

1. Feladatok munkavégzés és konzervatív erők tárgyköréből. Munkatétel

Munkavégzés, teljesítmény

1.1. Feladat: (HN 6B-8) **Órai kidolgozásra 1. feladat** Egy rúgót nyugalmi állapotból 4 J munka árán 10 cm-rel nyújthatunk meg. Mekkora munkavégzés szükséges további 10 cm-rel való megnyújtásához, ha a Hooke-törvény mindvégig érvényben marad?

1.2. Feladat: (HN 6B-10) Egy rugó által kifejtett erő a Hooke-törvény helyett az $F = -kx^3$ törvény szerint változik, ahol $k = 200 \text{ N/m}^3$. Mennyi munkát végzünk, míg 0,1 m-ről 0,3 m-re nyújtjuk?

1.3. Feladat: (HN 6B-27) * A 200 N súlyú gyerek nyugalmi helyzetben lévő, 3 m-es kötelű hintán ül. A gyerek barátja húzza oldalra, hogy a hinta kötele 36° -os szöget alkosson a függőlegessel. Határozzuk meg mekkora munkára volt ehhez szükség! A feladatot a munka definíciójának felhasználásával oldja meg!

1.4. Feladat: (HN 6B-39) **Órai kidolgozásra 2. feladat** Egy 48 km/h sebességgel egyenletesen haladó gépkocsira a légellenállás 900 N erővel hat. Mekkora teljesítménnyel dolgozik a motor a légellenállás leküzdésére?

1.5. Feladat: (HN 6C-57) Egy testet a koordinátarendszer origójából egyenes vonalban állandó $\mathbf{F} = f_1\hat{x} + f_2\hat{y}$ ($f_1 = 2\text{N}$; $f_2 = 4\text{N}$) erővel az $\mathbf{r} = s_1\hat{x} + s_2\hat{y}$ ($s_1 = 1\text{m}$; $s_2 = 5\text{m}$) helyre viszünk. (Az egyenesvonalú egyenletes mozgás fenntartásához természetesen egyéb kényszererők is fellépnek.) Határozzuk meg az \mathbf{F} erő munkáját

(a) közvetlenül az $\mathbf{F}\Delta\mathbf{r}$ skaláris szorzattal,

(b) az $|\mathbf{F}||\Delta\mathbf{r}|\cos\theta$ szorzattal!

1.6. Feladat: (HN 6C-58) **Órai kidolgozásra 3. feladat** Egy fiú a $m_0 = 3$ kg tömegű, $l_0 = 2$ m hosszúságú hajlékony láncot egyik végénél fogva úgy tartja, hogy a másik vége éppen a leér a földre.

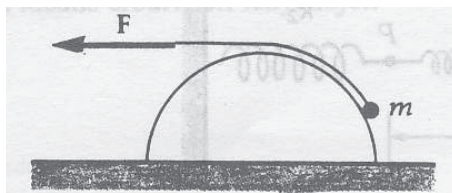
(a) Határozzuk meg, hogy miként változik a gyerek által kifejtett erő, ha a láncot egyenletes sebességgel s távolsággal lejjebb eresztzi!

(b) A $W = \sum_i \mathbf{F}_i \Delta \mathbf{s}_i$ összegzés vagy a $W = \int \mathbf{F} ds$ integrál felhasználásával számítsuk ki azt a munkát, amit a gyerek végez, míg a teljes láncot a földre eresztzi!

1.7. Feladat: (HN 6C-59) * A 1. ábrán látható súrlódásmentes félhenger aljáról a tetejére húzunk fel egy m tömegű testet a henger tetején átvett kötél segítségével.

(a) Határozzuk meg a kötélerőt a hely függvényében!

(b) Az $\int \mathbf{F} ds$ integrál segítségével határozzuk meg azt a munkát, ami a testnek a henger aljáról a tetejéig való egyenletes sebességű felhúzásához szükséges! A henger sugara R .



1. ábra.

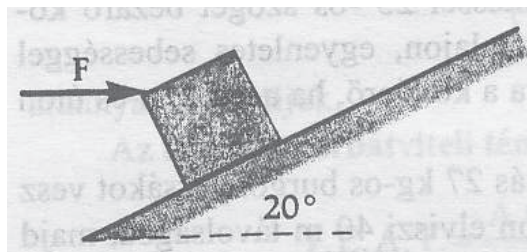
1.8. Feladat: (HN 6C-73) * A 4 kg tömegű, nyugalomban lévő testet a rá ható változó erő az $x = 2t - 3t^2 + t^3$ függvény szerint mozgat. (Az x -et méterben, a t -t másodpercben mérjük.) Határozzuk meg, hogy mekkora munkát végez ez az erő a mozgás első három másodpercében!

1.9. Feladat: (HN 6C-75) Az m tömegű test a nehézségi erő hatására szabadon esik. Mutassuk meg, hogy h távolság megtétele alatt a nehézségi erő átlagos teljesítménye: $P_{\text{átl}} = m\sqrt{g^3 h/2}$!

Munkatétel

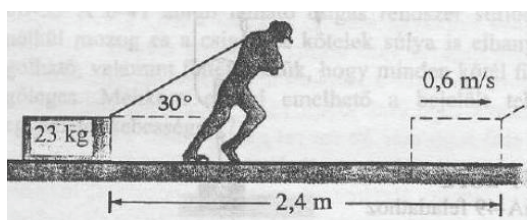
1.10. Feladat: (HN 6B-23) A 2. ábra szerint 2 kg-os testet vízszintes 27 N nagyságú erővel tolongunk fel egy 20° -os lejtőn. A csúszási súrlódási együttható a lejtő és a test között 0,180.

- (a) Mekkora a test gyorsulása?
 (b) Határozzuk meg a kinematikai egyenletek felhasználásával a nyugalomból induló test sebességét abban a pillanatban, amikor 3 m-t tett meg a lejtőn felfelé!
 (c) Válaszoljunk a (b) kérdésre a munkatétel alkalmazásával!



2. ábra.

1.11. Feladat: (HN 6B-28) **Órai kidolgozásra 4. feladat** A 3. ábrán látható ember nyugalmi helyzetből indulva 2,4 m távolságra húz el egy 23 kg-os ládát az érdes ($\mu = 0,5$) padlón. A láda végsebessége 0,6 m/s. A munkatétel alkalmazásával határozzuk meg, hogy mekkora állandó erőt fejtett ki az ember?



3. ábra.

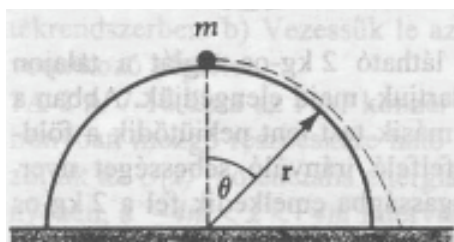
1.12. Feladat: (HN 8B-29) Egy 5 g tömegű 700 m/s sebességű golyó behatol egy rögzített fakockába és megáll benne. Tegyük fel, hogy a fakocka $8 \cdot 10^3$ N nagyságú állandó erőt fejt ki a golyóra, míg az meg nem áll. Határozzuk meg

- (a) mennyi idő alatt áll meg a golyó?
 (b) milyen mélyen hatol be a fába?
 (c) mennyi munkát végez a fakocka, amíg a golyó meg nem áll?
 (d) mennyivel változik meg a golyó mozgási energiája?

- 1.13. Feladat:** A d vastagságú deszkába m tömegű v_0 sebességű lövedék csapódik. Mekkora lesz a másik oldalon kilépő lövedék v sebessége, ha
- a deszkában állandó a ható F erő,
 - a deszkában a behatolási mélységtől függő $F(x) = cx^2$ erő fékezi? (A c konstans paraméter.)

Munkavégzés konzervatív erőterben. Potenciális energia

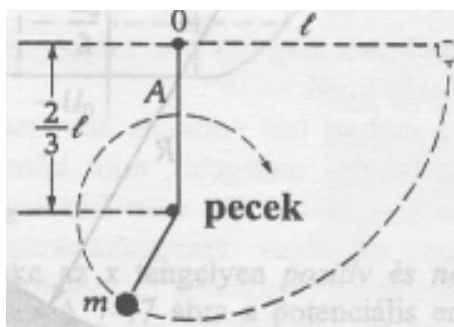
- 1.14. Feladat:** (HN 7B-18) **Órai kidolgozásra 5. feladat** Egy kicsiny, m tömegű test a sima, r sugarú félgömb tetején nyugszik. A nyugalmi helyzetéből kissé kimozdítva, súrlódásmentesen lecsúszik a gömbön. Mekkora a függőlegessel bezárt szög, amikor a test elhagyja a gömb



4. ábra.

felszínét?

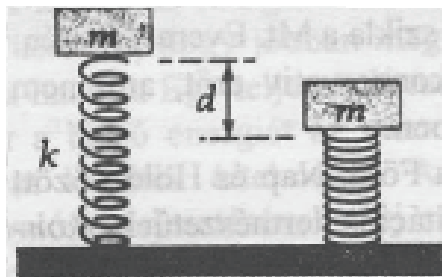
- 1.15. Feladat:** (HN 7B-21) Egy m tömegű testet l hosszúságú kötéltre ingaként felfüggesztünk. A test vízszintes helyzetből indul. Az O felfüggesztési ponttól $2/3l$ távolságban kicsiny pöcköt helyeztünk el, melybe a kötéllengése során beakad. Így a test a legalsó pont elérése után egy $1/3l$ sugarú függőleges körpályára tér át. Határozzuk meg a fonalat feszítő erőt az A pontban,



5. ábra.

ami a pöcök elérése utáni legmagasabb helye a testnek!

1.16. Feladat: (HN 7A-10) **Órai kidolgozásra 6. feladat** Egy m tömegű téglá úgy van fel-erősítve, hogy a k rugóállandójú rugót éppen csak érinti. A téglát ekkor elengedjük nyugalmi



6. ábra.

helyzetéből. Határozzuk meg, hogy milyen d távolságra jut el a téglá az elengedés után!

1.17. Feladat: A völgy fölött h magasságban átvezető viaduktról gumiköteleken ugrálnak alá (bungee jumping). Milyen L hosszúságúnak válassza az m tömegű ugró a k direkció erejű gumi-kötelet, hogy a talajt éppen érintse? (Az ugró kiterjedése legyen pontszerű.)

1.18. Feladat: * Az m_0 tömegű l_0 hosszúságú lánc a földön hever. A végét elkezdjük állandó v_0 sebességgel emelni. a, Mekkora erőt kell ehhez kifejteni? b, Mekkora a végzett összes munka, amikor a köté végé éppen elhagyja a talajt?

Energiatétel

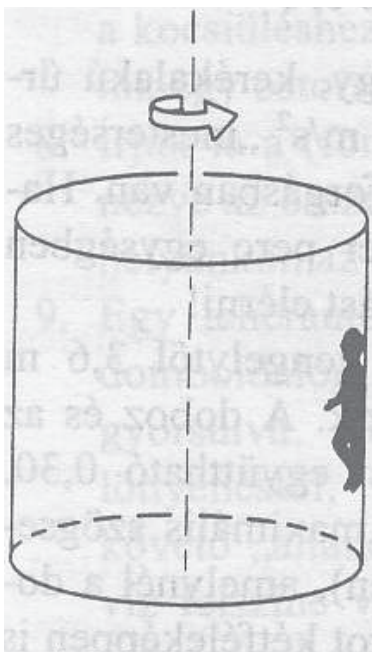
1.19. Feladat: Egy 60 kg-os láda 4 m magasról lecsúszik egy a vízszintessel 30° -os szöget bezáró lejtőn. Mekkora a súrlódási erő munkája ezalatt, ha a láda 5 m/s sebességet ér el?

1.20. Feladat: Az α hajlásszögű, μ súrlódási együtthatójú lejtő alján felfelé lökünk v_0 sebességgel egy m tömegű testet. A test a mozgás tetőpontját elérve visszacsúszik. Mekkora lesz a sebessége a lejtő alján? A feladatot oldjuk meg a
(a) dinamikai egyenletek megoldásával és
(b) az energiatétel felhasználásával!

2. Feladatok a gyorsuló koordináta-rendszerek tárgyköréből

Centrifugális erő

2.1. Feladat: (HN 13B-20) Egy népszerű vidámparki mutatványnál a látogatók egy függőleges tengely körül forgó henger belső falának támaszkodnak a 7. ábrának megfelelően. Ezután a padlót lesüllyesztik, és hagyják, hogy a látogatók a centrifugális erőtől a falhoz "odaszögezve" és a súrlódási erő következtében a lecsúszástól védve a falon maradjanak. A henger R sugarának, az ω szögsebességnek és a g nehézségi gyorsulásának függvényében határozzuk meg azt a legkisebb μ nyugalmi súrlódási együtthatót, amely a lecsúszást megakadályozza. A feladatot forgó vonatkoztatási rendszerben oldjuk meg!



7. ábra.

2.2. Feladat: Órai kidolgozásra 7. feladat Egy $M = 1,499 \cdot 10^{25}$ kg tömegű, $R = 10000$ km sugarú bolygó északi sarkán $k = 100$ N/m direkciós erejű rugóra $m = 1$ kg tömegű testet lógatunk. A bolygó $\omega = 10^{-4}$ 1/s szögsebességgel forog.

- Mekkora a rugó megnyúlása?
- Ezt követően a mérést az egyenlítőn megismételjük. Mennyi ekkor a rugó megnyúlása?

2.3. Feladat: (HN 14C-39) Az ω szögsebességgel forgó ringlispíl középpontjától r távolságra lévő helyen h magasságból egy tárgyat ejtenek a padlóra. A mozgást a ringlispíl vonatkoztatási rendszeréből vizsgálva mutassuk meg, hogy az elejtés talppontja és a becsapódási pont közötti távolság jó közelítéssel $\omega^2 rh/g$. Milyen feltételezésekkel kell élni a feladat megoldása során?

Coriolis-erő

2.4. Feladat: (HN 14C-30) **Órai kidolgozásra 8. feladat** Írjuk le, hogyan tudna egy személy a forgásban lévő ringlispíl lapján járni úgy, hogy a rá ható Coriolis-erő és a centrifugális erő egymással egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú legyen! (A ringlispíl forogjon az óra járásával ellentétesen.)

2.5. Feladat: Egy forgótárcsa szélén álló ember eldob egy testet vízszintesen a függőleges forgástengely irányába 10 m/s kezdősebességgel. A tárcsa percnként 600 -at fordul. Mekkora a tárcsa vonatkoztatási rendszerében a test pályájának kezdeti görbületi sugara?

2.6. Feladat: (HN 14C-33) A mesterlövész balról jobbra haladó célpontra céloz. A célt követő puskacső a vízszintes síkban mozog. A puska szögsebessége $1,5 \text{ rad/s}$ abban a pillanatban, amikor az 5 g tömegű lövedék 500 m/s sebességgel éppen kilép a csőből.

- (a) A forgó rendszerben mekkora Coriolis-erő hat a lövedékre a cső elhagyásának pillanatában?
- (b) Milyen irányú ez az erő?

2.7. Feladat: (HN 14C-38) A percnként tízet forgó ringlispíl szélén álló kislány 10 m/s vízszintes kezdősebességgel labdát dob a forgástengely felé. Úgy látja, hogy a pályagörbe jobbra kanyarodik.

- (a) Számítsuk ki a pályagörbe kezdeti vízszintes görbületi sugarát!
- (b) Amikor a labdát dobó kislány a ringlispíl közepe felé néz, jobbra vagy balra látja elmozdulni a távoli tájat?

2.8. Feladat: Órai kidolgozásra 9. feladat A Föld napi forgása következtében az eső testek kelet felé elhajlanak.

- (a) Mekkora az Egyenlítőre szabadon eső test keleti irányú gyorsulása?
- (b) Számítsuk ki, hogy a becsapódás pillanatában mekkora a keleti irányú sebessége annak a testnek, amely $h = 100$ m magasból esik szabadon az Egyenlítőre!