

# Nagyfrekvenciás jelek terjedésének fizikai alapjai

Fizika laboratóriumi gyakorlat

Simon Ferenc  
egyetemi tanár

Budapest, 2013.

# 1. fejezet

## Bevezetés

A laborgyakorlat célja, hogy a nagyfrekvenciás ( $f > 1 - 10$  MHz) mérés-technikai és jelátviteli területén felmerülő alapfogalmakat és jelenségeket bemutassa. A legfontosabb amit érdemes megjegyezni az, hogy az egyenáramú hálózatok vizsgálatakor megszokott leírásmódok nagyobb frekvenciákon érvényüket veszítik és a hagyományos áramköri jelenségeken túlmutató, szokatlan jelenségek lépnek fel mint pl. a jelek reflexiója. A fizika szempontjából itt a Maxwell-egyenletek nagyfrekvenciás, azaz hullámjelenségeket is figyelembe vevő alkalmazásáról van szó kábelek esetére.

A XIX. század közepén felmerült az igény a nagy távolságokra történő adattovábbításra, akár kontinensi méretekben (pl. tenger alatti kábelek segítségével<sup>1</sup>). Hamar kiderült, hogy a vezetékben történő jeltovábbításánál lényeges a hullámjelenségek figyelembevétele. Ez a technológiai fejlődés és igény az elméleti leírásra időben közel volt a Maxwell-egyenletek (1861) megszületéséhez. A vezetékben terjedő hullámjelenségek leírását ma mint az ún. *távíróegyenleteket*<sup>2</sup> ismerjük. Ez a Maxwell-egyenletek által megjósolt elektromágneses hullámjelenségek egyik gyakorlati alkalmazása, és e leírás gyakorlati sikere is inspirálóan hatott az elektromágneses sugárzás későbbi feldedezésére (Hertz, 1886).

A fizikus tanulmányok során eddigiekben felmerült egyenáramú (DC) és alacsony-frekvenciás váltóáramú (AC) hálózatok vizsgálatakor nem törődünk azzal, hogy a jel terjedési sebessége véges. Feltételezzük, hogy adott ponton feszültséget kapcsolva egy áramkörre, az pillanatszerűen megjelenik minden azonos potenciálú helyen. Mindez nyilvánvalóan érvényét veszíti amikor a jel számára szükséges terjedési idő,  $t = d/c$  (itt  $d$  a kábel hossza,  $c$  a közegben érvényes fénysebesség), összemérhető a jel periódusidejével:  $t \approx 1/f$  (a gyakorlatban inkább a  $10 \cdot t \approx 1/f$  feltétel a használatos). Például a tran-

---

<sup>1</sup>Az első transzatlanti kábelt 1858-ban helyezték üzembe.

<sup>2</sup>*Telegrapher's equations*

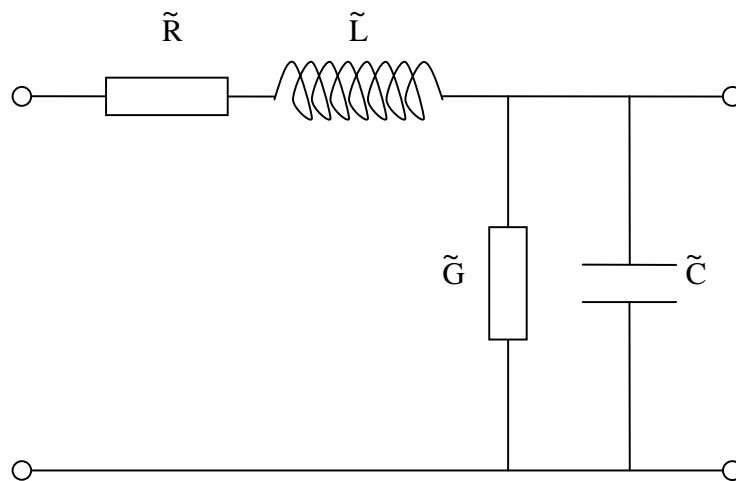
szatlanti kábel esetére az így kapott frekvencia  $f = 6$  Hz. Ez az eredmény azt jelenti, hogy a hullámjelenségek figyelembe vétele nélkül a transzatlanti kommunikáció csak ennél lényegesen alacsonyabb frekvencián, mai szóhasználattal kb. 6 Hz *sávszélességen* (azaz 6 bit/sec) mehetne csak végbe.

A hullámjelenségek figyelembevétele a modern kommunikációs eszközök-nél még fontosabb, mivel pl. 9 GHz-es vivőfrekvenciára (ami egy elterjedt kommunikációs sáv) a hullámhossz mindössze 3 cm. Egy másik gyakorlati példának a számítógépek, melyek tipikusan 2-3 GHz-es jelekkel dolgoznak ( $\lambda \approx 10$  cm), melyeket 10-20 cm távolságra juttatnak el, itt nyilvánvalóan szükséges a hullámjelenségek figyelembevétele az áramkörök tervezésekor. A későbbi tanulmányaink hasonló jelenségekkel találkozhatunk az *Önálló labor* tárgy NMR (mágneses-rezonancia) és ESR (elektronspin-rezonancia) laborgyakorlatain.

## 2. fejezet

### Elméleti háttér

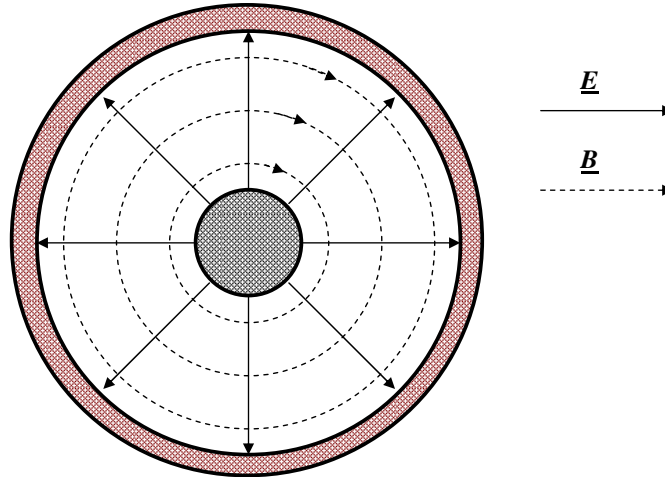
#### 2.1. A távíróegyenletek



2.1. ábra. A jelterjedésben vizsgált vezeték egy darabja.

Tekintsük a jelet továbbító vezeték egy infinitezimálisan kicsi darabját ami a 2.1 ábrán látható. Ezt legáltalánosabban egy soros ún. *elosztott ellenállás*,  $\tilde{R}$  (egysége Ohm per méter), *elosztott induktivitás*,  $\tilde{L}$  (egysége Henry per méter), *elosztott kapacitás*,  $\tilde{C}$  (egysége Farád per méter), és a két drót közötti *elosztott vezeték*,  $\tilde{G}$  (egysége Siemens per méter) jellemzi. A soros ellenállás oka a vezetékdarabokban lévő veszteség, az induktivitás oka, hogy az egyes drótdarabokat mágneses tér veszi körbe, ezért lesz egyetlen drótszálnak is önindukciója, a  $\tilde{G}$  írja le a két vezetékdarab közötti elektromos vezetést ami akkor

is jelen van ha nagyon jó dielektrikum választja el a két vezetőt egymástól, a két drót nincs azonos ponteciálon ezért lesz köztük a  $\tilde{C}$  kapacitás.



2.2. ábra. A koaxiális vezeték keresztmetszete az elektromos és mágneses tér  $\underline{E}$  ill.  $\underline{B}$  vonalaival a kábel alapvető, ún. TEM00 módusára. A belső vezetéken változó feszültség van, míg a külső leggyakrabban le van földelve.

Látható, hogy a fenti értékek közül  $\tilde{R}$  értéke elsősorban a vezető anyagi minőségétől függ<sup>1</sup>, azonban  $\tilde{L}$ ,  $\tilde{C}$ , és  $\tilde{G}$  értéke nagyban fog attól függeni, hogy a két drót egymáshoz képest hogyan helyezkedik el (pl. sodort érpárra  $\tilde{L} = 0$ , de  $\tilde{C}$  értéke nagy). Egymástól adott távolságra elhelyezkedő drótpár esetére  $\tilde{L}$  értéke fix, viszont  $\tilde{C}$  nagyban függ a környező dielektrikumtól (utóbbi probléma a sós víz miatt a transzatlanti kábelnél merült fel). Mindezen problémákra kínál megoldást a koaxiális kábel (Heaviside, 1880) amiben a földelt külső vezetéken belül helyezkedik el a másik drótpár. Ennek előnye, hogy minden paramétere jól definiált, mind az elektromos, mind a mágneses erővonalak belül a két koaxiális vezeték között helyezkednek el amit az a 2.2 mutatja. A korábbi merev falú, levegővel kitöltött koaxiális kábeleket mára a rugalmas dielektrikummal kitöltött kábelek váltották fel (tipikusan  $\epsilon_r = 2-3$  és  $\mu_r = 1.0$ ).

A koaxiális kábelek hosszegységre eső kapacitásáról és önindukciós együtt-hatójára e két paraméter definíciójából adódnak:

<sup>1</sup>Értéke nagyfrekvencián a *skin-effektus* miatt megnő

$$\tilde{C} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln(D/d)}, \quad (2.1)$$

$$\tilde{L} = \frac{\mu_0\mu_r \ln(D/d)}{2\pi}, \quad (2.2)$$

ahol  $D$  az árnyékolás belső átmérője és  $d$  a kábel belső vezetőjének külső átmérője,  $\varepsilon_0$  és  $\mu_0$  az ismert fizika állandók,  $\varepsilon_r$  és  $\mu_r$  az anyagra jellemző paraméterek.

A távíróegyenletek bemutatásához a legegyszerűbb eset tárgyalásához feltesszük, hogy mindkét drót tökéletes vezető ( $\tilde{R} = 0$ ) és tökéletesen szigetelt egymástól ( $\tilde{G} = 0$ ), tehát a probléma csak  $\tilde{L}$  és  $\tilde{C}$ -től fog függeni<sup>2</sup>. Ekkor mind a feszültség ( $U(x, t)$ ), mind az áram ( $I(x, t)$ ) hely és időfüggő lesz, és leírásukra a következő két csatolt, lineáris, elsőrendű parciális-differenciálegyenlet adódik (Heaviside, 1880)<sup>3</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} &= -\tilde{L} \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} \\ \frac{\partial I(x, t)}{\partial x} &= -\tilde{C} \frac{\partial U(x, t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

A 2.3 távíróegyenletek két ekvivalens hullámegyenletté vonhatóak össze mind az áram, mind a feszültségre:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} &= \frac{1}{\tilde{L}\tilde{C}} \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 I(x, t)}{\partial t^2} &= \frac{1}{\tilde{L}\tilde{C}} \frac{\partial^2 I(x, t)}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Az ismert alakú hullámegyenletekből leolvasással adódik, hogy a kábelben terjedő zavar sebessége  $v = \frac{1}{\sqrt{\tilde{L}\tilde{C}}}$  és a legáltalánosabb megoldás a feszültségre és áramra:

$$\begin{aligned} U(x, t) &= U^+ f(\omega t - kx) + U^- f(\omega t + kx) \\ I(x, t) &= I^+ f(\omega t - kx) + I^- f(\omega t + kx), \end{aligned} \quad (2.5)$$

ahol  $\omega$  a terjedő hullám körfrekvenciája,  $k = \omega/v$  pedig a hullámszáma.  $U^+$  és  $U^-$  a pozitív illetve negatív  $x$  irányba terjedő jel amplitúdója,  $f$  egy tetszőleges függvény. Vegyük észre, hogy a  $v$  mennyiség dimenziója valóban m/s.

<sup>2</sup>A teljesen általános eset is megoldható, csak bonyolultabb eredményekhez vezet

<sup>3</sup>A 2.3 a Maxwell-egyenletekből véges differenciák segítségével elemi úton levezethetők

Egy speciális eset az amikor a kábelen csak irányba haladó hullám van jelen. Ez a megoldás:

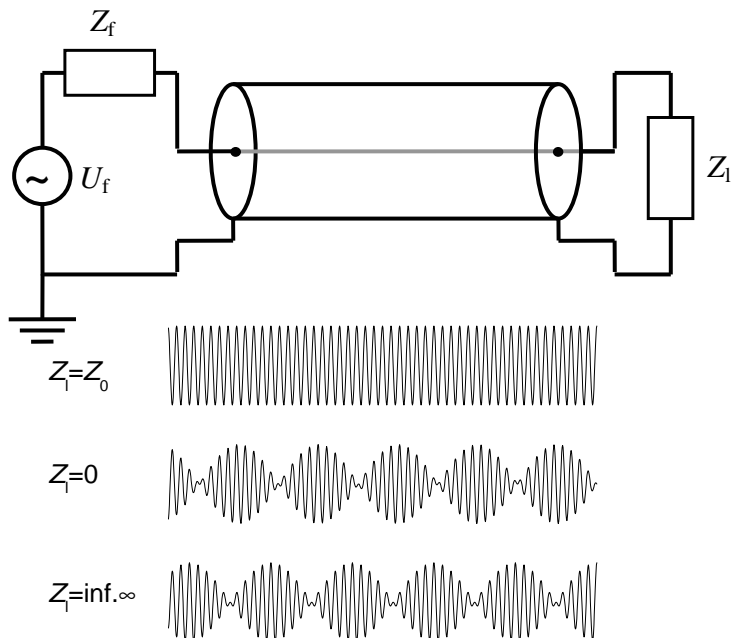
$$\begin{aligned}U(x, t) &= U_0 e^{i(\omega t - kx)} \\I(x, t) &= I_0 e^{i(\omega t - kx)}.\end{aligned}\tag{2.6}$$

A 2.6 speciális megoldást a 2.3 távírógyenletekbe visszaírva azt kapjuk, hogy a feszültség és áram aránya a haladó hullámra:

$$\frac{U(x, t)}{I(x, t)} = \sqrt{\frac{\tilde{L}}{\tilde{C}}} = Z_0,\tag{2.7}$$

ahol a  $Z_0$  ellenállás dimenziójú mennyiséget a kábel *hullámimpedanciájának* nevezzük.

## 2.2. Visszaverődések a kábel végéről



2.3. ábra. Sematikus áramkör szinuszos meghajtó generátorral aminek  $Z_f$  belső ellenállása van, koaxiális vezeték aminek a végén  $Z_1$  lezáró impedancia van. A generátorból akkor jön ki jól a jel ha  $Z_f = Z_0$ . A lezárás három értékére vonatkozó vezetékbeli feszültség eloszlást is mutatjuk. A kialakuló nagyfrekvenciás jel időben változik, de a burkolója állóhullámképet mutat ezekre a speciális esetekre.

A 2.4 hullámegyenlet konkrét megoldását a kezdeti és peremfeltételek (pl. a drót végén előírt amplitúdó) ismeretében kaphatjuk meg. Korábbi (középszkolás) tanulmányainkból két ismert esetet vizsgálhatunk meg: amikor a drót két végét rövidre zárjuk ( $Z_1 = 0$ ), ill. amikor a drót két vége között szakadás van ( $Z_1 = \infty$ ). E két esetet szemlélteti a 2.3 ábra. Amennyiben a vezeték hossza és a gerjesztő hullám frekvenciája között jól meghatározható összefüggések állnak fenn ( $d = n \cdot \lambda/2$  a zárt végre és  $d = (2n + 1) \cdot \lambda/4$  nyitott végre,  $n$  egész), a vezeték mentén feszültség állóhullámok alakulnak ki. A csomó- és duzzadóhelyeket a jól ismert bezárt illetve nyitott végű síppal való analógia alapján kaphatjuk meg. E két esetet, a hanghullámokra vonatkozó analógia alapján úgy érthetjük meg, hogy mind a lezárt, mind a nyitott végről visszaverődik a hullám és kábel menti feszültségben látható állóhullám kép az odafelé haladó és visszavert hullámok interferenciájának eredménye.



A hagyományos, DC áramköröknél szerzett ismeretek azt mondanák, hogy a feszültség a rövidrezárt drótpárban végig 0, míg a szakadásos végű drótpárra végig a meghajtó generátor feszültségét veszi fel.

A nagyfrekvenciás adat vagy energiaátvitel nyilvánvalóan azt követeli meg, hogy ne legyen a kábel végéről visszaverődés. A függelékben megmutatjuk, hogy ez akkor lép fel, amennyiben a lezáró impedanciára fennáll:

$$Z_1 = Z_0, \quad (2.8)$$

ahol  $Z_0 = \sqrt{\tilde{L}/\tilde{C}}$  a vezeték hullámimpedanciája. Amennyiben a 2.8 egyenletben leírt feltétel nem teljesül, akkor a visszavert és transzmittált hullámok nagyságára fennáll a:

$$\Gamma = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}, \quad (2.9)$$

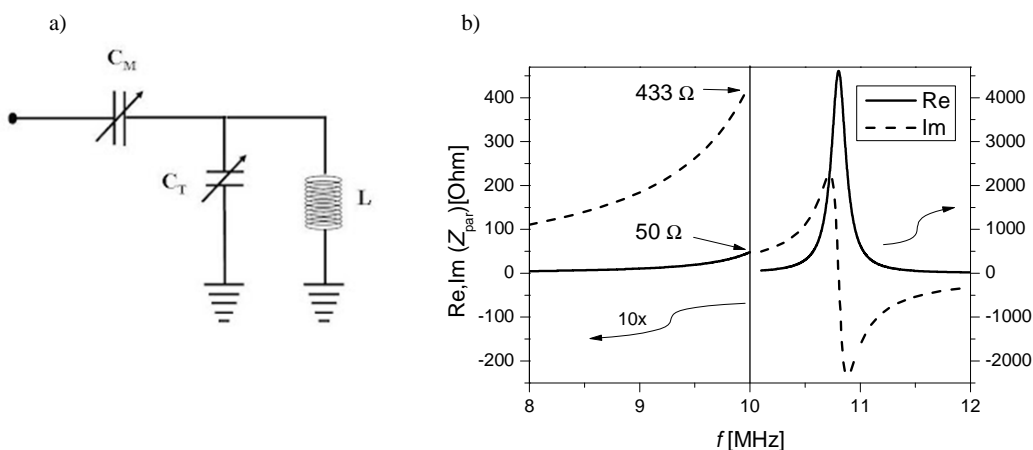
ahol  $\Gamma$  az ún. reflexió tényező;  $Z_1$  komplex értéke mellett  $\Gamma$  is komplex ami azt fejezi ki, hogy a visszavert hullám fázisa nem többszöröse  $\pi$ -nek. Vegyük észre, hogy a két fentebb diszkutált határesetben,  $Z_1 = 0$  és  $Z_1 = \infty$ , amikor is maximális a reflexió  $\pi$  ill. 0 fokos fázissal visszavert hullámmal.

A leggyakrabban használt koaxiális kábelek hullámimpedanciája 50 Ohm. Ez az érték megállapodásból született és a 60-as évektől kezdve elterjedt ipari sztenderd lett. Néhány helyen találkozhatunk még 75 Ohmos koaxiális kábelekkel is. Érdekességképp ezen értékek és az 50 Ohm történeti háttéréről olvashatunk az utolsó fejezetben.

A DC és alacsony frekvenciájú (néhány kHz-es AC) eszközöknél megszokhattuk, hogy ideális feszültség forrás belső ellenállása 0 Ohm, míg ideális feszültségmérő bemenő ellenállása végtelen. A nagyfrekvenciás hálózatoknál minden mérőeszköz bemenő és kimenő ellenállása 50 Ohm mivel ekkora hullámimpdanciájú kábeleket csatlakoztatunk hozzájuk. Amennyiben egy adott hullámimpedanciájú vezeték az ennek megfelelő ellenállással zárunk le, úgy nem alakulnak ki állóhullámok (hiszen nincs reflexió a végről) és a teljes vezeték hosszában azonos feszültséget mérhetünk.

## 2.3. A lezáró impedancia

A kábelt lezáró impedancia megvalósításának egy érdekes esetét mutatja a 2.4a ábra. Az áramkör sajátossága, hogy valós 50 Ohm impedanciájú lezárást valósít meg miközben nem tartalmaz jelentős rezisztív elemet a tekercs kis ellenállásán kívül. A 2.4b ábra mutatja az áramkörben párhuzamosan kapcsolt  $C_T$  és  $L$  impedanciájának  $Z_{\text{par}}$ , valós és képzetes részeit  $C_T = 217$  pF és  $L = 1$   $\mu\text{H}$  esetére, feltettük, hogy a tekerecsnek van egy kicsi, kb. 1 Ohm-os valós ellenállása is<sup>4</sup>. Az áramkör ezen részére 10 MHz-en az impedancia valós része 50 Ohm, míg a képzetes rész nagy pozitív értékű (433 Ohm), amit a sorba kötött  $C_M = 36$  pF-os kondenzátorral tudunk kompenzálni. Így el tudjuk érni azt, hogy ez az áramkör valós 50 Ohm impedanciájú lezárásnak tűnjön. Ezt az áramkört a mágneses rezonancia spektroszkópiában használják rádiófrekvenciás pulzusok adás-vételére.

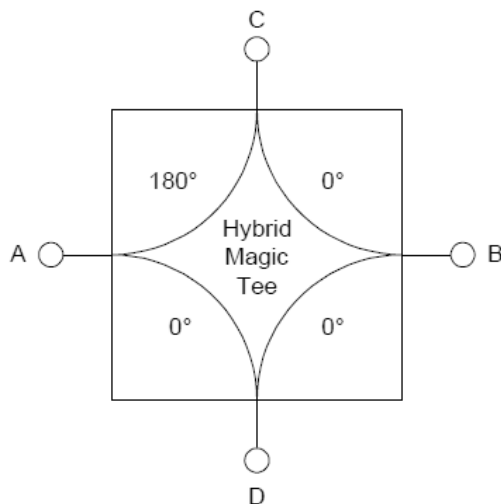


2.4. ábra. a) Rezisztív elemet nem tartalmazó áramkör ami behangolható a kábel hullámimpedanciájára. A példánkban csak a  $C_M$  értékét változtatjuk. b) Az áramkörbeli párhuzamosan kapcsolt  $C_T$  és  $L$  rész impedanciájának,  $Z_{\text{par}}$  valós és képzetes része a frekvencia függvényében konkrét értékekre (a 10 MHz alatti rész 10 szeresre van nagyítva). Vegyük észre, hogy 10 MHz-en a képzetes rész nagy pozitív értékű miközben a valós rész 50 Ohm.

<sup>4</sup>Az általunk használt tekercs vörösrézből van, aminek kb. 15 m $\Omega$  a DC ellenállása. 10 MHz-en, azonban a skin-effektus miatt ez 0.1-0.2  $\Omega$ .

## 2.4. Visszaverődések vizsgálata

A reflexiók jelenlétét kétféleképpen vizsgálhatjuk, a forrás kimenő feszültségének vizsgálatával és ún. *duplexer* segítségével. Az első esetben az oszcillátor forrás kimenetére BNC T elosztót teszünk, majd az így kettéosztott jelet küldjük egy hosszú (pl. 10-25 m) vezetékbe, egy rövidebb (pl. 0.5 m) BNC kábellel pedig egy oszcilloszkópra tesszük a jelet. Az oszcilloszkóp bemenetére is egy másik T-vel 50 Ohmos lezárást teszünk. A forrás frekvenciájának függvényében a hosszú vezeték lezárásának értékétől függően az oszcilloszkópon lévő jel nagysága változik. Ebből pl. a kábel jelterjedési sebességet vagy ennek ismeretében a kábel hosszát meg tudjuk határozni.



2.5. ábra. Az esetünkben használt duplexer, vagy *hybrid magic tee* (típusa Anzac HH107, 2-200 MHz) sematikus ábrája. A duplexeren a csatlakozók másképp helyezkednek el mint ezen a sematikán, figyeljünk az elnevezésekre.

A duplexer egy általános fogalom, lényege, hogy lehetőséget ad arra, hogy egy forrásból egy kábel felé elküldött jelre meghatározhassuk a kábel felől reflektált feszültséget. Esetünkben a duplexer egy ún. *hybrid magic tee*, amit a 2.5 ábra mutat. A duplexer lényege, hogy pl. az *A* bemenetére adott feszültséget elosztja a *C* és *D* portok között, miközben a *C* port felé a fázist is elforgatja<sup>5</sup>. A jel terjedési irányát megfordítva: az *A* porton a *C* és *D* portokra adott feszültségek különbsége jelenik meg:  $D - C$ . A mi esetünkben a reflexiók vizsgálatára a *hybrid magic tee* használatakor *A*: a forrás, *D*: az

<sup>5</sup>A *hybrid magic tee*-re jellemző, hogy a portok között van egy kismértékű (10%) áthallás is.

oszilloszkóp CH1, 50 Ohmos lezárással,  $C$ : a reflexióra bevizsgált kábel,  $B$ : az oszcilloszkóp másik bemenete 50 Ohmmal lezárva. Ha a  $B$  porton 0 feszültséget mérünk, akkor a bevizsgált kábelben nem történik reflexió.

## 3. fejezet

# Mérési feladatok

### 3.1. Kábelvégi reflexió vizsgálata

#### 3.1.1. Oszilloszkóppal

Itt oszilloszkóppal mérjük meg a kábelvégi reflexió hatását a forrás kimenetére.

1. Vegyük fel oszilloszkóp segítségével a nagyfrekvenciás jelgenerátor kimenetének feszültségét a lezáró impedancia három esetére (0, 50  $\Omega$  és szakadás) a frekvencia (0.001 MHz-15 MHz) függvényében a mérőprogrammal. (Segítség: BNC T a forrás kimenetén, egyik vége oszilloszkópon minél rövidebb dróttal 50 Ohmmal lezárva, másik végén egy ismert hosszúságú BNC kábel, mérőeszköz leírás a függelékben. A forrás SYNC kimenetére triggereljük az oszilloszkópot.)
2. A kapott görbék segítségével határozzuk meg a kábelbeli jel terjedési sebességét. Ebből határozzuk meg a BNC kábelben lévő dielektrikum dielektromos állandóját ( $\mu_r = 1$ ) és írjuk le röviden, hogy a módszer hogyan használható egy elszakadt kábelben a szakadás helyének meghatározására.

#### 3.1.2. Duplexerrel

Itt a *hybrid magic tee* (Tee a továbbiakban) segítségével vizsgáljuk a kábelvégi reflexiót. A vizsgált frekvenciatartomány: 2-20 MHz.

3. A Tee bekötése: *A* - a forrás, *D* - a oszilloszkóp CH1 (trigger forrás), 50 Ohm-os lezárással, *C* - az oszilloszkóp másik bemenete, CH2 50 Ohm-mal lezárva. Ekkor a CH1 és CH2-n ellentétes fázisú jelet látunk.

A következő esetben:  $A$  - a forrás,  $D$  - oszcilloszkóp CH1, 50 Ohmos lezárással,  $C$  - 50 Ohmmal lezárva,  $B$  - az oszcilloszkóp másik bemenete, CH2 50 Ohmmal lezárva. Milyen jelet látunk ekkor a CH2-n és miért?

4. A Tee segítségével vegyük fel a kábel végéről visszavert jel nagyságát a frekvencia függvényében (2-15 MHz), úgy mint az előző feladatban, de a  $C$ -re a reflexióra bevizsgált kábelt helyezzük, rövidre zárva, lezáratlanul és 50 Ohmmal lezárva. Milyen az oszcilloszkóp CH2-n mért jele a frekvencia függvényében erre a három esetre és miért? (Segítség: a duplexer mindhárom esetben a visszavert jel nagyságát mutatja meg, ami nem interferál a forrás jelével. Ezért itt nem várjuk olyan állóhullámképek kialakulását mint az 1. feladatban.) Vizsgáljuk meg, hogy 10 MHz-es frekvencián a CH1 csatornán látható jelhez képest hogyan változik CH2-n látható jel fázisa akkor amikor a kábelvégét rövidre zárjuk, vagy lezáratlanul hagyjuk.

### 3.1.3. Pulzus kábelvégi reflexiójának vizsgálata

5. A jelgenerátoron állítsunk be 1 MHz-es frekvenciájú szinusz jelet. A SHIFT+BURST megnyomása után e jel egyetlen periódusát küldi ki a forrás alacsony, 100 Hz-es ismétlési idővel. A 4. mérési feladatbeli összeállítást használjuk fel arra, hogy a 25 m-es kábel végéről történő reflexiót megmérjük. A visszavert pulzus időkéésének tekintsük az összetartozó fázisú jelek közti időkülönbséget. Mit látunk a rövidzár, szakadás és 50 Ohmos lezárás eseteire? Az impulzus visszaverődési idejéből határozzuk meg a kábelbeli fénysebességet és a kapott eredményt hasonlítsuk össze a 2. mérési feladat eredményével. Próbáljuk ki ugyanezt ha nem szinusz, hanem négyszögjelet használunk!

## 3.2. A lezáró impedancia vizsgálata

6. A 2.4 ábrán látható áramkört csatlakoztassuk a Tee segítségével a forrásra az eddigi ismeretek alapján úgy, hogy az áramkörrel történő reflexiót vizsgálhassuk. Állítsuk be a  $C_M$  trimmer kondenzátor értékét úgy, hogy az áramkörrel minimális legyen a reflexió egy adott frekvencián. Segítség: állítsuk a  $C_M$ -et úgy, hogy kb. 30 pF-on legyen, ekkor látnunk kell egy reflexió minimumot 9 MHz körül. közel erre a frekvenciára álljunk rá, és a jelgenerátor frekvenciája és a trimmer kondenzátor együttes állításával érjük el, hogy minimális legyen a reflexió. Vegyük fel az áramkörrel reflektálódó jelet a frekvencia függvényében legfeljebb 1-2 MHz szélességben. Olvassuk le nagyjából a dobozról a  $C_M$

értékét. Számítsuk ki, hogy mekkora  $C_M$  érték mellett lesz az áramkör impedanciája  $50 + i \cdot 0 \Omega$  ( $f = 9.5 \text{ MHz}$ ,  $C_T = 220 \text{ pF}$ ,  $L = 1.15 \mu\text{H}$ ,  $R = 0.5 \Omega$ .) és hasonlítsuk össze a két értéket.

## Köszönetnyilvánítás

Köszönöm a jegyzet gondos átolvasását, javítását és az észrevételeket Bernáth Bencének, Gyüre Balázsnak, Karsa Anitának és Márkus Bencének. Fülöp Ferencnek és Halbritter Andrásnak köszönöm a laborjegyzet elkészítésében és a mérési feladatok összeállításában nyújtott támogatásukat.

## Ajánlott irodalom

Budó Ágoston: Kísérleti fizika II.

Simonyi Károly: Elméleti villamosságtan

David M. Pozar: Microwave Engineering (4th Ed.)

## A. Függelék

### A reflexiós tényező származtatása

Korábban láthattuk, hogy a kábelen egy irányban haladó jelre a feszültség és áram aránya minden időpillanatban és a kábel minden helyén a  $Z_0$  hullám-impedancia. Azonban amikor a kábel vége egy tetszőleges  $Z_1$  impedanciával van lezárva, akkor a lezáráson a feszültség és áram hányadosának ekkora értéket kell felvennie. Ezért alakul ki reflektált hullám, mert ez biztosítja, hogy a lezáráson ez a feltétel matematikailag fennálljon.

Vegyük fel úgy az  $x$  koordinátát, hogy a lezáráson legyen  $x = 0$ . Erre az esetre A 2.4 távíróegyenletek megoldásai két egymással szemben terjedő haladó hullám mind a feszültségre mind az áramra, úgy, hogy a két iránybeli amplitúdók nem feltétlenül azonosak:

$$U(x) = U_0^+ e^{i(\omega t + kx)} + U_0^- e^{i(\omega t - kx)} \quad (\text{A.1})$$

$$I(x) = \frac{U_0^+}{Z_0} e^{i(\omega t + kx)} - \frac{U_0^-}{Z_0} e^{i(\omega t - kx)}, \quad (\text{A.2})$$

ahol  $U_0^+$  és  $U_0^-$  a lezárás felé, ill. attól távolodva haladó hullám. Vegyük észre az áram kifejezésében a második tag negatív előjelét, ami a távíróegyenletből adódik. Ennek a megoldásnak teljesítenie kell az  $\frac{U(x=0)}{I(x=0)} = Z_1$  feltételt, azaz:

$$Z_1 = \frac{U_0^+ + U_0^-}{U_0^+ - U_0^-} Z_0, \quad (\text{A.3})$$

amiből adódik a visszavert hullám amplitúdójára:

$$U_0^- = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} U_0^+. \quad (\text{A.4})$$



Ebból közvetlenül adódik a korábbiakban bevezetett  $\Gamma$  reflexió tényező,  
ami a 2.9 képlet szerinti eredmény.

## B. Függelék

### Érdekességek a témakörből

A reflexiókat kábelvégi szakadások vizsgálatára lehet felhasználni. Kémregényekben ezzel a módszerrel vizsgálják meg, hogy egy kábelra valaki ráért-e, ill. azt is meg lehet vele határozni, hogy hol történt a ráérés. A mérés lényege, hogy akármennyire is kis perturbációként történik meg a kábelra a ráérés, az meg fogja változtatni egy adott ponton a vezeték hullámimpedanciáját, ami a kábelről történő reflexió megváltozásához vezet. A ráérés helye a frekvenciafüggő reflexiók együtthatóiból határozható meg.

A fizikában semmi sem véletlen: ha két fizikai állandóból származtatható egy adott dimenziójú másik állandó, akkor annak legtöbbször van valami fizikai tartalma. Így van ez pl. a fluxuskvantummal ( $h/2e$ ), vagy a Bohrmagnetonnal ( $e\hbar/2m_e$ ), melyek a megfelelő fizikai mennyiségek kvantumai. Ismert a  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  összefüggés, ami a fénysebesség és az elektromágneses egységek kapcsolatát írja le. Hasonlóan, a  $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  mennyiségnek is van fizikai tartalma. Ennek dimenziója Ohm, értéke kb.  $377 \Omega$  és a vákuum impedanciájának nevezzük.

A vákuum hullámimpedancia fizikai jelentése a következő. Az elektromos és mágneses térerősségek hányadosából vákuumban terjedő elektromágneses sugárzásra:  $Z_0 = |\mathbf{E}|/|\mathbf{H}| = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  ez azt jelenti, hogy a vákuumba kisugárzó és onnan vevő antennáknak ilyen impedanciával kell ideálisan rendelkeznie. Másfelől ez az összefüggés, összehasonlítva a koaxiális kábelekkel azt jelenti, hogy utóbbiban kisebb az elektromos tér nagysága a mágneseshez képest mint a szabad térben terjedő elektromágneses sugárzás, ennek elsődleges oka, hogy a koaxiális kábelekben  $\epsilon_r > 1$  (tipikusan 2.5 körüli).

Láttuk a bevezetőben, hogy a jelterjedés számára előnyös a koaxiális kábelek használata, azonban néhány helyen, pl. audiotechnikában, távközlésben találkozunk egyéb preferált impedanciákkal pl. 8, 150, vagy  $600 \Omega$ . Mindezeknek történeti háttere van, pl. a  $600 \Omega$  oka, hogy a hagyományos, nem

koaxiális távíró vonalaknak (két rézdrót egymástól 1 láb távolságra) ekkora volt a hullámimpedanciája. Az első távolsági telefonok ezeket a vezetékeket használták, ezért egy időben a  $600\ \Omega$  volt a távközlési sztenderd. Később a csavart rézdrótpár terjedt el aminek  $150\ \Omega$  a hullámimpedanciája. Napjainkban igen elterjedt az ún. UTP (*unshielded twisted pair*) kábel a számítógépes hálózati alkalmazásokhoz, melynek  $100\ \Omega$  a hullámimpedanciája.

A koaxiális kábelek elterjedésével felmerült a kérdés, hogy melyik hullámimpedancia legyen a sztenderd. Érdekes módon erre nem kapunk egyértelmű választ, több forrásból merítve<sup>1</sup> a következő történetet találjuk.

A hullámimpedancia három egymástól független, technikailag fontos paraméterben jelenik meg: a maximális teljesítményátvitelben (optimális ha  $Z_0 = 30\ \Omega$ ), a nagyfeszültségű elektromos letörés maximumában (optimális ha  $Z_0 = 600\ \Omega$ ), és az átvitt jel veszteségének minimumában (optimális ha  $Z_0 = 77\ \Omega$ ). A korai (1920-as évek) rádiófrekvenciás gyakorlatban a források teljesítménye alacsony volt, ezért a  $77\ \Omega$ -os kábelek terjedtek el. Mivel nem léteztek jó és rugalmas dielektrikumok, ezért a vezetékek két egymásba helyezett koaxiális csőből álltak, melyeket levegő töltött ki.

$50\ \Omega$  vezetéket kapunk ha egy  $3/4$  colos rézcsövet egy  $2$  colos rézcsőbe helyezünk (mindkettő elterjedt méret az USA-ban), ezért ez a megoldás az 1930-as évektől elterjedt a nagyteljesítményű rádiófrekvenciás adások kisu-gárvázására. Amikor egy  $77\ \Omega$ -os vezetéket feltöltünk polietilénnel ( $\epsilon_r = 2.3$ ) akkor az impedanciája  $51\ \Omega$  lesz, ami szintén az  $50\ \Omega$  felé mutat. Egy másik szempont az, hogy a két fent említett érték,  $30$  és  $77\ \Omega$ , számtani közepe  $53,5\ \Omega$ , mértani közepe  $48\ \Omega$ , ezért az  $50\ \Omega$  egy jó kompromisszum a veszteség és teljesítményátvitel között: ugyanazzal a kábellel tudunk nagyenergiájú jelet adni és venni. Egy érdekes szempont még az, hogy egy koaxiális kábel amire a belső vezető és külső árnyékolás átmérőjének aránya ránézésre "szép", kb.  $50\ \Omega$ -os hullámimpedanciájú lesz.

Az  $50\ \Omega$  elterjedtsége ellenére találunk még gyenge video jelek átvitelénél  $75\ \Omega$ -os kábelt, ami a veszteségre optimális, ill.  $93\ \Omega$ -os kábelt pl. számítógép és monitorok összekötésére. A  $93\ \Omega$ -os hullámimpedanciájú kábelnél a hosszegységre eső kapacitás a legalacsonyabb, ezért ennek a nagyfrekvenciás levágási frekvenciája a legnagyobb. Emiatt a négyszögjelek is jobban, torzításmentesen kerülnek átvitelre.

---

<sup>1</sup>[http://www.highfrequencyelectronics.com/Archives/Jun07/HFE0607\\_Editorial.pdf](http://www.highfrequencyelectronics.com/Archives/Jun07/HFE0607_Editorial.pdf)  
<http://www.rfcafe.com/references/electrical/history-of-50-ohms.htm>  
<http://www.microwaves101.com/encyclopedia/why50ohms.cfm>  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Coaxial\\_Cable](http://en.wikipedia.org/wiki/Coaxial_Cable)

## C. Függelék

### A mérőeszközök használata

**Tektronix oszcilloszkóp.** A digitális oszcilloszkóp alapvető használatát ismertnek tételezzük fel. A *trigger* gomb megnyomása után választható ki a csatorna amire triggerelünk (kijelző alatti gombokkal érhető el a trigger menü almenüjei), a *vertical menu*-ben a kijelzőtől jobbra elhelyezett gombokkal tudjuk a megfelelő kijelzett csatornákat beállítani. Célszerű a forrásból kijövő referencia jelre triggerelni, vagy a duplexerrel történő mérésnél a duplexer referencia (általában *D*) kimenetére. Az oszcilloszkóppal akkor tudjuk a lehető legkisebb hibával megmérni a feszültséget ha a mérendő jel éppen kitölti a képernyőt, vagy annál kismértékben (maximum 20%) nagyobb. A frekvencia beállítás akkor optimális ha a szinuszos jel néhány (2-5) periódusát látjuk.

**A HP33120A jelgenerátor.** A megfelelő funkciógomb (*frequency, amplitude* stb.) megnyomása után a tekerőgombbal állítható be a kívánt érték, a jobb oldali kurzor gombokkal lehet a változtatni kívánt tizedesjegyet beállítani. Alternatívaként, a kívánt érték *enter number* gomb megnyomása után numerikusan is bevihető (a megfelelő egységet is ki kell választani jobb oldali gombokkal). Miután a mérőprogramot használjuk, a berendezést a *Local* gomb megnyomásával tudjuk lokális üzemmódba átvinni.

**A mérőprogram.** A Desktopon lévő RF\_Labor.exe nevű programot elindítva a program menüsora alatt találunk egy parancssort (command line) ahová a **freqswe** parancsot gépelve kapjuk a frekvencia sweep-hez szükséges menüt. Tipikus értékek:

```
start freq: 1 [MHz]
end freq: 15 [MHz]
# points: 100
dwell time/point: 0.1 [sec]
channel 1/2: 1.
```

Ezek jelentései: kívánt induló, és végső frekvencia (max. 15 MHz), points: mért pontok száma, ekvidisztánsan az induló és végső frekvencia között, channel: az oszcilloszkópból beolvasni kívánt csatorna száma. Ha pl. 0.1 sec/pont idővel mérünk, akkor a mérőidő 100 pontra kb. 25 sec. Ennél több pontot és hosszabb időt csak akkor érdemes beállítani ha nagyon szép görbét szeretnénk kimérni. A mérés elindítása előtt gondoskodni kell arról, hogy az oszcilloszkóp megfelelően legyen triggerelve, ill. hogy a mérendő jelek az adott skálában optimálisan legyenek mérve.

A file-oknak készítsünk *Desktop\RF\_Labor\201x\_201x+1\MérőpárNevei* névvel új könyvtárat. A mért adatok a *File* menüben menthetőek el, célszerű hosszú, informatív nevet adni a file-oknak. Javasolt a *File* menü, *Header* pontjában *Sample ID* információ megadása is. A képernyőn az egér kettős kattintásával tudunk egy értéket leolvasni.