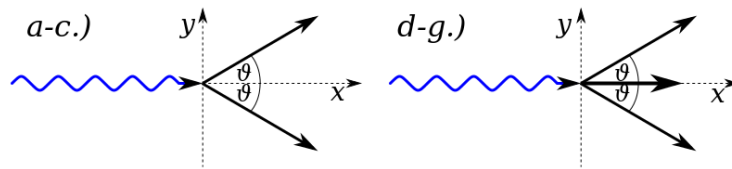


A 03.) feladat



A tapasztalat szerint a nagy energiás fotonok képesek ún. „párkeltésre”. Ekkor egy foton „eltűnik” és ugyanakkor egy „elektron-positron pár” keletkezik. Az egyszerűség végett egy „szimmetrikus esetet” fogunk vizsgálni. Tekintsünk egy foton, amelyik az „x” tengely mentén halad. A foton eltűnik és helyette két részecske (elektron és pozitron) keletkezik. A tapasztalat szerint a két részecske m_0 nyugalmi tömege azonos. Mozogjon a két részecske az „x” tengelyre szimmetrikusan, $\pm \vartheta$ irányban, egyforma nagyságú sebességgel!

(A foton egy olyan részecske, melynek négyes impulzusa $(p^\mu) = \hbar \left(\frac{\omega}{c}, \vec{k} \right)$, ahol $\omega = c |\vec{k}|$.)

- Írja fel a rendszer párkeltés előtti és a párkeltés utáni négyes impulzusát!
- Írja fel a rendszerre az energia és a (három) impulzus megmaradásának a tételét!
- Mutassa meg, hogy a speciális relativitás posztulátumai szerint a reakció ilyen formában nem jöhet létre! (Segítség: Mekkora lenne az elektron és pozitron sebessége?)

Tételezzük fel, hogy a szóban forgó párkeltés egy (az x tengelyen lévő) M_0 tömegű részecske közvetlen közelében történik. Ez azt lelenti, hogy az M_0 „meglökődik” és egy „x” irányú sebességre tesz szert. A reakció térbeli szimmetriája maradjon ugyanaz, mint az előző (a-b-c) esetben volt.

d.) Írja fel az M_0 -t tartalmazó rendszernek a párkeltés előtti és a párkeltés utáni négyes impulzusát!

e.) Írja fel az M_0 -t tartalmazó rendszerre az energia és a (három) impulzus megmaradásának a tételét!

f.) A kilépő elektron és pozitron „v” sebességének az ismeretében határozza meg az M_0 tömeg $v_M \ll c$ sebességét nem relativisztikus közelítésben! (EXTRA! Mekkora a $\pm \vartheta$ szög?)

A 04.) feladat

Ismeretes, hogy egy foton, négyes impulzusa az álló K rendszerben a szokásos módon jelölve $(p^\mu) = \hbar \left(\frac{\omega}{c}, \vec{k} \right)$, ahol $\omega = c |\vec{k}|$. Tekintsünk két, $(p^\mu)_1$ és $(p^\mu)_2$ -el definiált foton! A

két foton olyan, hogy mind a frekvenciájuk, mind a haladásuk iránya különböző (azaz $\omega_1 \neq \omega_2$ és $\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2$).

Vegyünk egy (tetszőlegesen) mozgó K' inercia rendszert. Ebben a K' rendszerben a két foton frekvenciája és hullámszámvektora legyen $\omega'_1, \omega'_2, \vec{k}'_1, \vec{k}'_2$. Ismeretes, hogy bármilyen két négyes vektor skaláris szorzata invariáns skalár. Ez az invariancia igaz a két foton négyes impulzusának az egymással vett skalár szorzatára is.

a.) A fent közölt adatok felhasználásával írja fel a két foton négyes impulzusának az egymással vett skalár szorzatát mind a K, mind pedig a K' rendszerben!

b.) Az a.) alapján írja fel a skalár szorzat invarianciáját megadó összefüggést!

Legyen a \vec{k}_1 és a \vec{k}_2 vektorok közötti szög ϑ . Tekintsünk egy olyan speciális K_S rendszert, amelyben a fotonok egymással ellentétes irányban mozognak és a hullámhosszuk megegyezik.

c.) Írja fel ebben a K_S rendszerben a szóban forgó invariancia tételt!

d.) Ennek alapján határozza meg a fotonok frekvenciáját a K_S rendszerben!

B 04.) feladat

Az atommag-atommag ütközések egyszerűsített relativisztikus modelljében, egy m_1 nyugalmi tömegű és $\beta_1 = v_1 / c$ sebesség-paraméterű atommag ütközik egy m_2 nyugalmi tömegű, kezdetben álló atommagnak. Az ütközés után egy magasan gerjesztett kompozit jön létre, melynek sebesség-paraméterét jelöljük β_0 -al, és a tömegközépponti rendszerében mért energiáját ε_0 -al.

(Megj.: Ezt az energiát nevezhetnénk a kompozit nyugalmi energiájának is, de mivel ez magasan gerjesztett állapotban van, nincs „nyugalomban”, így tisztességesebb a fenti megfogalmazás.)

- Írja fel a két mag ütközés előtti négyes impulzusait.
- Írja fel a (négyes) impulzusmegmaradás törvényét az ütközésre, és ez alapján fejezze ki a kompozit négyes impulzusát az ütközés után!
- Ismeretes, hogy a négyesimpulzus Minkowski-hossza Lorentz-invariáns. Ezt felhasználva fejezze ki a kompozit ε_0 tömegközépponti rendszerben mért energiáját!
- Határozza meg a kompozit β_0 sebességparaméterét! Fejezze ki ennek numerikus értékét, ha $m_1 = 40u_a$, $m_2 = 238u_a$, és $\beta_1 = 0,8$, ahol u_a az atomi tömegegységet jelöli.

A legerjesztődés során a kompozit egy protont bocsájt ki, $\beta_c = 0,2$ sebesség-paraméterrel.

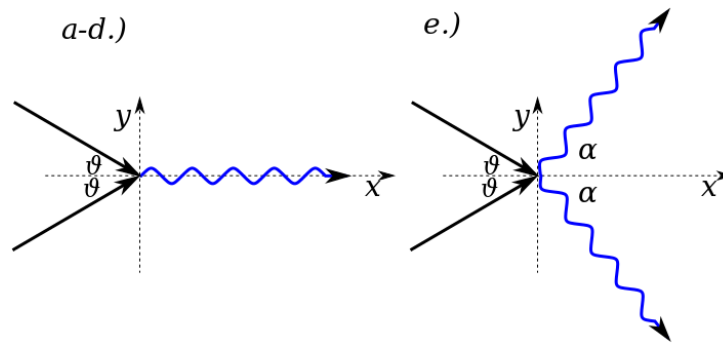
Sebességének iránya a kompozit tömegközépponti rendszerében 60° -ot zár be a laboratóriumi rendszerbeli haladási iránnyal.

- Adjuk meg a proton sebességének nagyságát és irányát a laboratóriumi rendszerben, a korábbi numerikus adatok alapján!
- Mekkora hibát követtünk volna el, ha az e.) feladatban végzett számításainkban elhanyagoljuk a relativisztikus effektusokat, azaz a Lorentz-transzformáció helyett a Galilei-transzformációs szabályokat használtuk volna?

B 05.) feladat

Egy π -mezon, melynek (hármás) impulzusa kezdetben $5m_\pi c$ nagyságú, rugalmasan ütközik egy kezdetben nyugalomban lévő protonnal ($m_p = 7m_\pi$). Ütközési feladatok során hasznos lehet áttérni tömegközépponti rendszerbe, és ebben a feladatban csupán ennek az áttérésnek a megvalósítása a célunk.

- Írjuk fel a két részecske négyes-impulzusát külön-külön, ill. a rendszer teljes négyesimpulzusát is!
- Tömegközépponti rendszernek azt nevezzük, ahol a rendszer teljes négyesimpulzusa $P_{TKP}^\mu = (E_{TKP} / c, 0, 0, 0)$ alakú. Itt E_{TKP} jelöli a rendszer teljes energiáját a tömegközépponti rendszerben. Adjuk meg a tömegközépponti rendszer sebességét a laboratóriumi rendszerhez képest!
(Megj.: Ezt a számolást el lehet végezni közvetlenül is, de akár a korábban bevezetett rapiditás paraméter segítségével is.)
- Mekkora a rendszer E_{TKP} összenergiája a tömegközépponti rendszerben?
- Mekkora a beérkező pion, ill. a proton impulzusa a tömegközépponti rendszerben?
- Mekkora a pion ill. proton sebessége a tömegközépponti rendszerben?
- Mutassuk meg, hogy egy rugalmas ütközés esetén (amikor az ütközés előtt ill. után ugyanolyan részecskék vannak a rendszerben.) a TKP rendszerben a beeső és kilépő részecskék sebességeinek nagysága nem változik, hasonlóan a korábban tanult (nemrelativisztikus) esethez!

B 06.) feladat

A részecskefizikai kísérletekben tapasztalt jelenség az ún. „anihiláció”. Ennek egyik példája az, amikor egy elektron és egy pozitron „ütközik” egymással. Az effektus során az „elektron-pozitron” pár megsemmisül és helyettük két foton keletkezik.

Tudjuk, hogy az elektron és a pozitron m_0 (nyugalmi) tömege megegyezik.

A következőkben egy egyszerű esetet fogunk vizsgálni. Ekkor a két részecske sebessége ugyanakkora és az egyenes vonalú pályájuk az „x” tengelyre nézve szimmetrikusan helyezkednek el. A pályák metszéspontja az „x” tengelyen van. A pályák vonala az „x” tengellyel $\pm \vartheta$ szöget zárnak be. Nyilvánvaló, hogy a reakció a pályák metszéspontjában, az „x” tengelyen jön létre.

Látszólag lehetséges lenne olyan anihilációs folyamat is, amikor csak egyetlen foton keletkezik és ennek a (hármás) impulzus vektora az „x” tengelyen van.

a.) Rajzolja fel a hármás impulzusoknak az (egyfotonos) folyamat során érvényes vektorábráját!

b.) Írja fel a rendszer négyes impulzusát az anihiláció előtti és utáni állapotra.

c.) A b.) alapján írja fel az energia és a (hármás) impulzus megmaradásának a tételét!

d.) Mutassa meg, hogy a „látszat” ellenére, a relativitás alapelvei szerint, ilyen egyfotonos anihiláció nem létezik.

e.) Tegyük fel, hogy két azonos frekvenciájú foton keletkezik. Ezeknek az impulzusa $\pm \alpha$ szöget zár be az „x” tengellyel. Ismertnek tételezve fel a beérkező elektron és pozitron sebességét, a négyes impulzusra vonatkozó megmaradási törvény alkalmazásával határozza meg az α szöveget!

Vizsgáljuk meg az anihiláció jelenségét az elektron-pozitron pár tömegközépponti rendszerében!

f.) Rajzolja fel a folyamatot jellemző (hármás) impulzus vektorokat!

g.) Határozza meg a keletkező fotonok frekvenciáját!

h.) Vizsgálja meg, hogy a négyes impulzus megmaradása miként határozza meg a keletkező fotonok \vec{k}_1 és \vec{k}_2 hullámszám vektorát!

i.) A h.) ismeretében **írja le** az anihilációs jelenséget abban az álló K rendszerben, amelyben a tömegközéppont az „x” tengely mentén „V” sebességgel mozog! Mi a feltétele annak, hogy az e.) feladatban szereplő „szimmetrikus” ütközést lássuk?
