

**A4.) feladat**

Egy „ $m$ ” tömegű pont az „ $x$ ” tengely mentén mozoghat. A tömegpontra csak egy  $F_{CS}$  csillapító erő hat. A tömegpont az origóból ( $x=0$ ) „ $v_0$ ” kezdeti sebességgel ( $t=0$ ) indul.

- Legyen  $F_{CS} = -k\dot{x}$ . Írja fel a pont  $x(t)$ -re vonatkozó mozgásegyenletét!
- Írja át a mozgásegyenletet úgy, hogy az a „ $v(t)$ ” sebességre vonatkozzon!
- A megadott kezdeti feltételek mellett határozza meg a  $v(t)$  függvényt és rajzolja fel!
- A  $v(t)$  ismeretében határozza meg az  $x(t)$  függvényt s rajzolja fel!
- Mikor áll meg a tömegpont és mekkora utat tett meg a megállásig?

**A5.) feladat**

Egy „ $m$ ” tömegű pont az „ $x$ ” tengely mentén mozoghat. A tömegpontra csak egy  $F_{CS}$  csillapítási erő hat. A tömegpont az origóból ( $x=0$ ) „ $v_0$ ” kezdeti sebességgel ( $t=0$ ) indul.

- Legyen  $F_{CS} = -(k\dot{x})^2$ . Írja fel a pont  $x(t)$ -re vonatkozó mozgásegyenletét!
- Írja át a mozgásegyenletet úgy, hogy az a „ $v(t)$ ” sebességre vonatkozzon!
- A megadott kezdeti feltételek mellett határozza meg a  $v(t)$  függvényt és rajzolja fel!
- A  $v(t)$  ismeretében határozza meg az  $x(t)$  függvényt s rajzolja fel!
- Mikor áll meg a tömegpont és mekkora utat tett meg a megállásig?

**A6.) feladat**

Egy „ $m$ ” tömegű pont az „ $x$ ” tengely mentén mozoghat. A **tömegpontot** az origóhoz egy (zérus nyugalmi hosszúságú) „ $D$ ” paraméterű rugó köti. A sebességgel arányos csillapítási tényező „ $k$ ”. A „ $k$ ” értéke  $k = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{4mD}$ . A szokásos módon vezessük be a „ $2\alpha = k/m$ ” jelölést! A tömegpontot a mozgás indulásakor ( $t=0$ ) „ $+x_0$ ” távolságra kitérítjük az egyensúlyi helyzetéből azaz  $x(0) = +x_0$ . Ezután  $v_0 = -2\alpha x_0$  kezdősebességgel elindítjuk.

- Írja fel a tömegpont mozgásegyenletét a megadott „ $k$ ” érték esetén!
- Írja fel az oszcillátor mozgásegyenletét úgy, hogy benne az „ $\ddot{x}$ ” együtthatója egységnyi legyen és használja az „ $\alpha$ ” szimbólumot!
- Határozza meg a mozgásegyenlet általános megoldását!
- Határozza meg az  $x_0$  és a  $v_0$  kezdeti feltételeket kielégítő  $x(t)$ -függvényt!

**EXTRA:**

- Határozza meg, az  $x(t_0)$  értéket, ha  $v(t_0)=0$  és  $t_0$  véges érték!
- Rajzolja fel az így kapott  $x(t)$  függvényt!

## MECHANIKA 1

## B) HF 02.

## B3.) feladat

Egy „ $m$ ” tömegű pont az „ $x$ ” tengely mentén mozoghat. A pontot az origóhoz egy (zérus nyugalmi hosszúságú) „ $D$ ” paraméterű rugó köti. A sebességgel arányos csillapítási tényező „ $k$ ”. (Csillapított oszcillátor.) Legyen  $k = \sqrt{4mD}$ . Jelölje  $\omega_0 = \sqrt{D/m}$ ! A tömegpont kezdetben nyugalomban van. Az oszcillátorra ható gerjesztő erő legyen

$$F(t) = m \cdot f_0 \cdot \Theta(t) \cdot \exp\{-\omega_0 t\} \cdot \sin\{\omega_0 t\}$$

Ahol  $\Theta(t)$  a  $(t=0)$ -nál fellépő „egységugrás függvény”

- Rajzolja fel az  $F(t)$  erőfüggvényt!
  - Írja fel az oszcillátor mozgásegyenletét úgy, hogy benne az „ $\ddot{x}$ ” együtthatója egységnyi legyen és az „ $\omega_0$ ” -n kívül csak az  $f_0$  erőparaméter szerepeljen benne!
  - Határozza meg a homogén egyenlet „ $x_H(t)$ ” általános megoldását!
  - Határozza meg az inhomogén egyenlet „ $x_{IH}(t)$ ” egy (partikuláris) megoldását!
- (Itt célszerű komplex függvényekre áttérni úgy, hogy a képzetes rész adja az  $x_{IH}(t)$  fizikai megoldást!)
- Határozza meg a kezdeti feltételeknek eleget tevő  $x(t)$  mozgás függvényét!
  - Vácsolja fel (kvalitatíve helyesen) az  $x(t)$ -t!
  - (EXTRA!) Számítógéppel rajzolja fel az  $x(t)$  függvényt!

## B4.) feladat

Függőleges síkban egy matematikai inga szabadon mozoghat. Az inga merev szárának a hossza „ $R$ ”, a szár végén „ $m$ ” tömegű pontszerű test van. Az inga szára a függőleges iránnyal „ $\varphi$ ” szöget zár be. Az inga pillanatnyi helyzetét ez a „ $\varphi(t)$ ” szög adja meg. Legyen a potenciális energia akkor zérus, ha az inga vízszintes helyzetben van (pl:  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ )! (Lásd a mellékelt ábra!)

- Adja meg azokat az „ $E$ ” (össz)energia tartományokat, amikor az inga lengő, illetve forgó mozgást végez. Mekkora az az  $E_0$  energia, amely ezt a két energia tartományt elválasztja egymástól?
- Vácsoljon fel az inga mozgását jellemző egy-egy  $\dot{\varphi} - \varphi$  „fázisgörbét”, amikor az inga „ $E$ ” (össz)energiája  $E = E_0$ ,  $E < E_0$  és  $E > E_0$ !
- Az „ $E$ ” összenergia és a  $V(\varphi)$  potenciális energiafüggvény ismeretében írja fel a „ $T$ ” periódusidőt meghatározó integrált!
- A megadott  $\varphi \rightarrow \alpha$  transzformációval alakítsa át a „ $T$ ” periódusidőt meghatározó integrált úgy, hogy megjelenjen benne az ún. „elsőfajú, teljes elliptikus integrál”! (Lásd a mellékelt ábra!)
- Határozza meg a  $T$  lengésidőt, ha  $E = E_0$ !
- Határozza meg a  $T$  periódus időt, ha  $E = 2E_0$ !