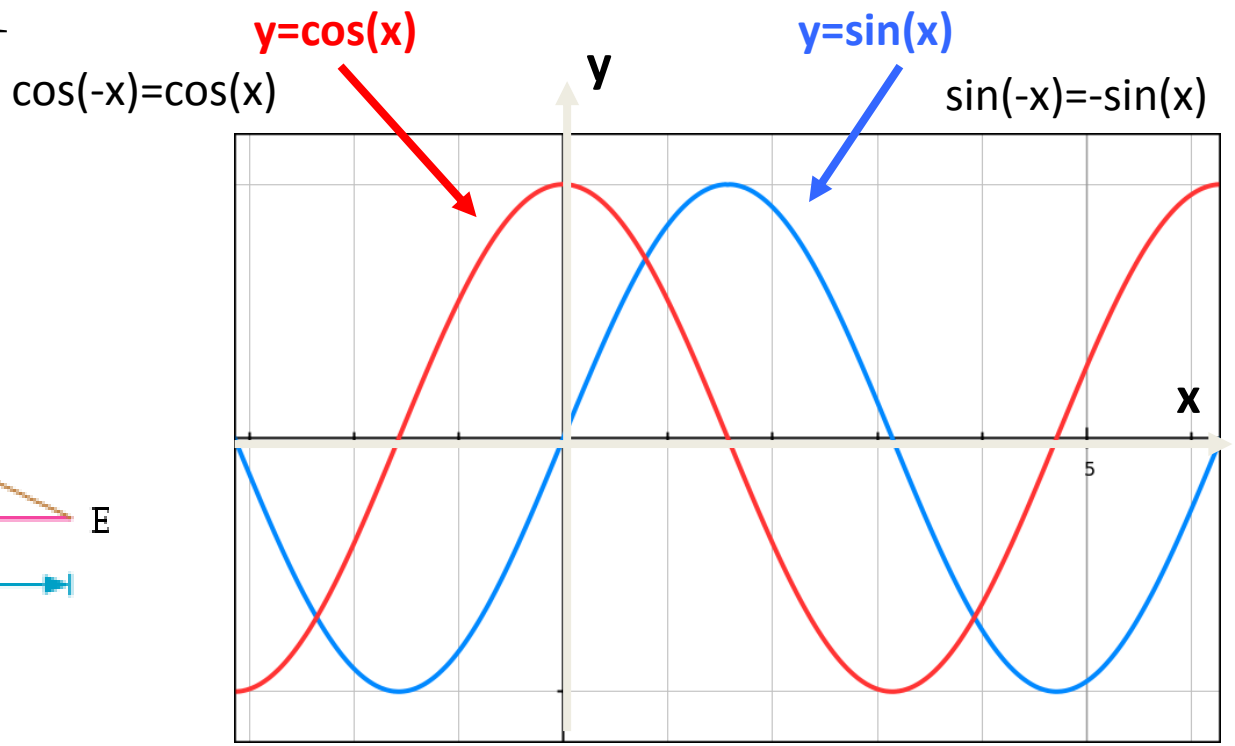




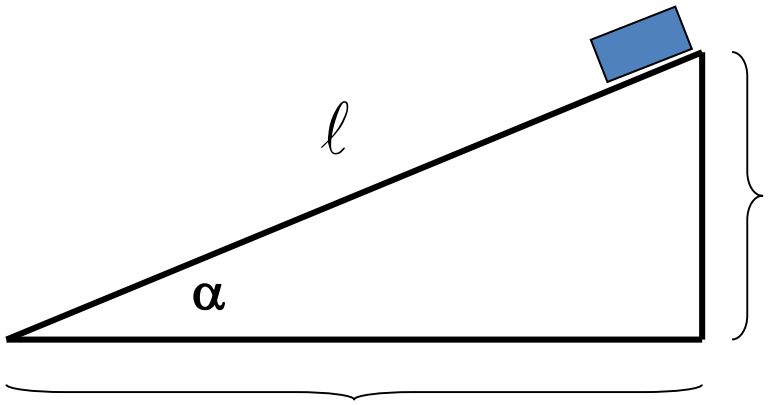
geometria

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$





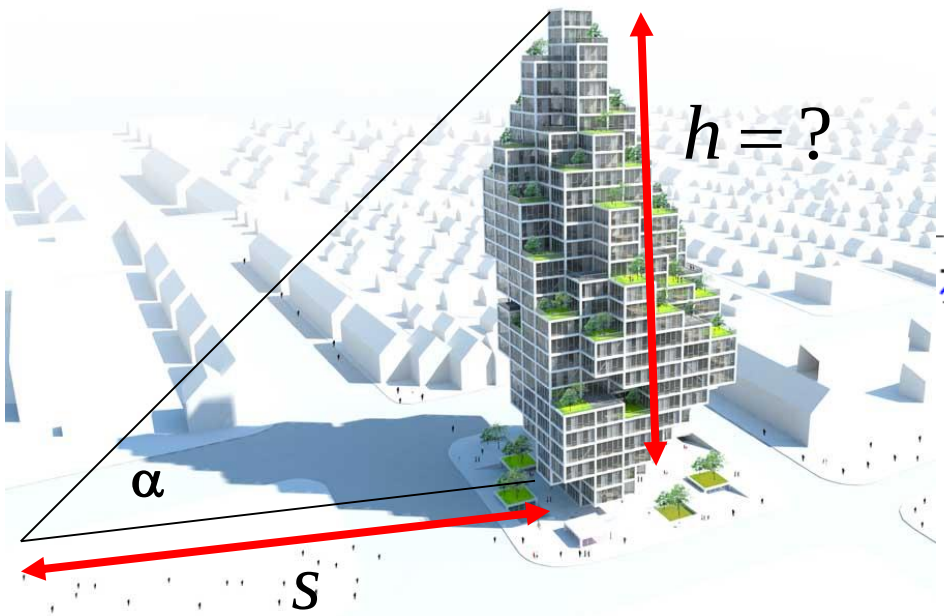
Trigonometria 2.



$$h = \ell \sin\alpha$$

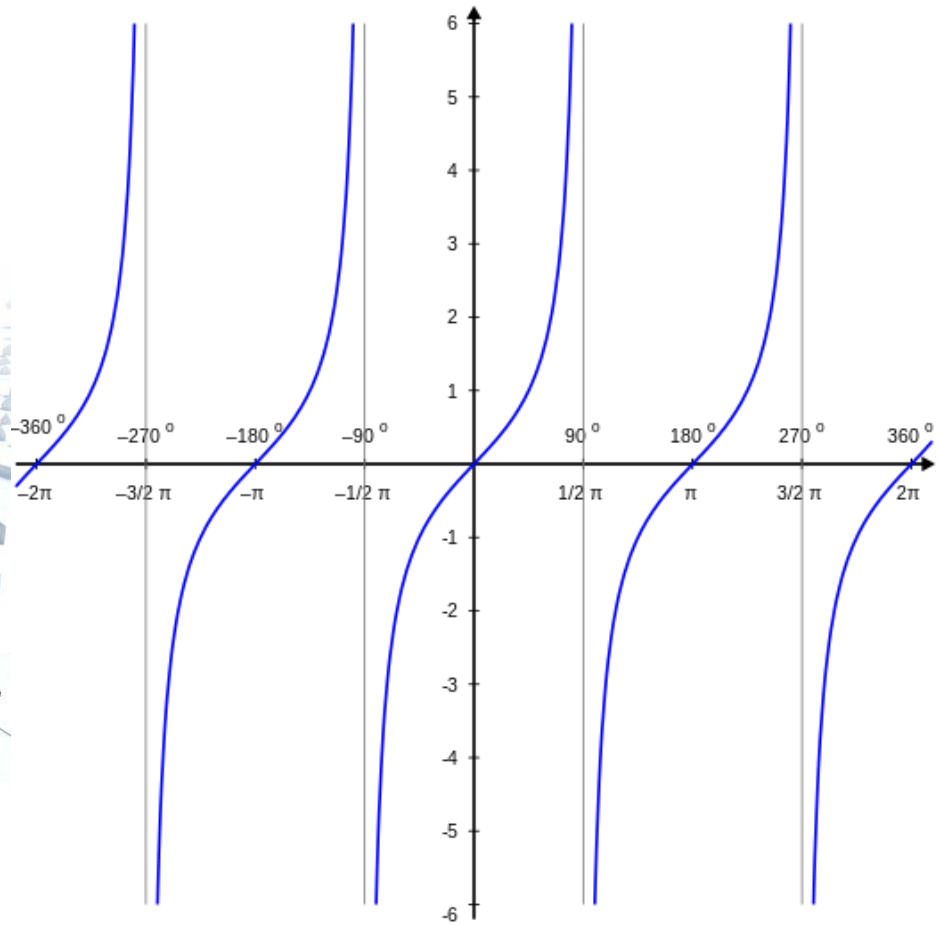
$$s = \ell \cos\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

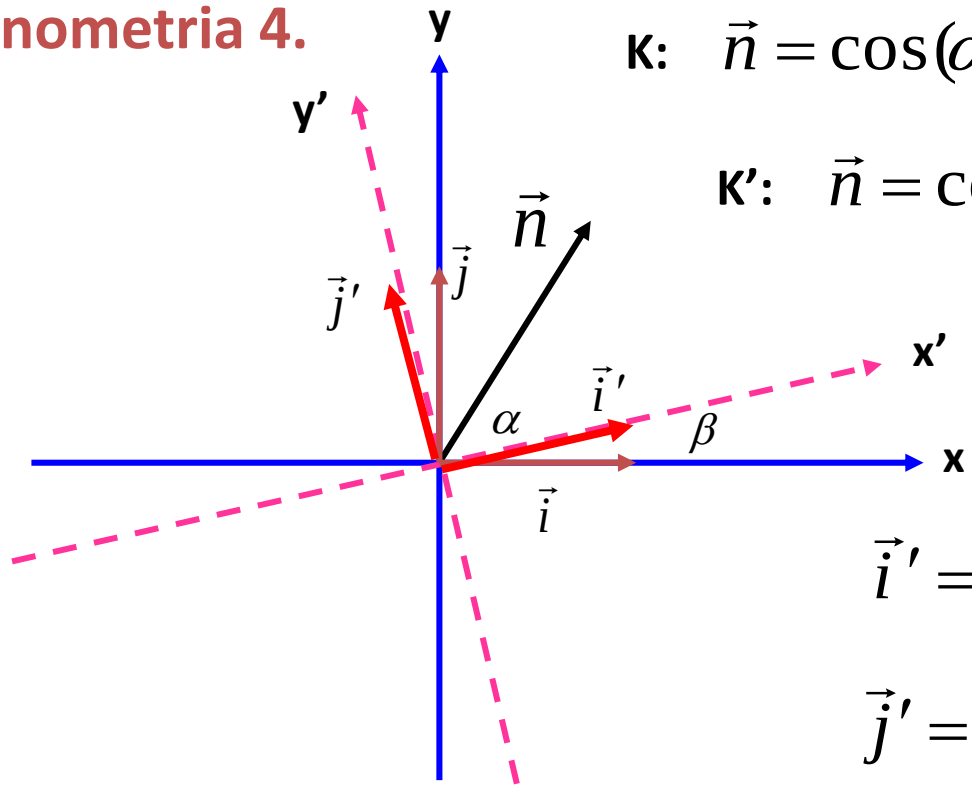


$$mérjük = s, \alpha$$

$$h = s \cdot tg\alpha$$



Trigonometria 4.



K: $\vec{n} = \cos(\alpha+\beta)\cdot\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\cdot\vec{j}$

K': $\vec{n} = \cos\alpha\cdot\vec{i}\,' + \sin\alpha\cdot\vec{j}\,'$

$$\vec{i}\,' = \cos\beta\cdot\vec{i} + \sin\beta\cdot\vec{j}$$

$$\vec{j}\,' = -\sin\beta\cdot\vec{i} + \cos\beta\cdot\vec{j}$$

$$\vec{n} = \cos\alpha\left[\cos\beta\vec{i} + \sin\beta\vec{j}\right] + \sin\alpha\left[-\sin\beta\vec{i} + \cos\beta\vec{j}\right]$$

$$\vec{n} = \underbrace{(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)}_{\cos(\alpha+\beta)}\cdot\vec{i} + \underbrace{(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)}_{\sin(\alpha+\beta)}\cdot\vec{j}$$

Trigonometria 5.

Addíciós összefüggések

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \longrightarrow \cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \sin\alpha$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta \longrightarrow \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos\alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

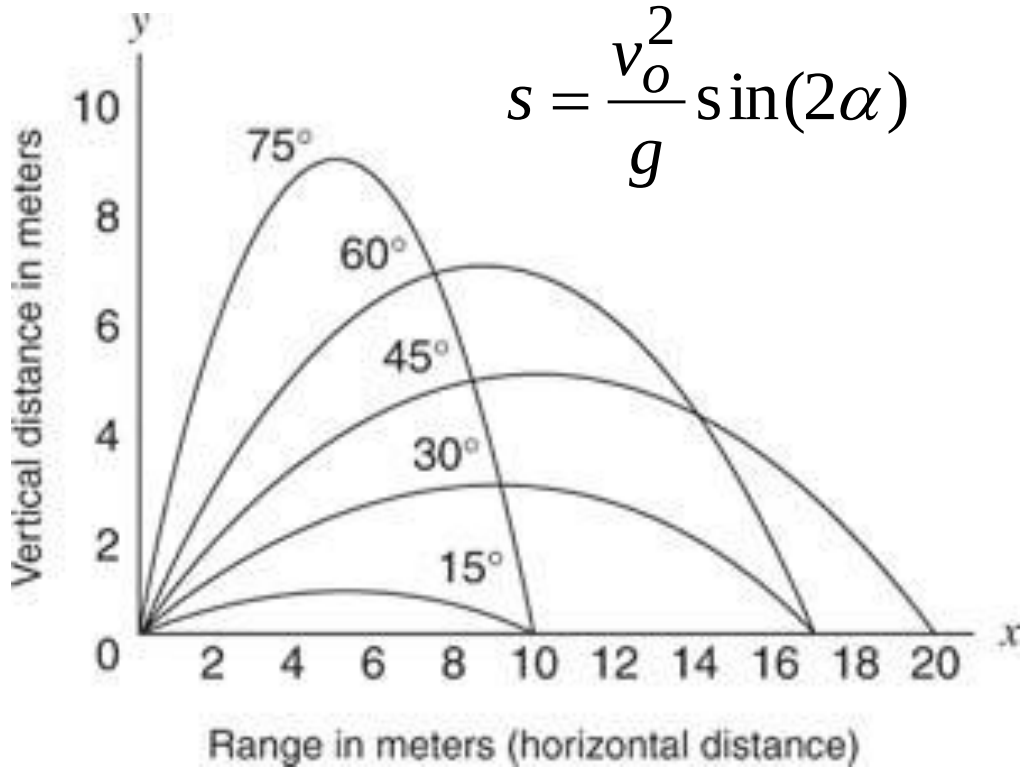
$$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$s = \frac{v_o^2}{g}\sin(2\alpha)$$

$$\sin(\varphi) = \sin(180^o - \varphi)$$

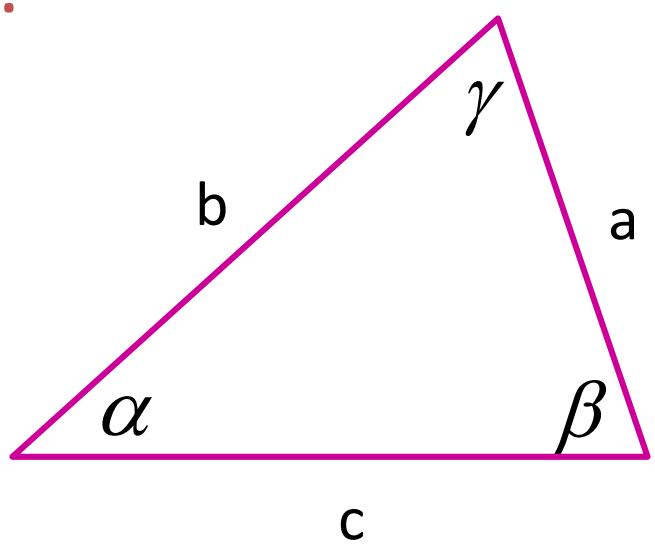
$$\sin(2\alpha) = \sin(\underbrace{180^o - 2\alpha}_{2\beta})$$

$$\beta = 90^o - \alpha$$



Trigonometria 6.

Szinusz-tétel



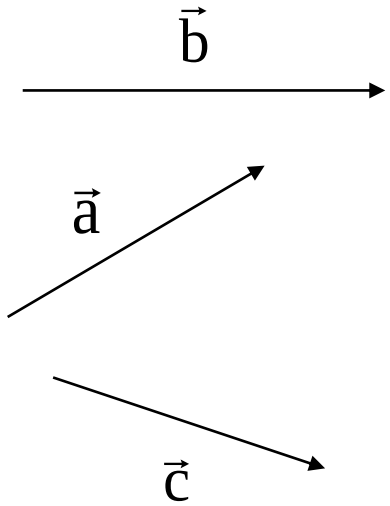
Koszinusz-tétel

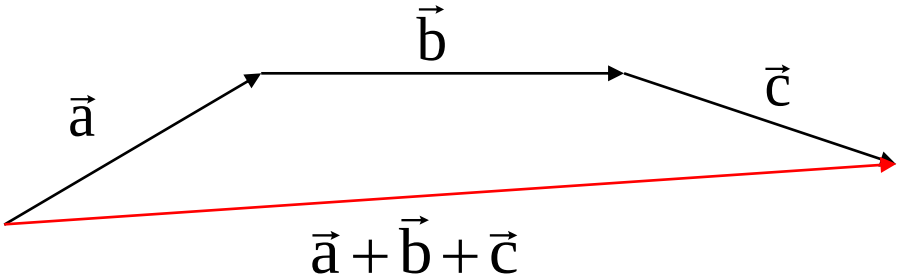
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

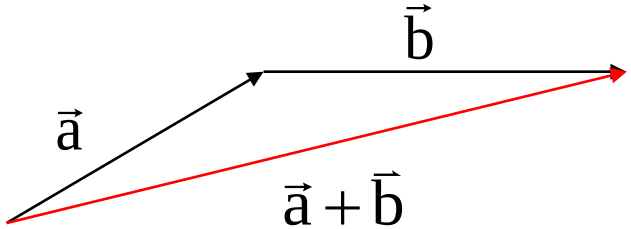
Vektorok 1

Vektor: nagyság + irány

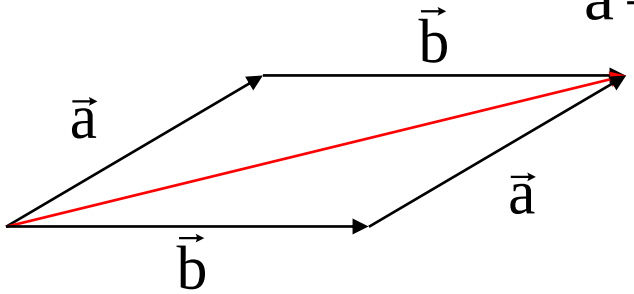


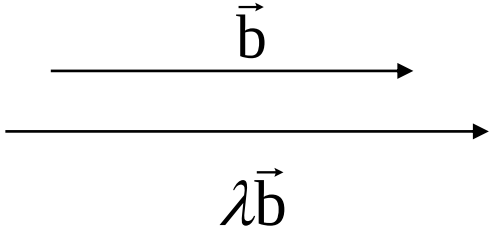


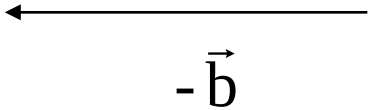
Vektorok összeadása:



$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$$





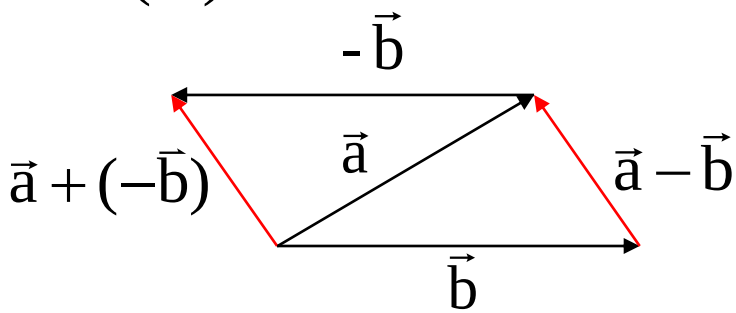


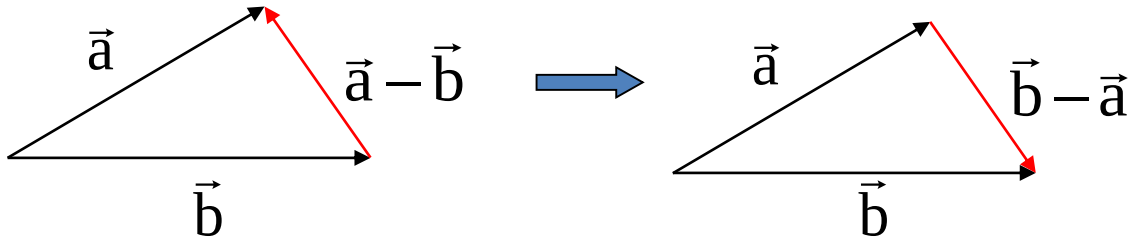
Vektorok 2

Vektor kivonása

$$\vec{a} - \vec{b} = ?$$

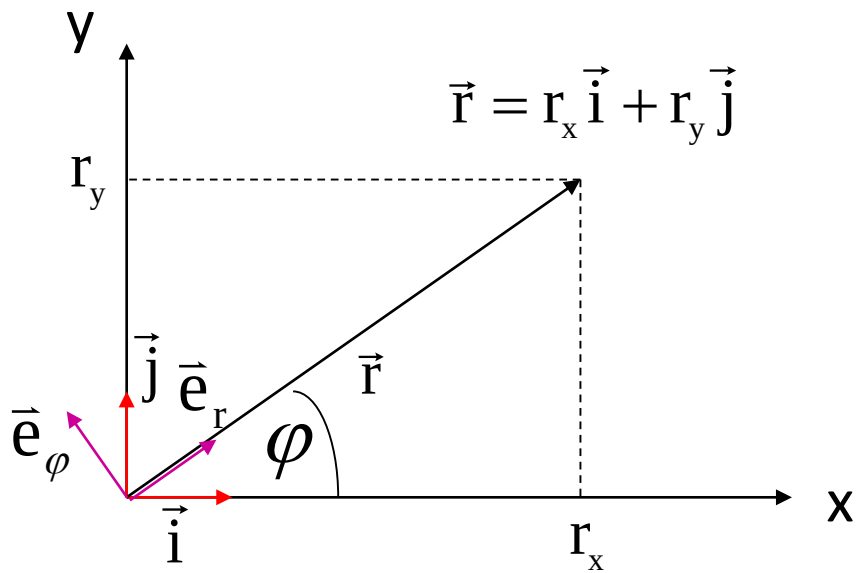
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$





Vektorok 3

Vektor Descartes és síkbeli-polár komponensei



$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j}$$

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$$

$$\tan\Theta = \frac{r_y}{r_x}$$

Descartes koordináták: r_x & r_y

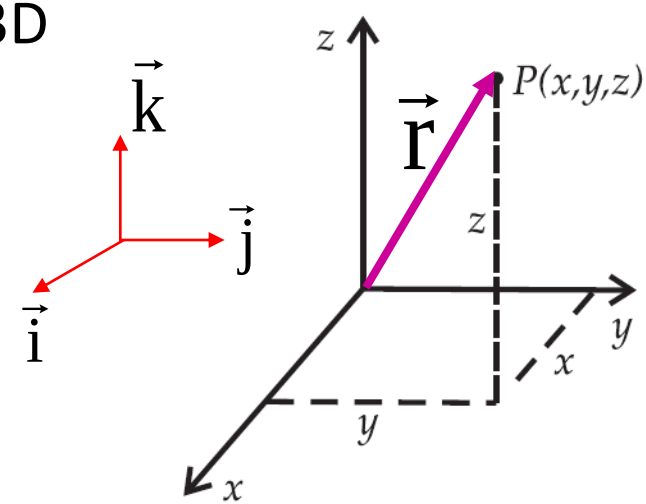
Síkbeli-polár komponensek: r & ϕ

$$r_x = r \cdot \cos\varphi$$

$$r_y = r \cdot \sin\varphi$$

$$\vec{r} = r \cdot \vec{e}_r \quad \text{ahol} \quad r = |\vec{r}|$$

3D

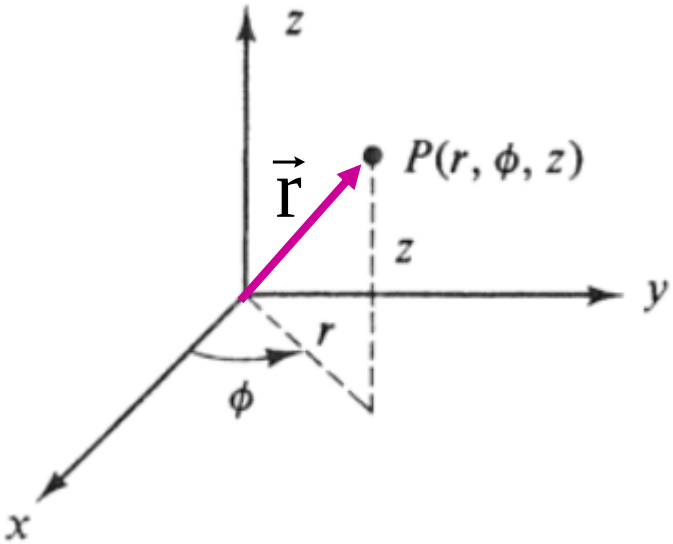


$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Vektorok 4

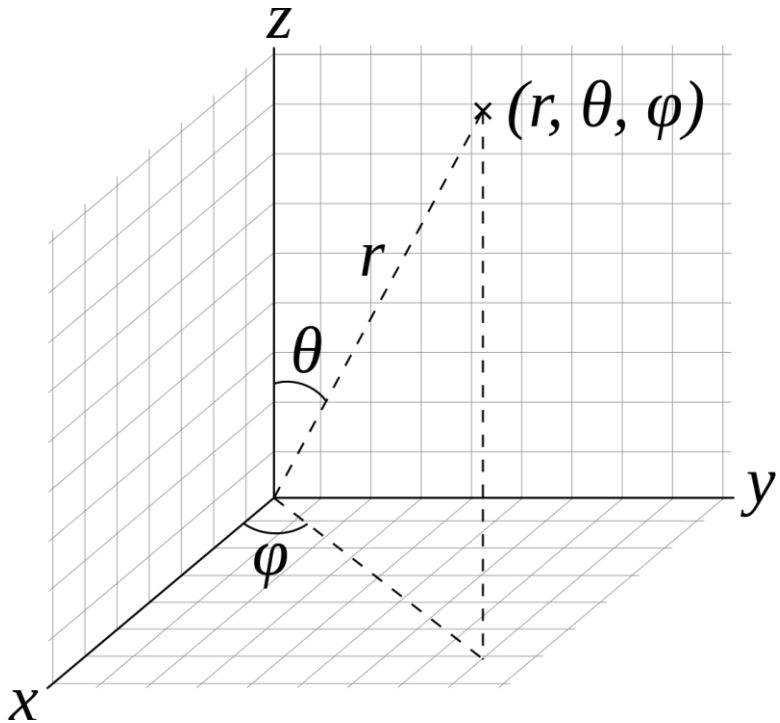
Henger és gömbi koordináták

Henger koordina-rendszer



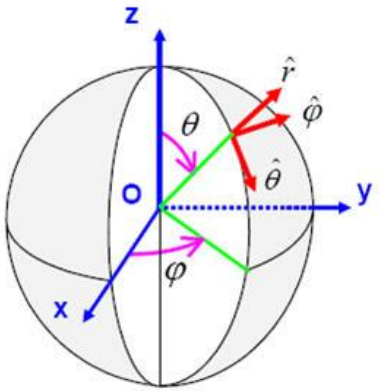
$$\vec{r} = r \cdot \vec{e}_r$$

Gömbi koordina-rendszer



$$\vec{r} = r \cdot \vec{e}_r$$

Egységvektorok:



Vektorok 5

Vektorok összeadása és kivonása, komponensek

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \qquad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} \qquad \vec{a} + \vec{b} = ?$$

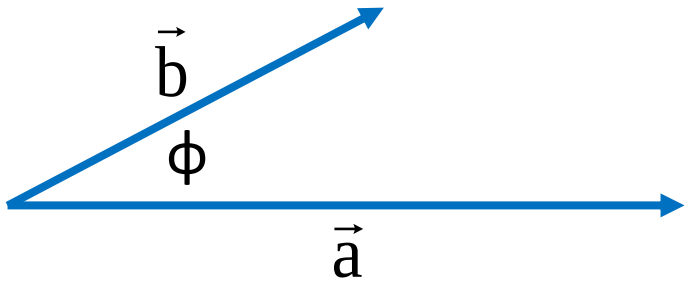
$$\vec{a} + \vec{b} = \underbrace{(a_x + b_x)}_{d_x}\vec{i} + \underbrace{(a_y + b_y)}_{d_y}\vec{j} = \vec{d}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \underbrace{(a_x - b_x)}_{c_x}\vec{i} + \underbrace{(a_y - b_y)}_{c_y}\vec{j} = \vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \ldots = (a_x + b_x + c_x + \ldots)\vec{i} + (a_y + b_y + c_y + \ldots)\vec{j}$$

Vektorok 6

Vektorok skalárszorzata



Def.: $$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\varphi}$$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$$

$$\vec{i}\cdot\vec{i} = \vec{j}\cdot\vec{j} = \vec{k}\cdot\vec{k} = 1$$

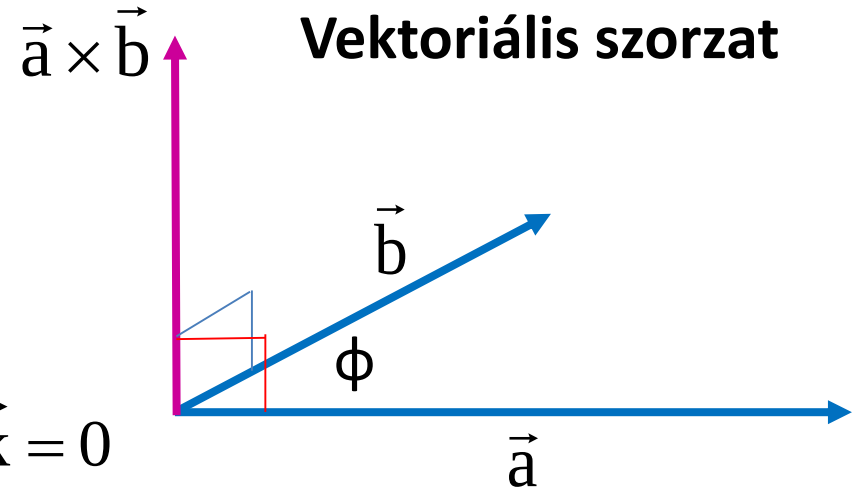
$$\vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{j}\cdot\vec{k} = \vec{i}\cdot\vec{k} = 0$$

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

Vektorok 7

Vektoriális szorzat



Def.: irány $\Rightarrow$ jobbkéz-szabály

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\sin\varphi$$

Egységvektorok: $\vec{i}\times\vec{i} = \vec{j}\times\vec{j} = \vec{k}\times\vec{k} = 0$

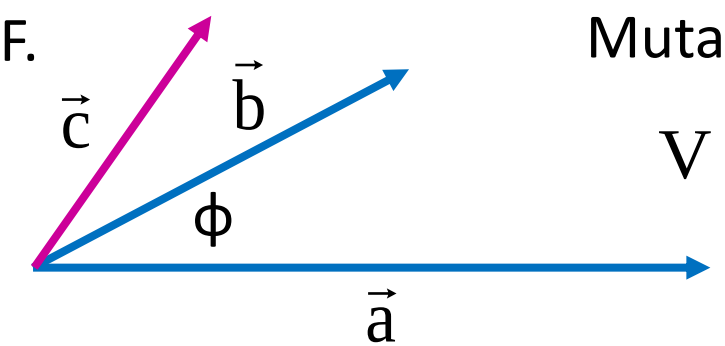
$\vec{i}\times\vec{j} = \vec{k},\quad \vec{j}\times\vec{k} = \vec{i},\quad \vec{k}\times\vec{i} = \vec{j}$ de: $\vec{j}\times\vec{i} = -\vec{k},\quad \vec{k}\times\vec{j} = -\vec{i},\quad \vec{i}\times\vec{k} = -\vec{j}$

$$\vec{a}\times\vec{b} = \left[a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\right]\times\left[b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}\right] = \ldots$$

$$\vec{a}\times\vec{b} = \left(a_y b_z - a_z b_y\right)\vec{i} + \left(a_z b_x - a_x b_z\right)\vec{j} + \left(a_x b_y - a_y b_x\right)$$

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

H.F.



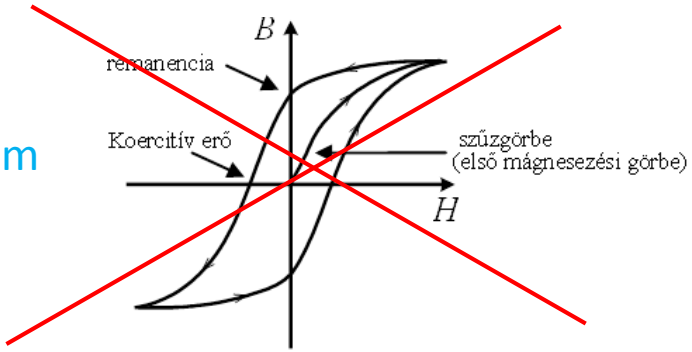
Mutasd meg, hogy:

$$V = \left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}$$

Függvények 1.

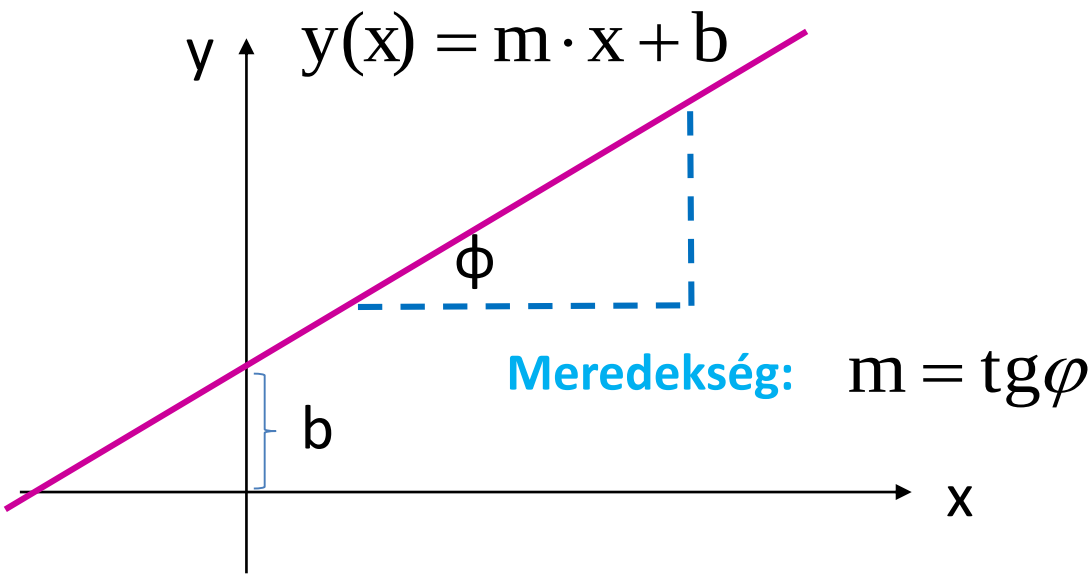
Fizika: ”user-barát” fgv.-k ⇒ ”sima” fgv.-k és
x→f(x) egyértelmű, folytonos, deriválható,…stb.

egyenlőre nem

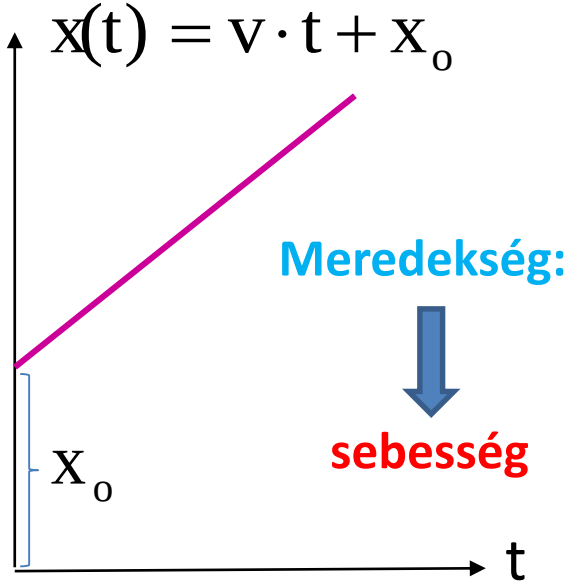


Pl.: $y(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + \ldots$

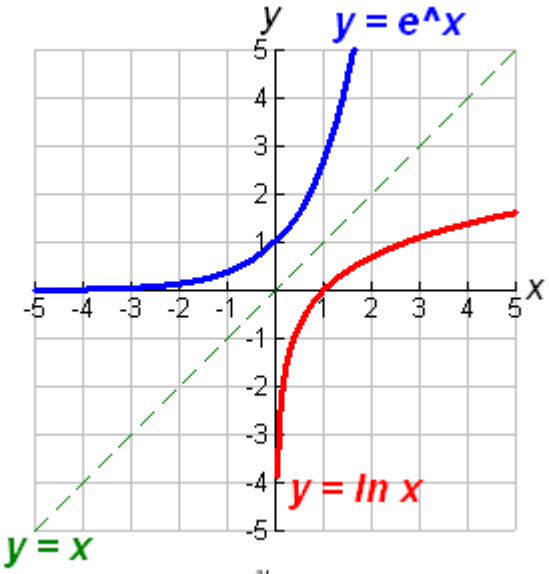
Lineáris függvények:

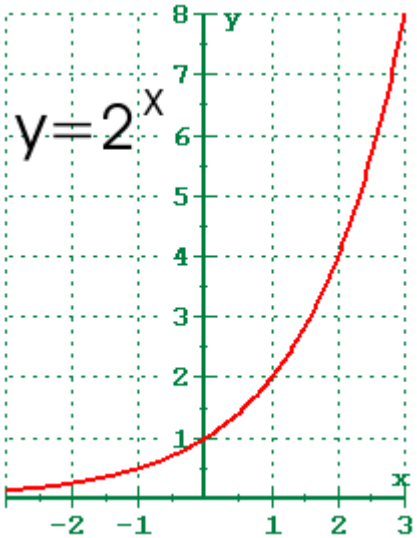


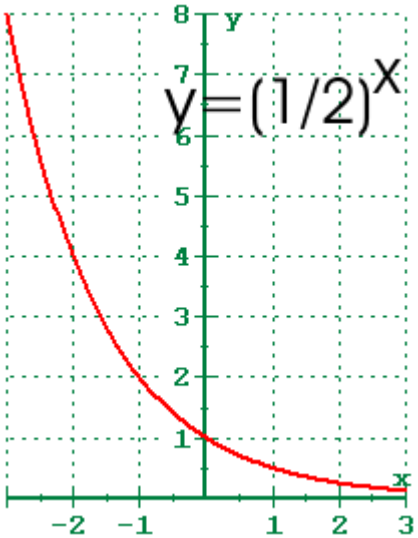
Pl.: egyenes-vonalú, egyenletes mozgás

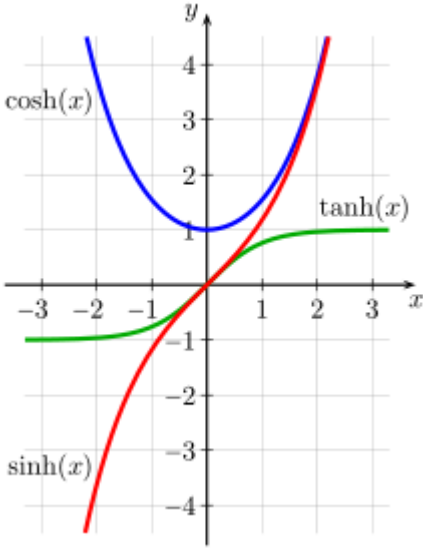


Függvények 2.

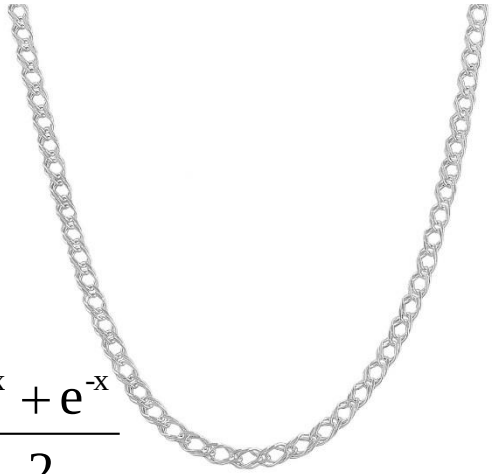








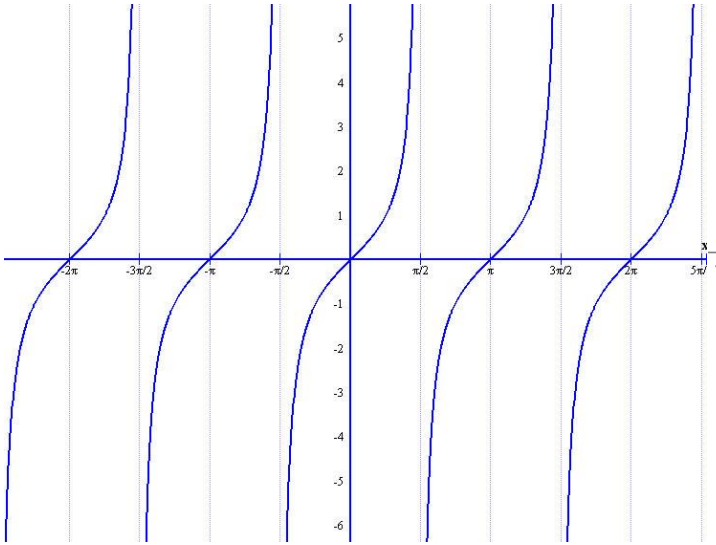
cosh(x): láncfgv.



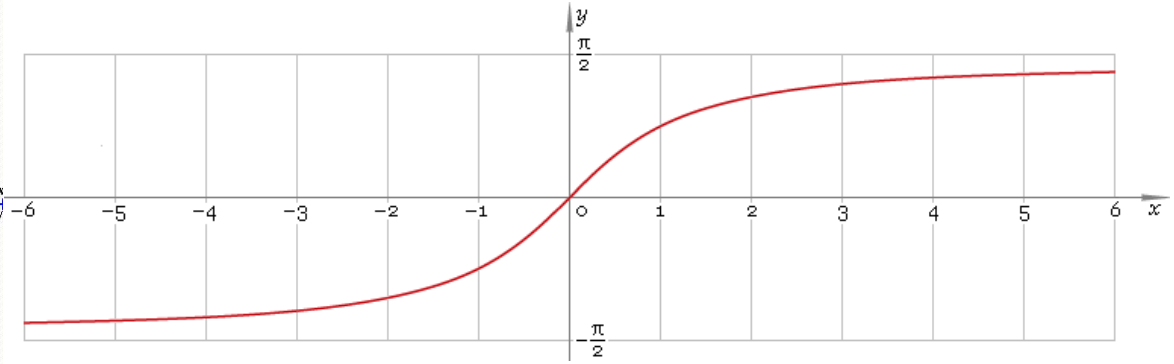
$$sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad ch(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

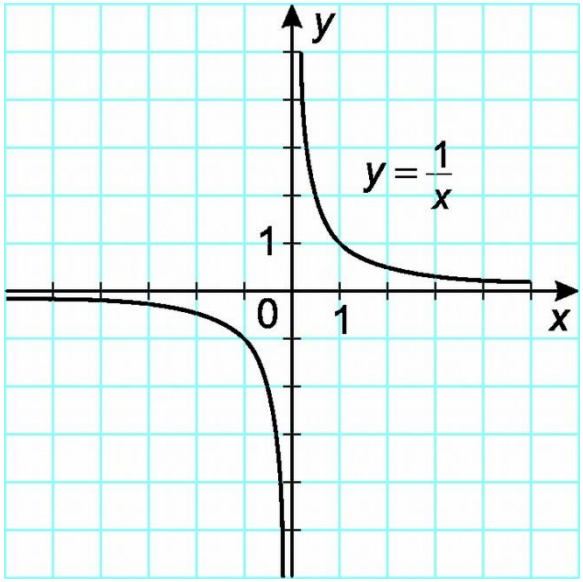
Függvények 3.

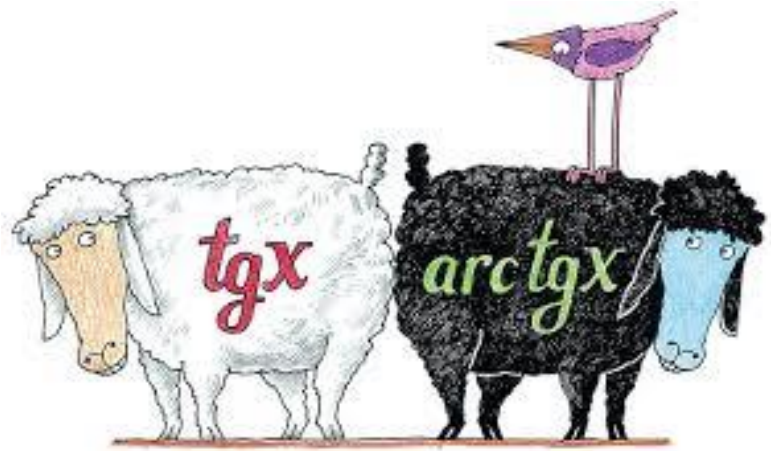
y=tg(x)



y=arctg(x)



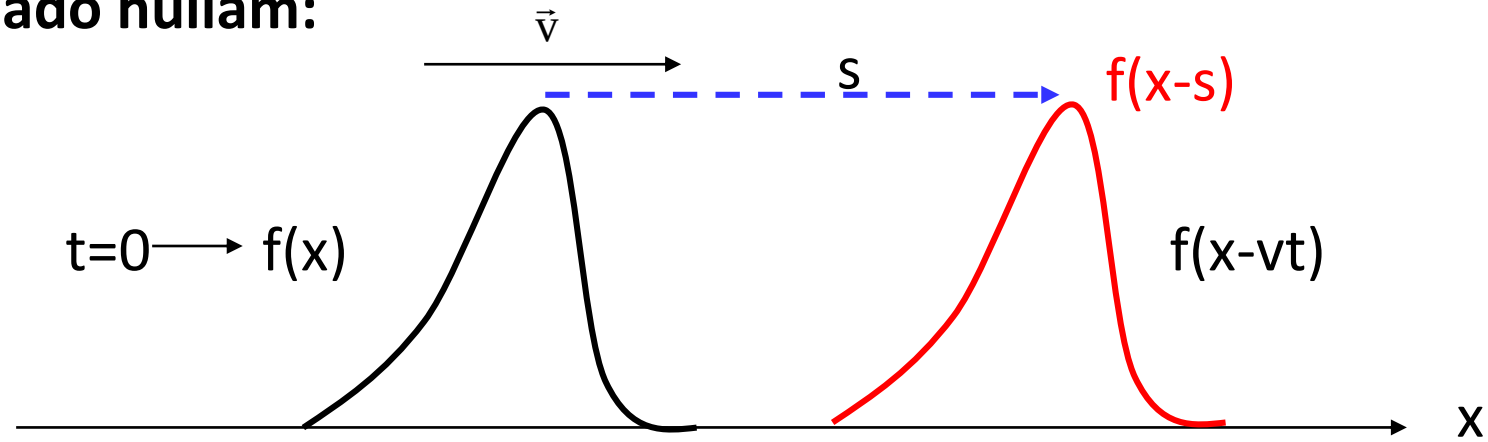


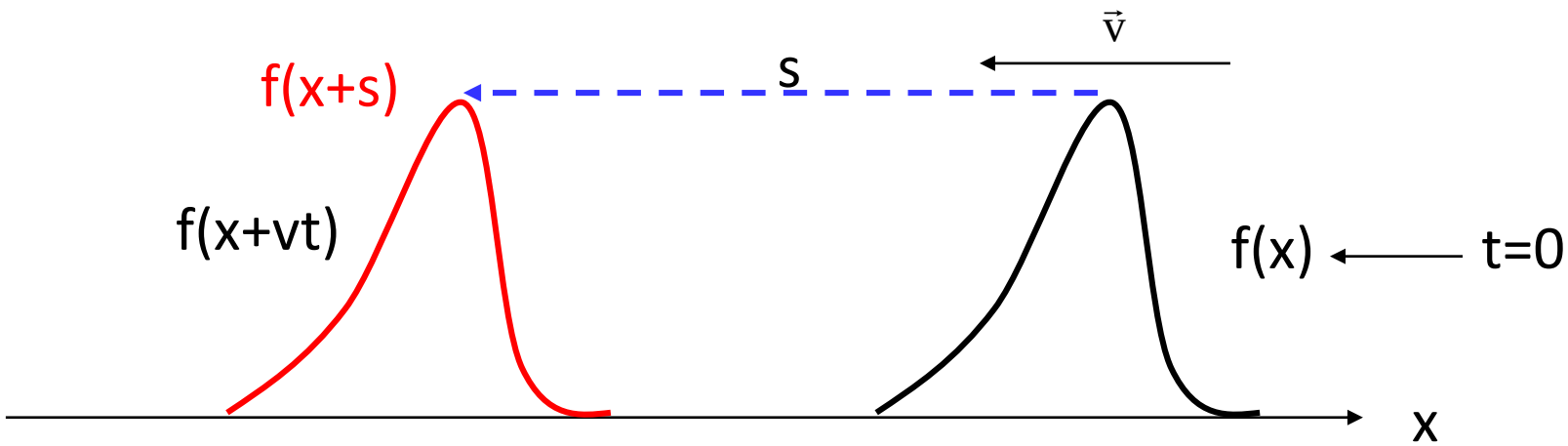


Meredekség???

Függvények 4.

Haladó hullám:





Határérték, meredekség 1.

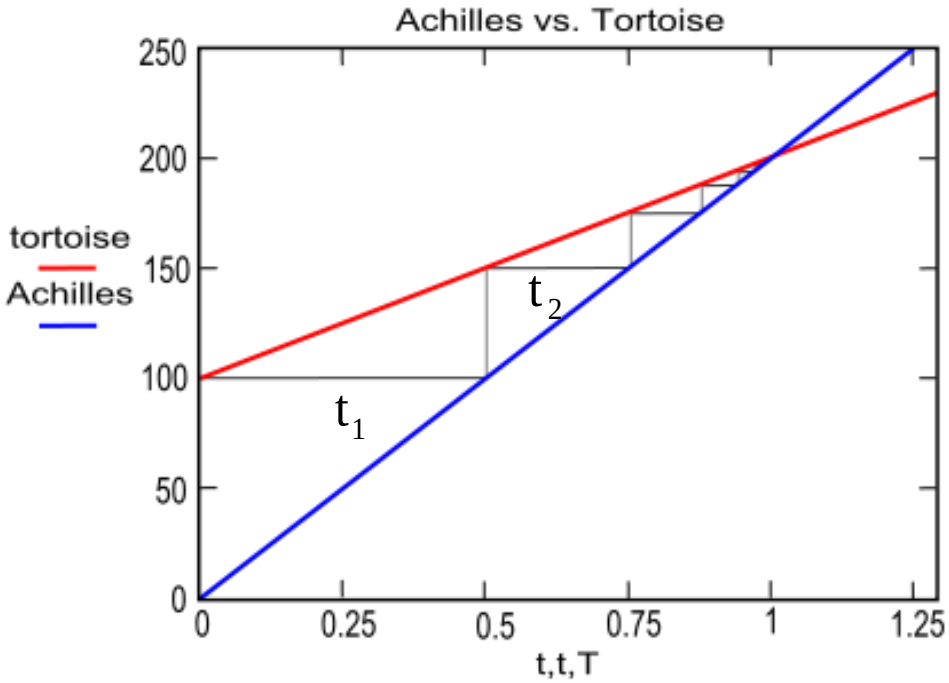
$$a_1, a_2, a_3, a_4 \ldots a_n \to K \longrightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = K$$

$$\forall \varepsilon(>0)\exists N : n > N \Rightarrow |K - a_n| < \varepsilon$$

$$\text{Pl.}: \lim_{n\to\infty} \frac{2}{1+\frac{1}{n}} = 2$$

vagy

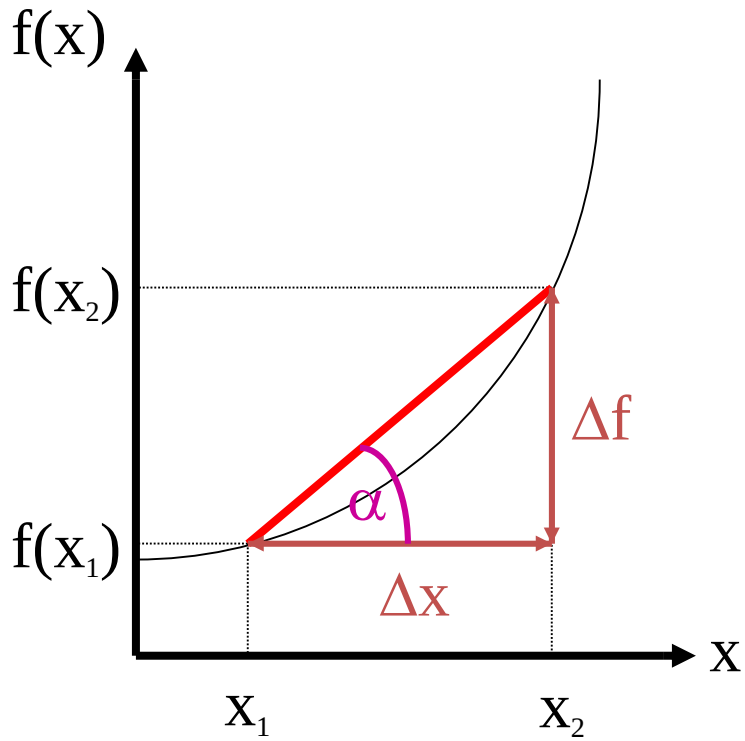
$$\text{Pl.}: \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$$



$$a_n = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_4$$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = t$$

Határérték, meredekség 2.



Differencia hányados:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = tg(\alpha)$$

Általánosítás

$$x_1 \to x$$
$$x_2 \to x + \Delta x$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{df}{dx}$$

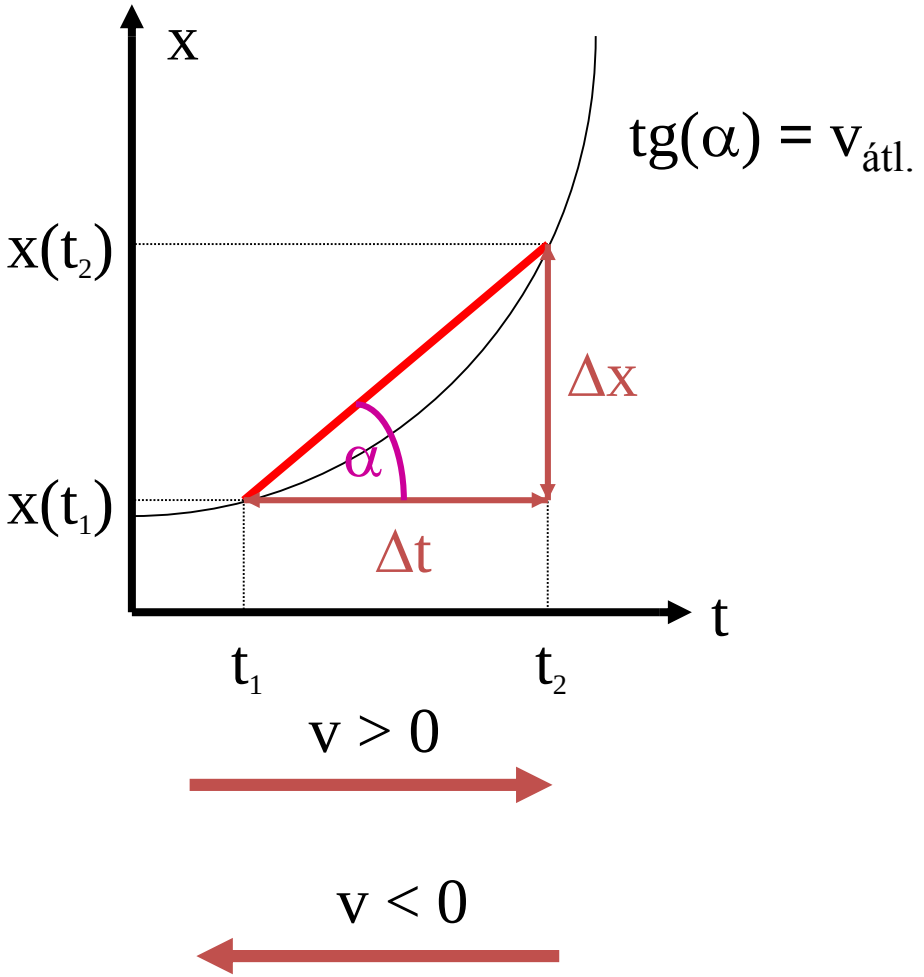
Pl.: $f(x) = ax^2$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{a(x + \Delta x)^2 - ax^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} a \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} a \frac{x^2 + 2ax\Delta x + \cancel{(\Delta x)^2} - x^2}{\Delta x} = 2ax$$

Határérték, meredekség 3.

x(t) : pozíció [m] t : idő [s]

Def. : átlagsebesség $$v_{átl.} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$



$$tg(\alpha) = v_{átl.}$$

Pl.: $x(t) = 4t^2$

$$v_{átl.} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4t_2^2 - 4t_1^2}{t_2 - t_1}$$

Legyen: $t_1 = 2s$ és $t_2 = 3s$

$$v_{átl.} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4 \cdot 3^2 - 4 \cdot 2^2}{3 - 2} = 20\,\frac{m}{s}$$

Legyen: $t_1 = 2s$ és $t_2 = 2.1s$

$$v_{átl.} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4 \cdot 2.1^2 - 4 \cdot 2^2}{3 - 2} = 16.4\,\frac{m}{s}$$

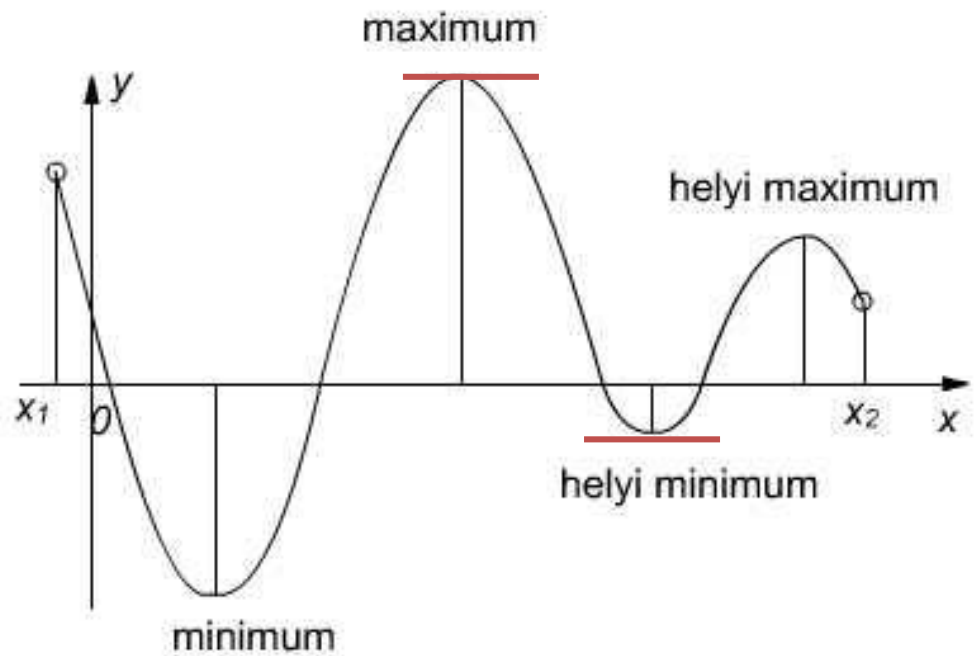
A pillanatnyi sebesség:

$$v(t = 2s) = 16\,\frac{m}{s}$$

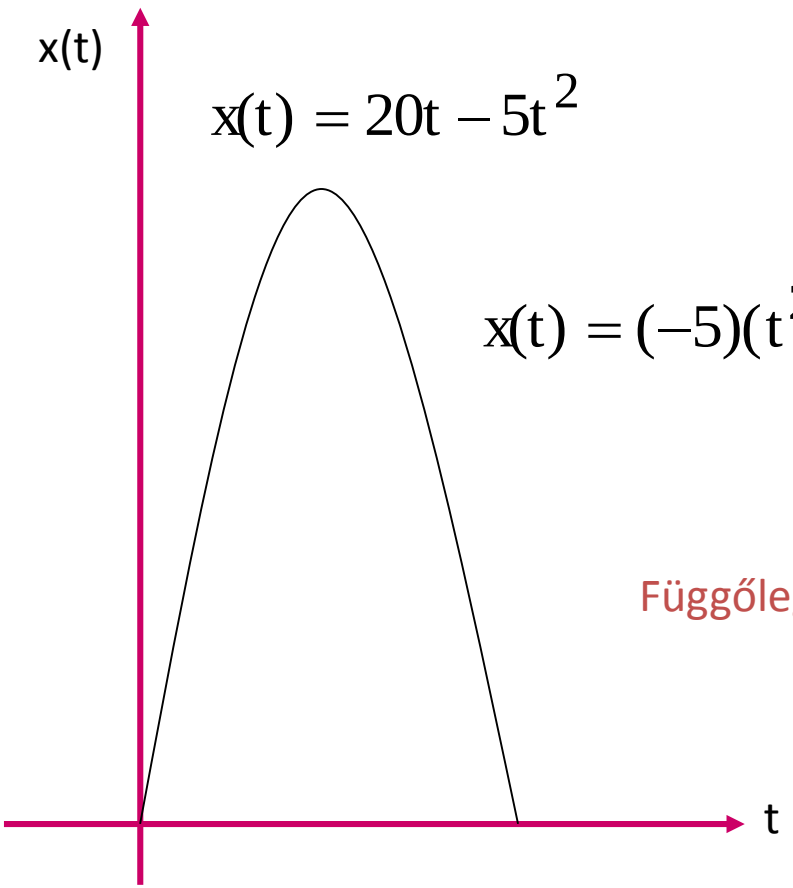
Határérték, meredekség 4.

Miért fontos a ***meredekség*** ?

Szélsőérték → m = 0
(maximum vagy minimum)



Példa:



$$x(t) = 20t - 5t^2$$

$$x(t) = (-5)(t^2 - 4t) = (-5)\left[(t-2)^2 - 4\right] = -5(t-2)^2 + 20$$

Max. → t=2s

$$x_{max} = x(t = 2s) = 20m$$

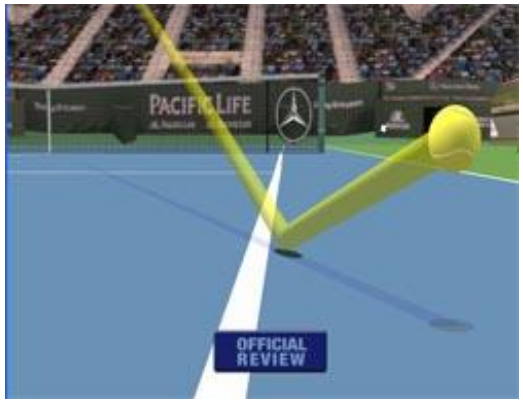
Függőleges hajítás

Mechanika

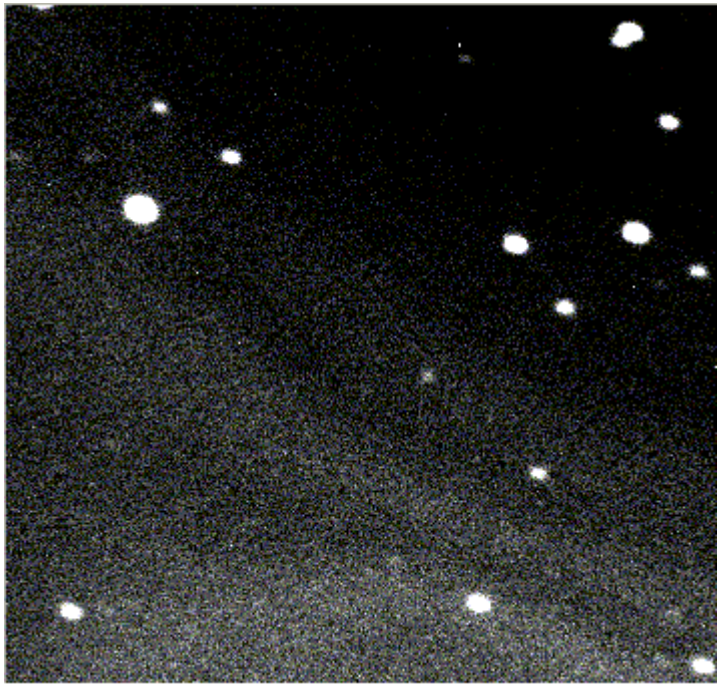
- KINEMATIKA: Mozgások leírása
  mozgás okát nem vizsgálja
- DINAMIKA: a mozgás oka erőhatás

A kinematika alapjai

Kinematika → tömegpont helyzete → pl. tenisz: "challange"



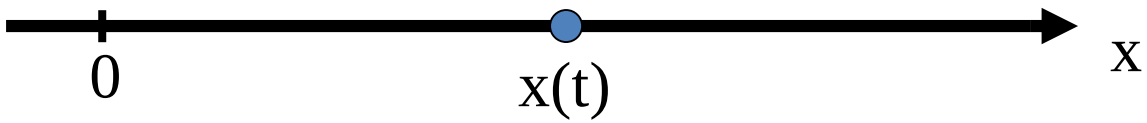
99942 Apophis földsúroló kisbolygó



Mozgások

Egy tömegpont mozgását egyértelműen leírjuk, ha megadjuk a helyét – egy kiválasztott kezdőpontból (origó) a tömegponthoz mutató r vektort – az idő (t) függvényében

Legegyszerűbb modell: 1 D - mozgás



Tömegpont helyzete :

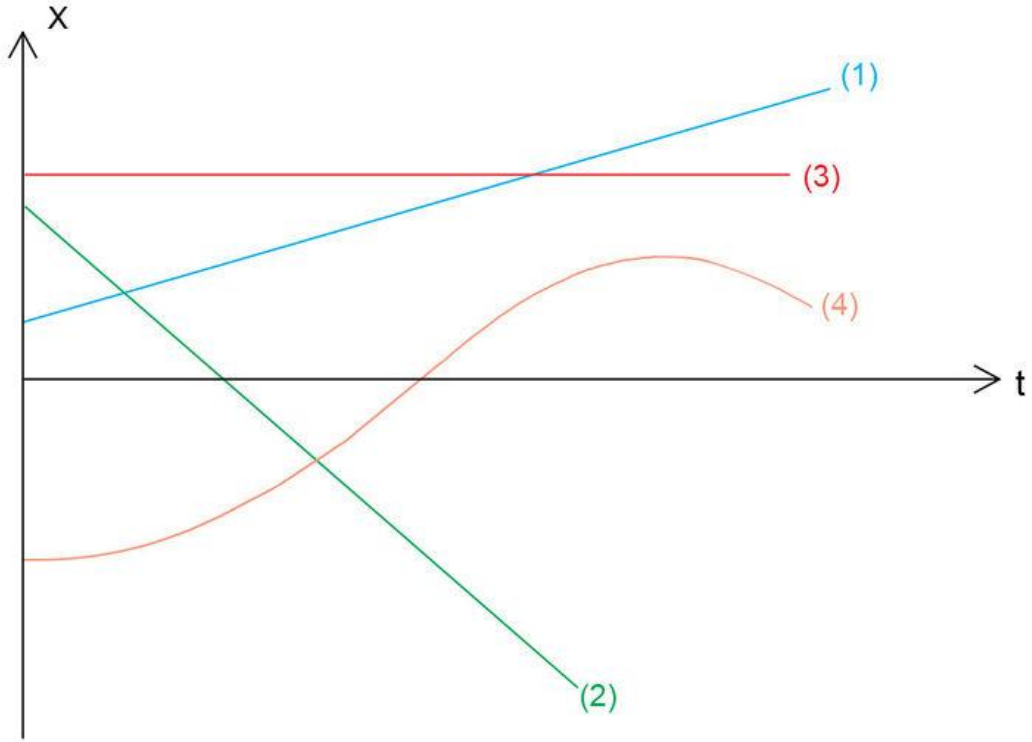
$$\vec{r}(t)$$

Elmozdulás:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$$

Megtett út:

$$s = \sum_i \left|\Delta\vec{r}_i\right| \quad \text{vagy } s = \int_{t_1}^{t_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} \left|\Delta\vec{r}\right|$$



Definíciók:

x,s,d: [m] pontosabban: később
t: [s]

Átlagsebesség: $$v_{átl.} = \frac{s_{össz.}}{t_{össz.}}$$ Mértékegység: m/s

Pillanatnyi sebesség: $$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Elmozdulás: $$x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

Pozíció: $$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t)dt$$

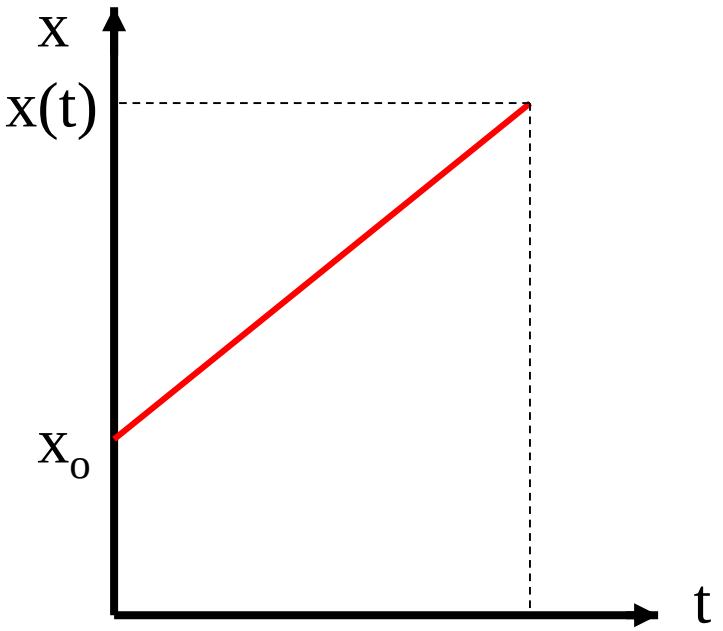
v = 72 km/h = 20 m/s

Legegyszerűbb mozgás: egyenesvonalú egyenletes mozgás

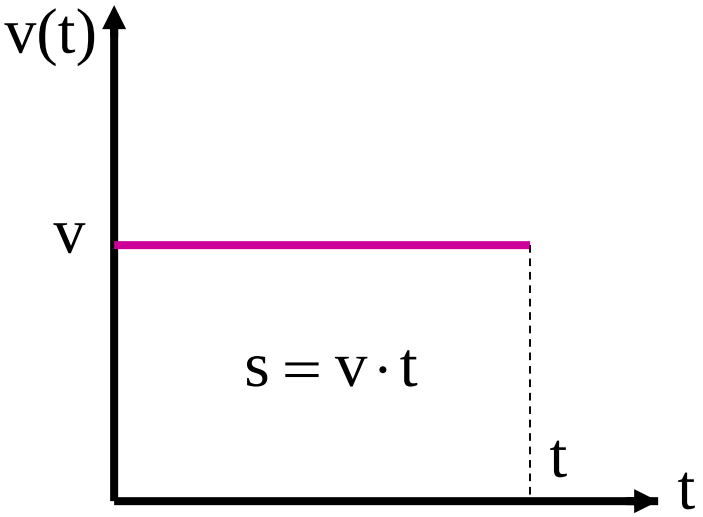
v = const.

$$v = \frac{x(t) - x_o}{t}$$

$$x(t) = x_o + v \cdot t$$



$$v = \frac{s}{t} \quad \Rightarrow \quad s = v \cdot t$$



Gyorsulás

$$\mathbf{v \neq const. \Rightarrow v = v(t)}$$

Def. átlagos gyorsulás:

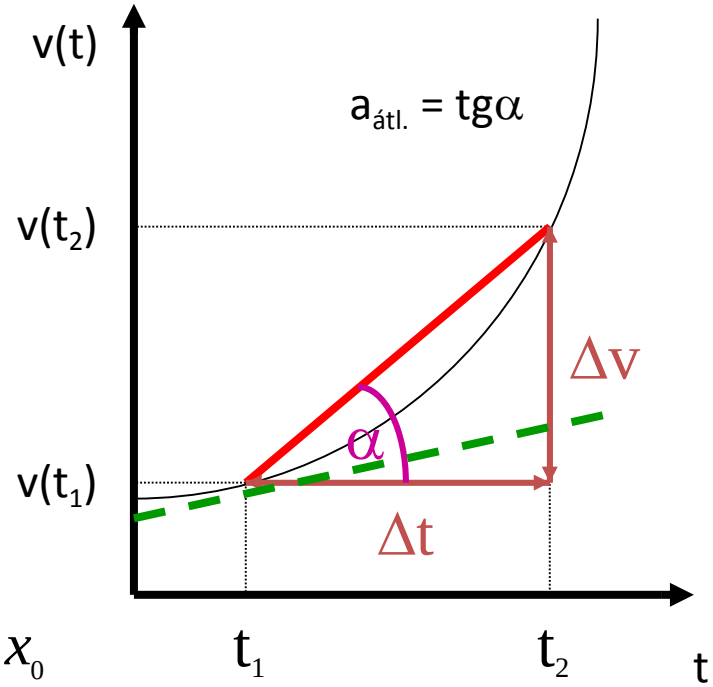
$$a_{átl.} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2)\text{-}v(t_1)}{t_2\text{-}t_1} \qquad \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Def. pillanatnyi gyorsulás:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

$$v(t) = \int_0^t a(\tau)d\tau + v_0$$

$$x(t) = \int_0^t v(\tau)d\tau + x_0 = \int_0^t \left(\int_0^{\tau'} a(\tau)d\tau \right) d\tau' + v_0 t + x_0$$

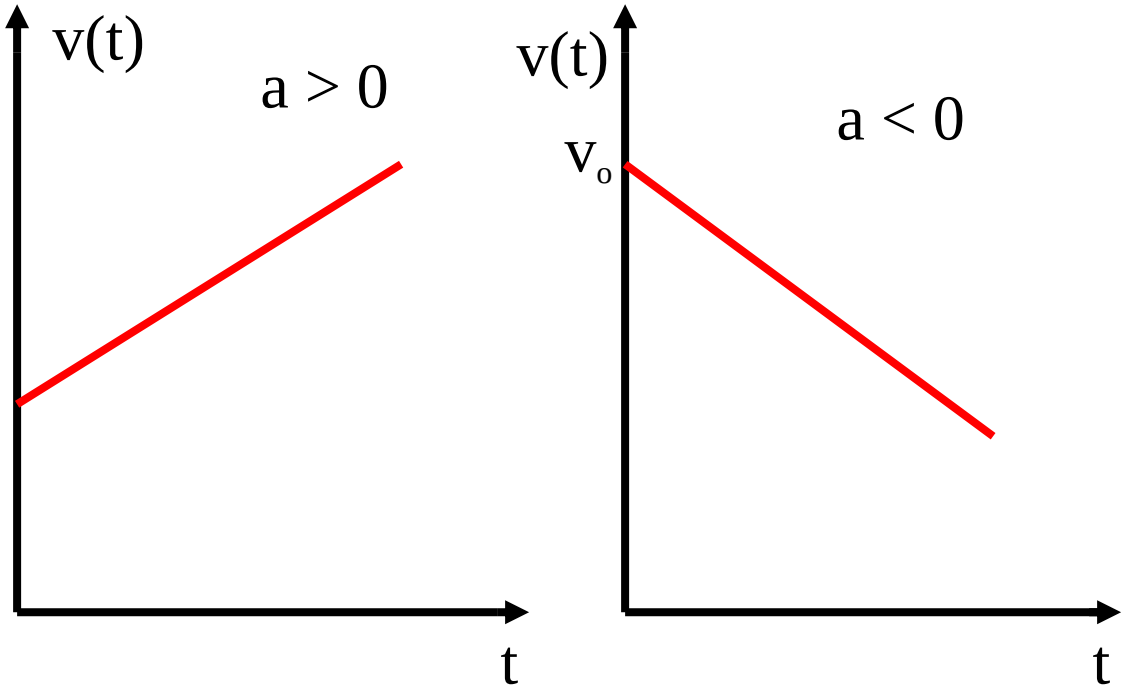


Mozgás állandó gyorsulással

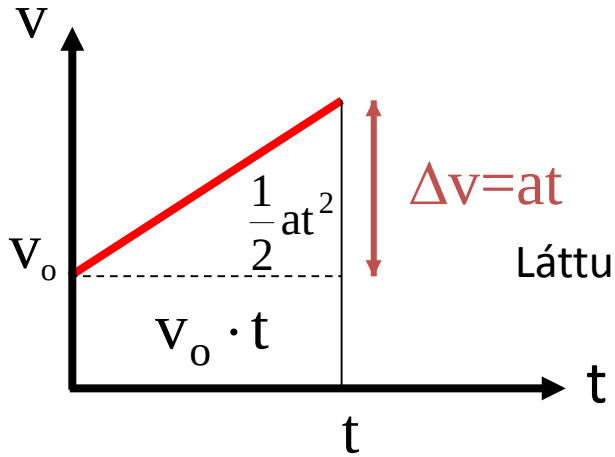
a = const.

$$a = \frac{v(t) - v_o}{t}$$

$$v(t) = v_o + a \cdot t$$



Elmozdulás és pozíció

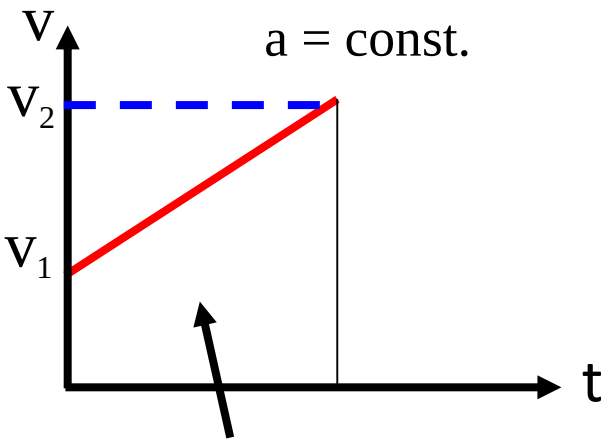


Elmozdulás: $$s = v_o \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

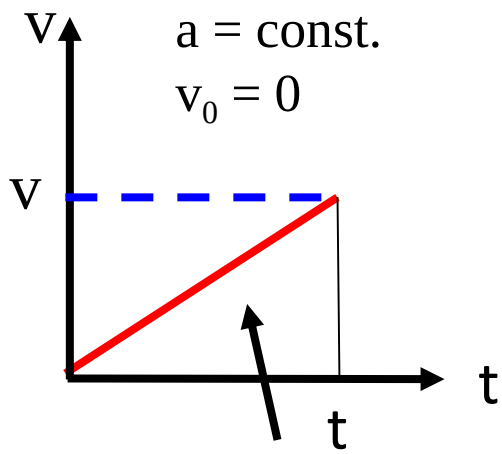
Láttuk: $$x(t) = \int_0^t v(\tau)d\tau + x_0 = \int_0^t \left(\int_0^{\tau'} a(\tau)d\tau \right) d\tau' + v_0 t + x_0$$

Pozíció: $$x(t) = x_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

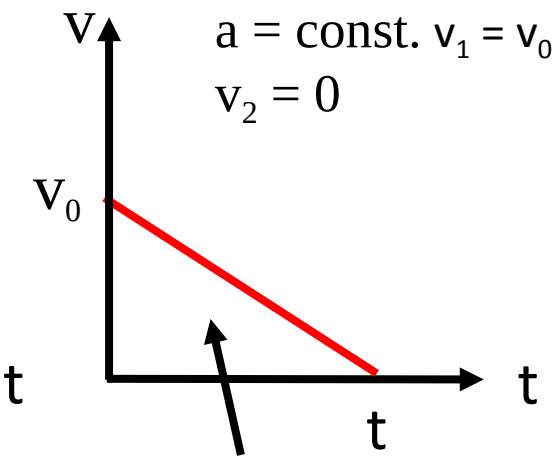
Feladatmegoldáshoz hasznos formulák



$$s = \frac{v_1 + v_2}{2} t = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$$



$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{vt}{2} = \frac{v^2}{2a}$$



$$s = \frac{1}{2}|a|t^2 = \frac{v_0 t}{2} = \frac{v_0^2}{2|a|}$$

Szabadesés

Egy labdát függőlegesen v_0= 20 m/s kezdősebességgel felfele dobunk.

a) Milyen magasra emelkedik a labda?

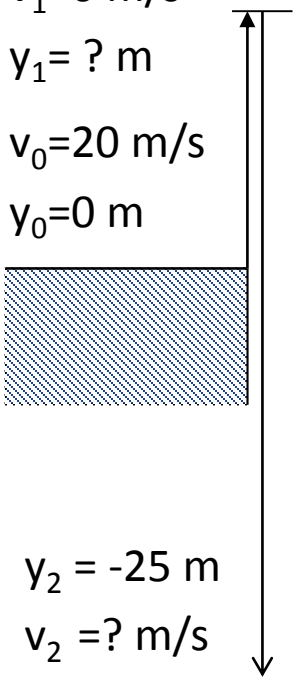
b) Mennyi idő múlva lesz a kezdeti helyzete alatt 25 m-rel és mennyi lesz a sebessége?

v_1=0 m/s

y_1= ? m

v_0=20 m/s

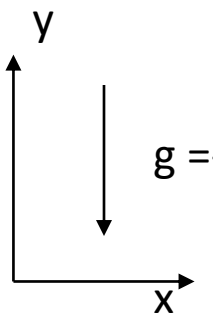
y_0=0 m



y_2 = -25 m

v_2 =? m/s

t_2 = ? s



g =-9,81 m/s^2

Adott:

y_0 = 0 m

v_0 = 20 m/s

y_2 = -25 m

Kérdés:

a) y_1= ?

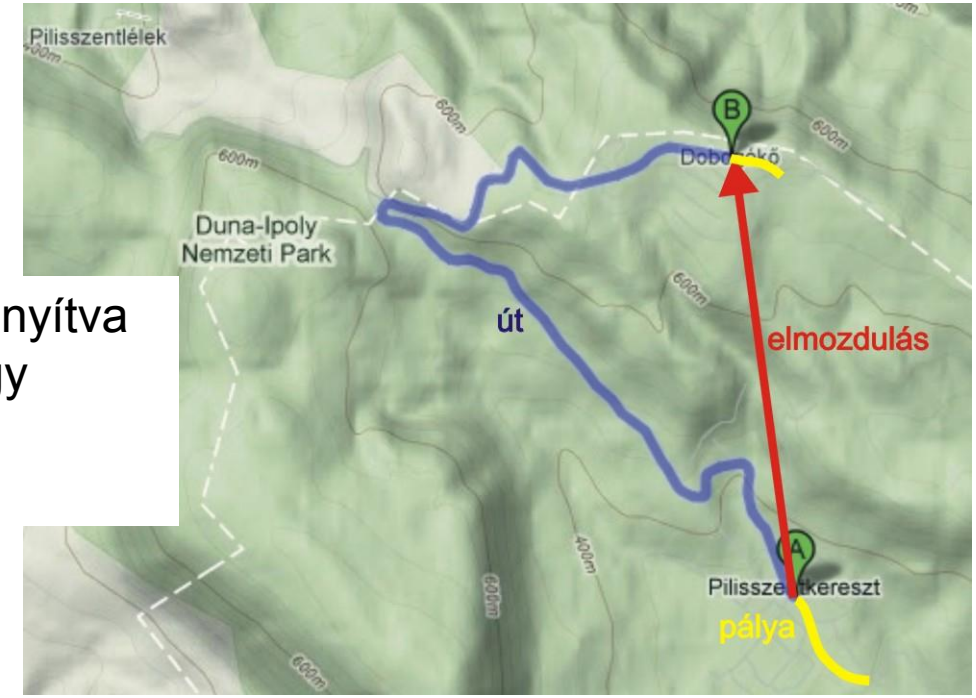
b) t_2= ?

v_2= ?

NY Mets 2009 Season: Free Falling

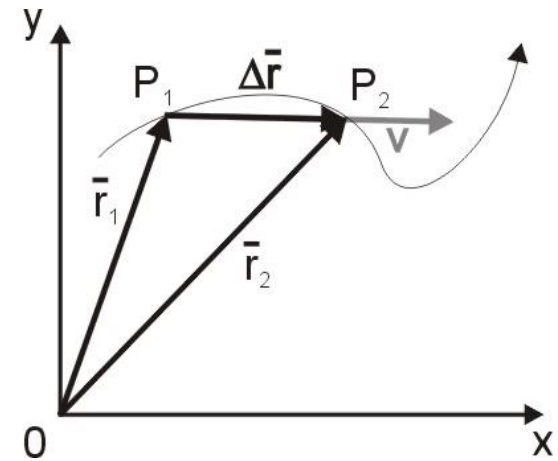
Alapfogalmak

Egy test helyét más testekhez viszonyítva adjuk meg. A viszonyított testhez egy koordinátarendszert rögzítünk, ezt vonatkozási rendszernek nevezzük.



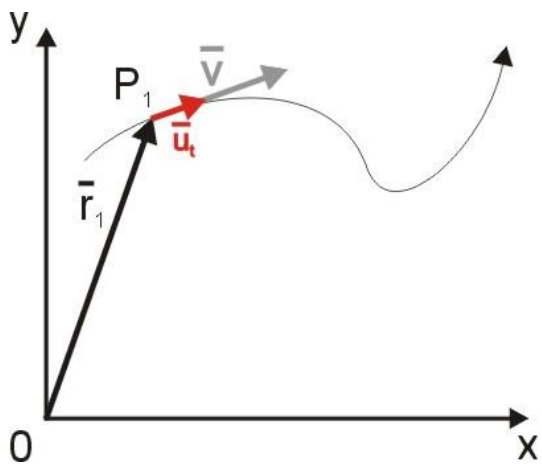
- Mozgás: a test helyzete a vonatkozási rendszerben megváltozik.
- Pálya: az a vonal, amely mentén a mozgás végbemegy.
- Út: pálya egy szakasza, jele: s
- Elmozdulás: az a vektor, amely a mozgás kezdőpontjából a végpontjába mutat.

2D és 3D mozgás



Átlagsebesség (vektor): $\vec{v}_{átl.} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

$$\vec{v}_{átl.} = \frac{elmozdulás}{idő}$$



Átlagsebesség: $v_{átl.} = \dfrac{s_{össz.}}{t_{össz.}}$

Pillanatnyi sebesség: $\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

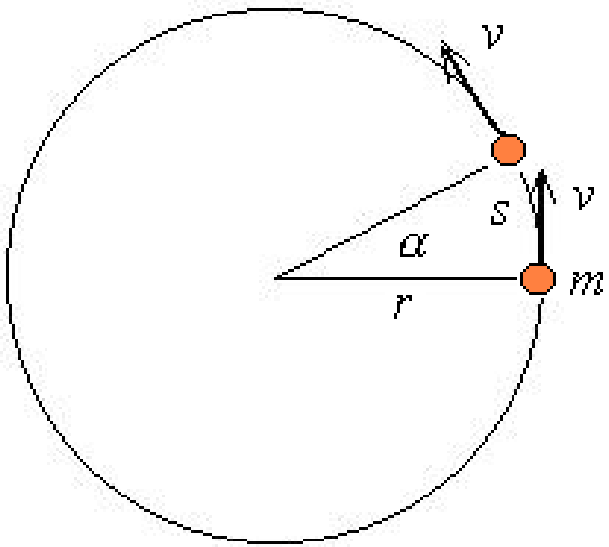
Mivel: $d\vec{r} = dr\vec{u}_t$

$\vec{u}_t$: érintő irányú egységvektor

$$\vec{v}(t) = \frac{dr}{dt}\vec{u}_t + r\frac{d\vec{u}_t}{dt}$$

$\vec{v}_t$?

Körmozgás



Egyenletes körmozgás

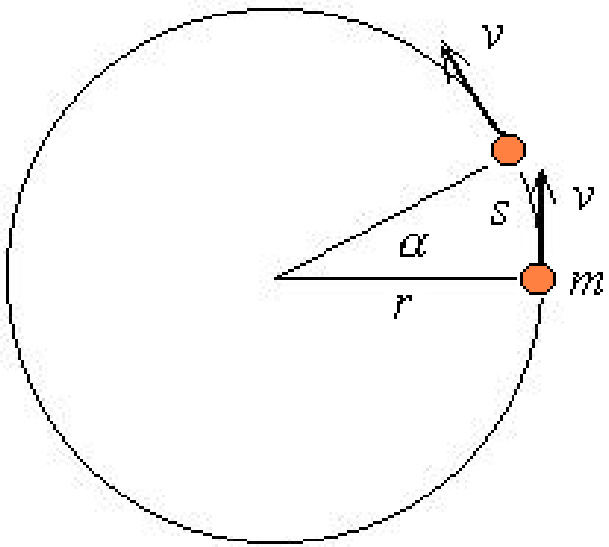
a szög elfordulás $\alpha = \omega t$

a szögsebesség $\omega = \text{állandó}$

a pálya menti elmozdulás $s = r\alpha = r\omega t = vt$

a kerületi sebesség $v = r\omega$

Körmozgás



Egyenletes körmozgás

a szög elfordulás $\alpha = \omega t$

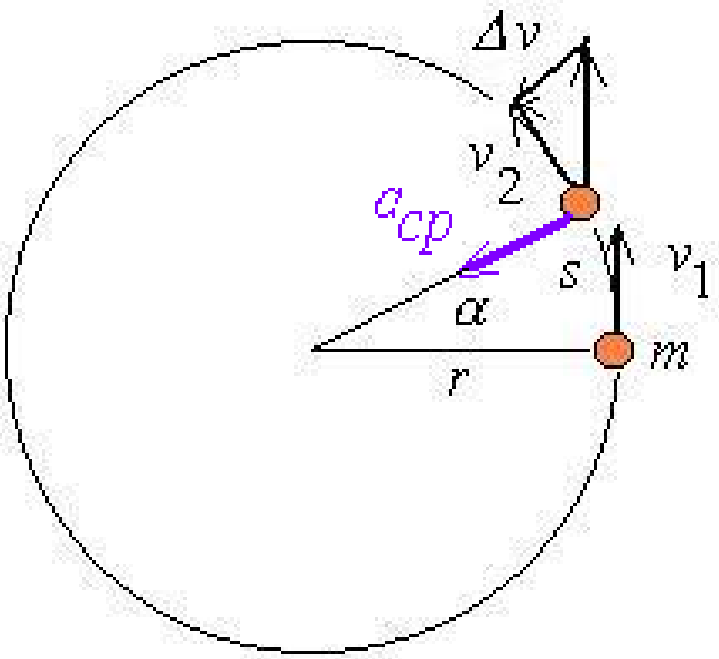
a szögsebesség $\omega = \text{állandó}$

a pálya menti elmozdulás $s = r\alpha = r\omega t = vt$

a kerületi sebesség $v = r\omega$

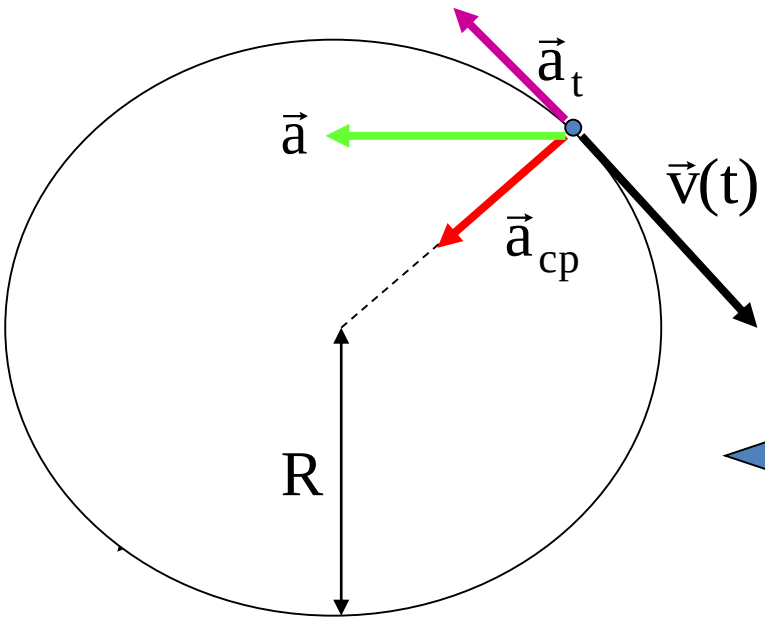
Egyenletes körmozgás

A sebesség iránya változik
ezért
gyorsuló mozgás



A gyorsulás a kör közepe felé irányul
centripetális gyorsulás

$$a_{cp} = \lim \frac{\Delta v}{\Delta t} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = v\omega$$



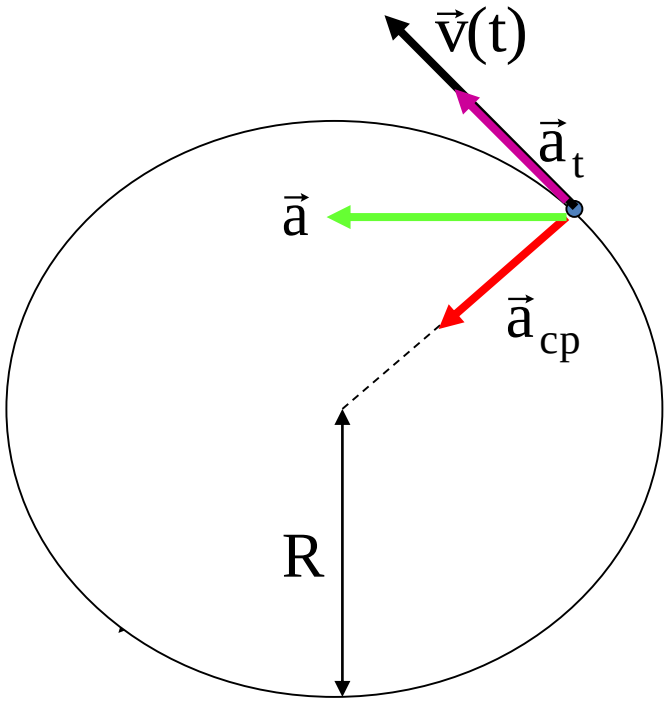
$$\vec{a} = \vec{a}_{cp} + \vec{a}_t \quad \text{ahol} \quad a_t = \frac{dv}{dt}$$

$$\vec{a}_{cp} \perp \vec{a}_t$$

v csökken: $\frac{dv}{dt} \langle 0$

$$v \neq \text{const}$$

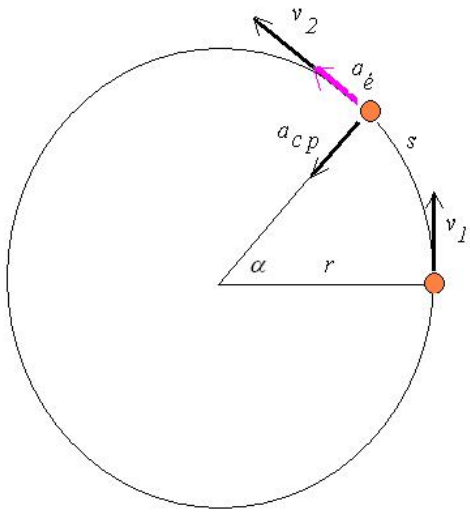
$$a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_t^2}$$



v növekszik: $\frac{dv}{dt} \rangle 0$

Egyenletesen változó körmozgás

Az érintő irányú sebesség nagysága is változik, van érintő irányú gyorsulás is, amely állandó



szögelfordulás

$$\alpha = \alpha_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\beta t^2$$

megtett út

$$s = r\alpha = r\alpha_o + r\omega_o t + r\frac{1}{2}\beta t^2$$

szögsebesség

$$\omega = \omega_o + \beta t$$

kerületi sebesség

$$v = r\omega = r\omega_o + r\beta t$$

szöggyorsulás

$$\beta = állandó$$

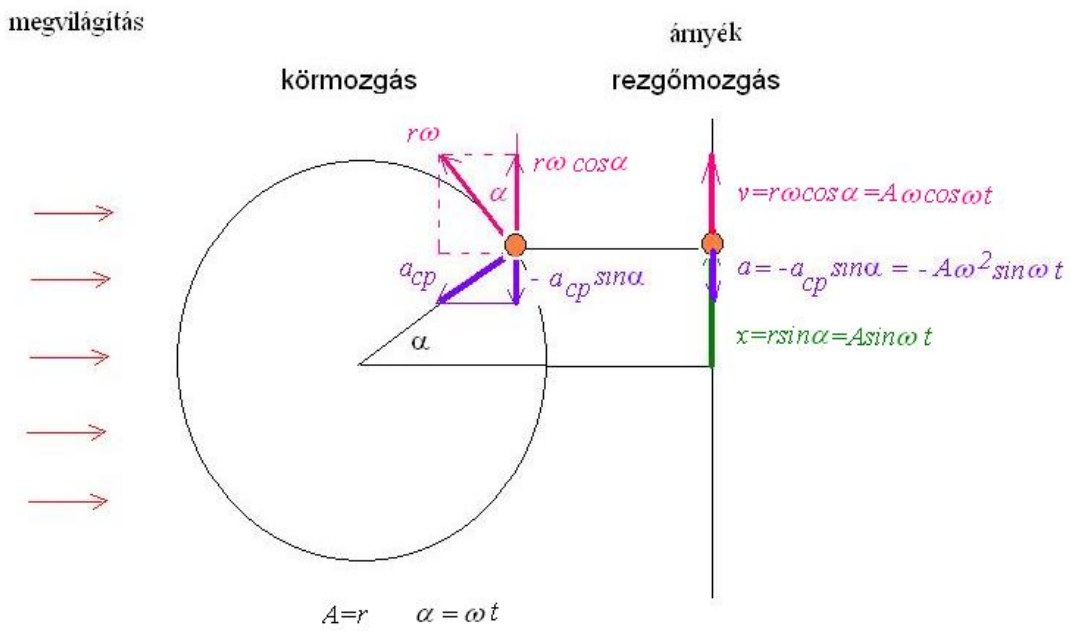
kerületi gyorsulás

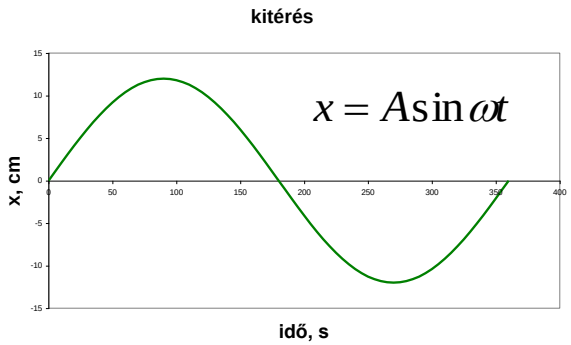
$$a_é = r\beta$$

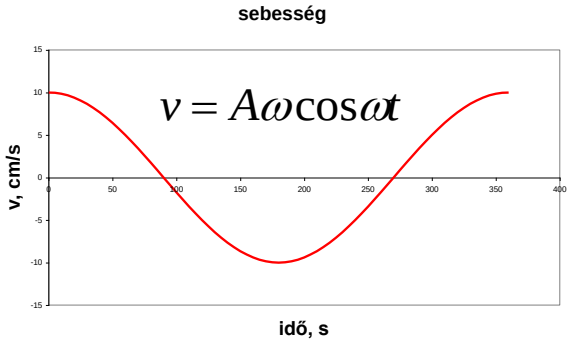
centripetális gyorsulás

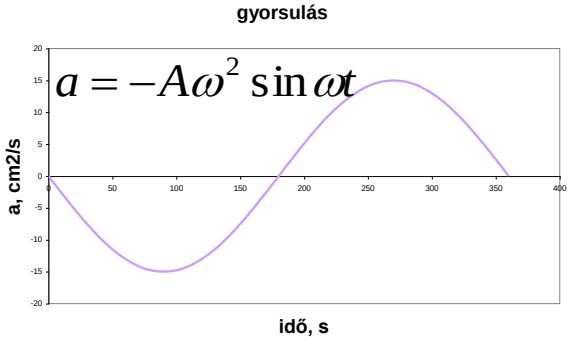
$$a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

Harmonikus rezgőmozgás









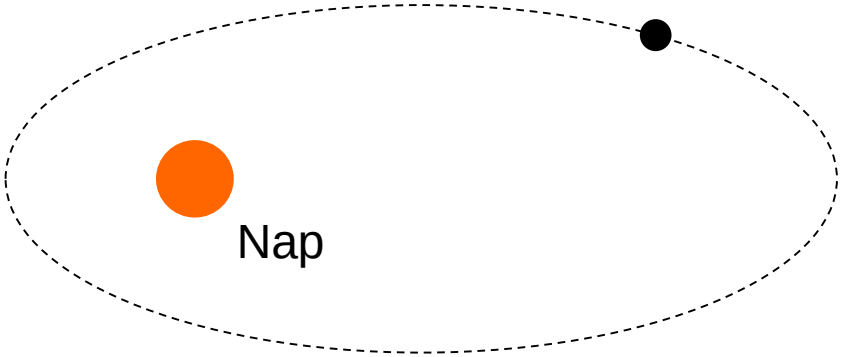
a maximális kitérés az ***amplitúdó, A***
egy rezgési periódus ideje ***a rezgésidő, T***
a sebesség a kitéréssel egy irányú
a gyorsulás a kitéréssel ellentétes irányú

Kinematika → dinamika

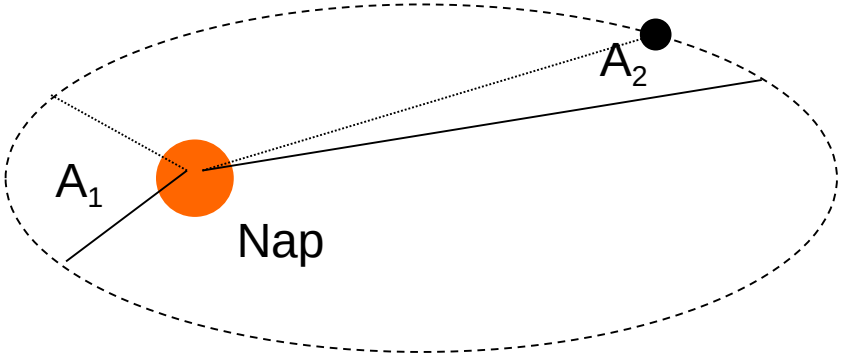
Kepler törvények

(Tycho de Brahe)

1.

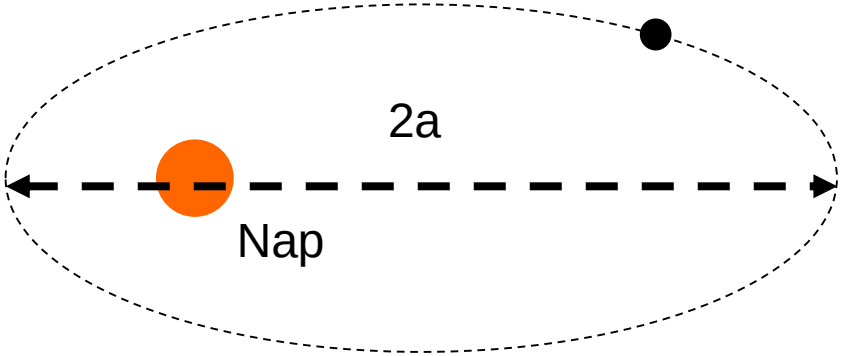


2.



$A_1 = A_2$

3.



$$\frac{T^2}{a^3} = const.$$