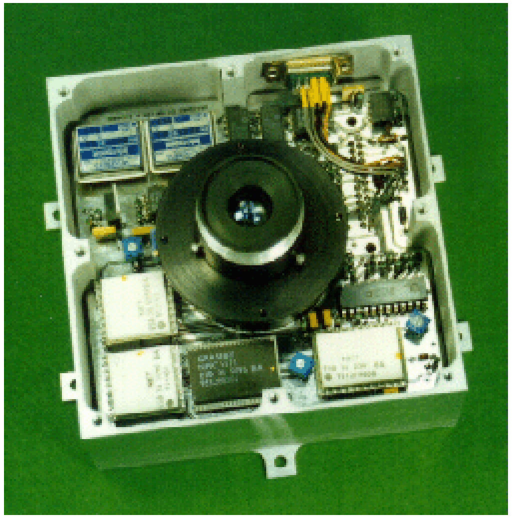
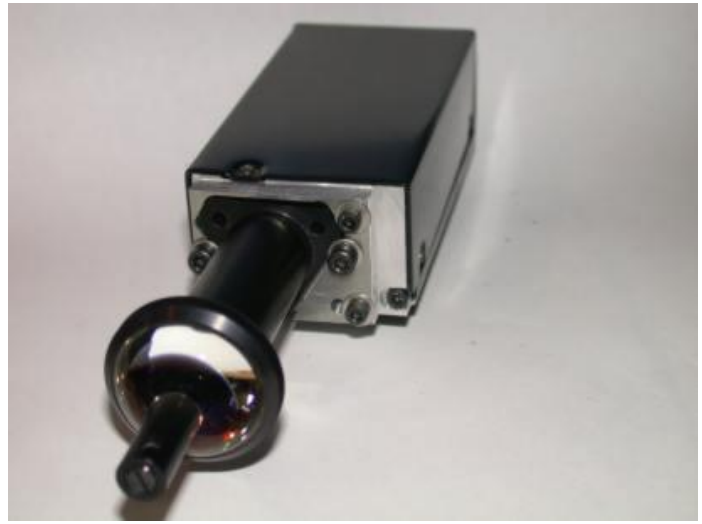
Fizika 1i

Rezgések





LDS V8-440

Sine, random and shock testing

Max force = 66 kN

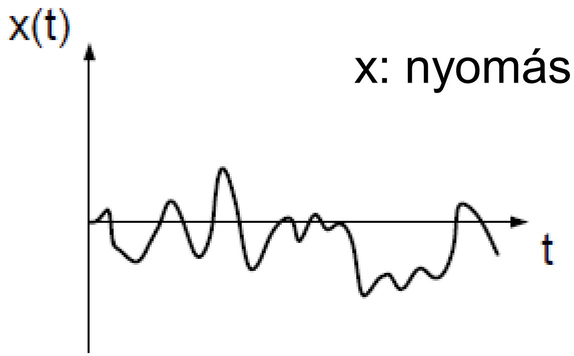
Max acceleration = 140g

Max velocity = 1.78 m/s

Max displacement = 63mm P to P

May payload (including moving mass) = 700Kg

Rezgések



x: nyomás, pozíció, hőmérséklet,…

Fizikai folyamatok (JELEK)

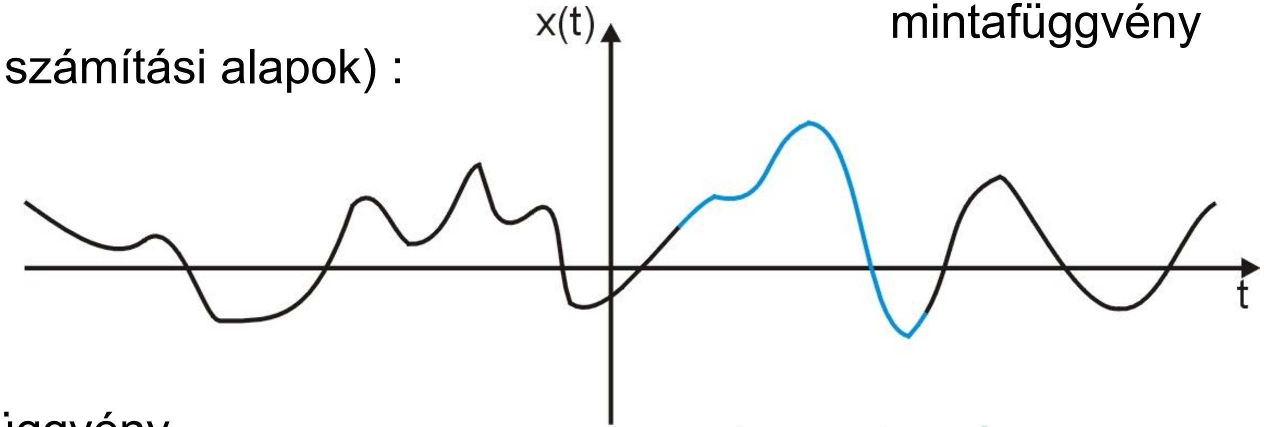
Időbeli lefolyás szerint:

- determinisztikus
  - periodikus
    - szinuszos
    - komplex periodikus
  - nem periodikus
    - majdnem periodikus
    - tranziens
- sztochasztikus
  - stacionárius
    - ergodikus
    - nem ergodikus
  - nem stacionárius

pl: periodikus jel megkülönböztetése sztochasztikus jel jelenlétében

Jellemzés (valószínűség számítási alapok) :

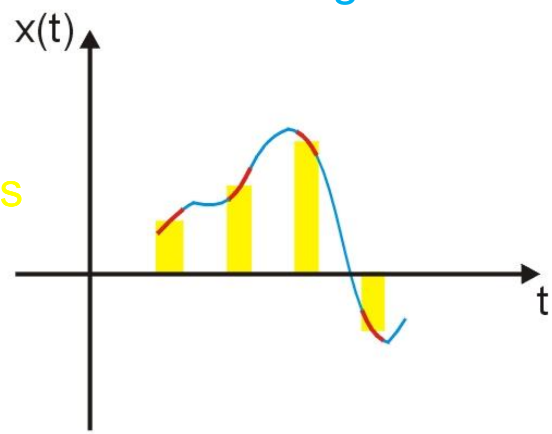
mintafüggvény



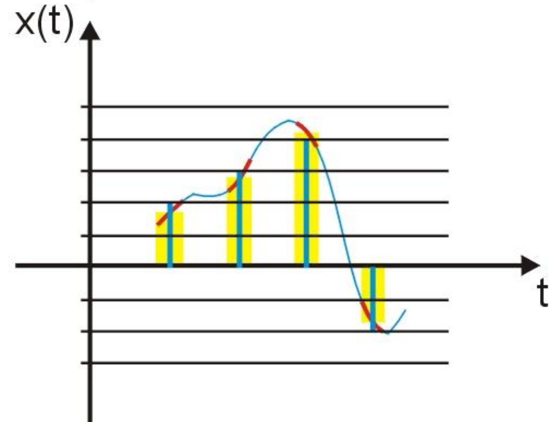
- valószínűség sűrűség függvény
- autokorrelációs függvény
- teljesítmény sűrűség függvény
- spektrum

mintaregisztrátum

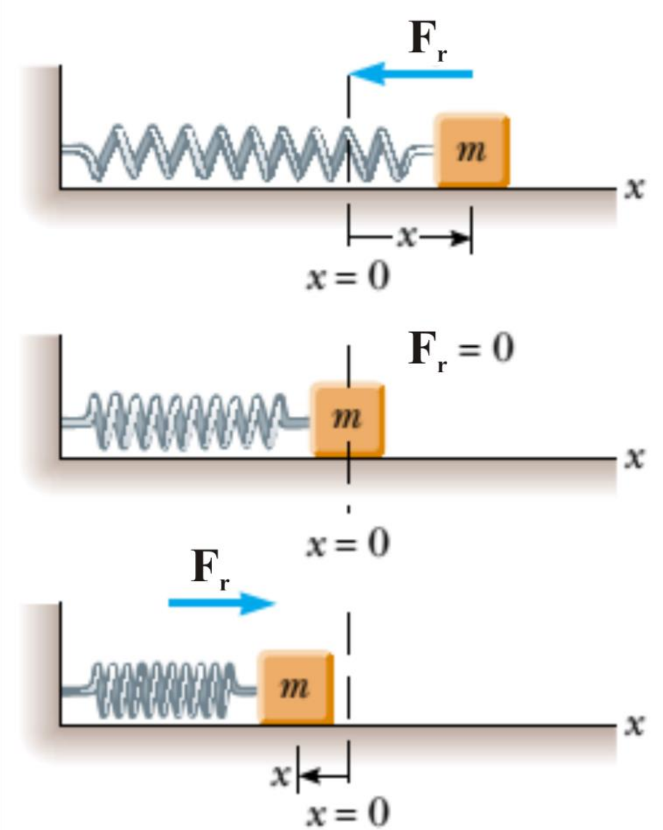
mintavételezés



kvantálás



Rezgőmozgás



F_r: rugóerő

$$F_r = -Dx$$

$$F_e = F_r$$

Newton 2. törv.: $F_e = ma$

$$ma = -Dx \rightarrow a = -\frac{D}{m}x \longrightarrow \boxed{\ddot{x} = -\frac{D}{m}x}$$ mozgásegyenlet

Megoldása: $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$

Harmonikus rezgőmozgás:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$

A : amplitúdó

ω : körfrekvencia

φ : kezdőfázis

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}}$$

A rezgőmozgást végző test sebessége: $v(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$

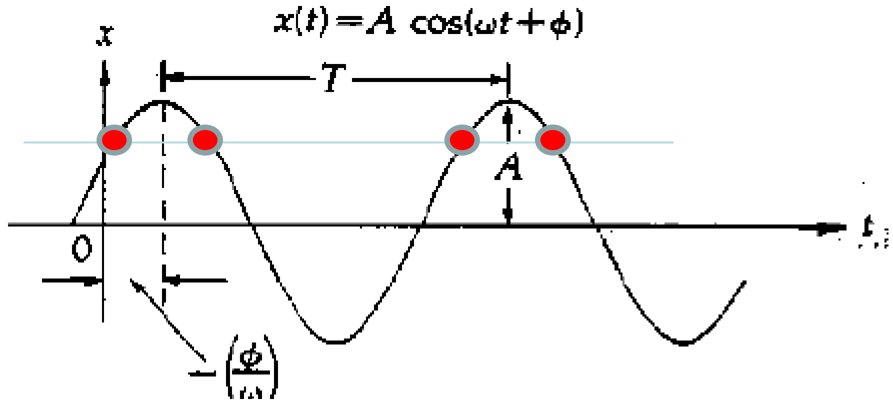
Maximális sebesség: $v_{\max} = A\omega$

A rezgőmozgást végző test gyorsulása: $a(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$

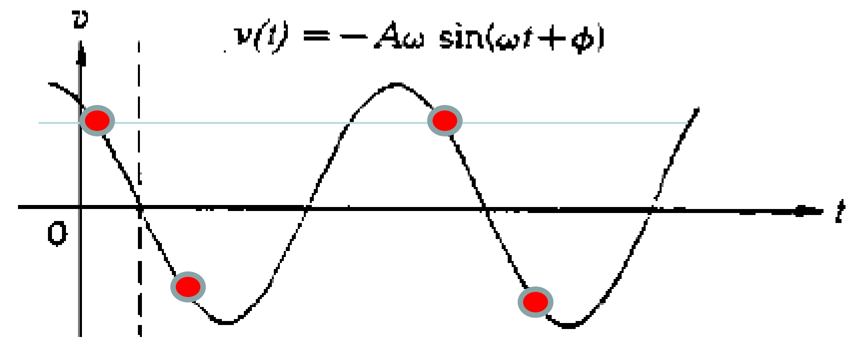
Maximális gyorsulás: $a_{\max} = A\omega^2$

Kezdeti feltételek: $x(t=0) = x_o$ *és* $v(t=0) = v_o \Rightarrow A = \ldots$ *és* $\varphi = \ldots$

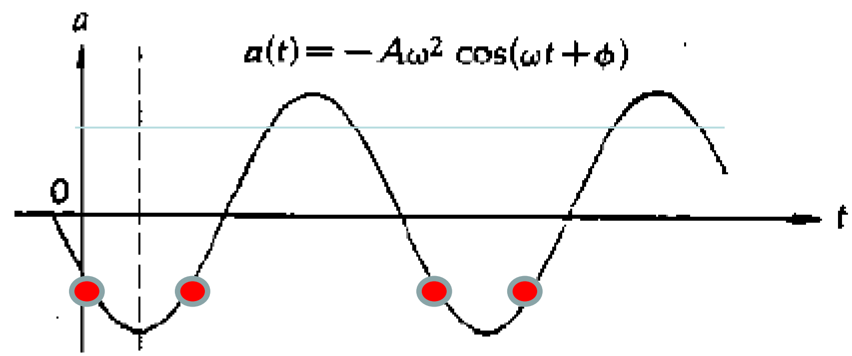
elmozdulás



sebesség



gyorsulás



A rezgő test energiája:

$$E = E_k + E_{pot}$$

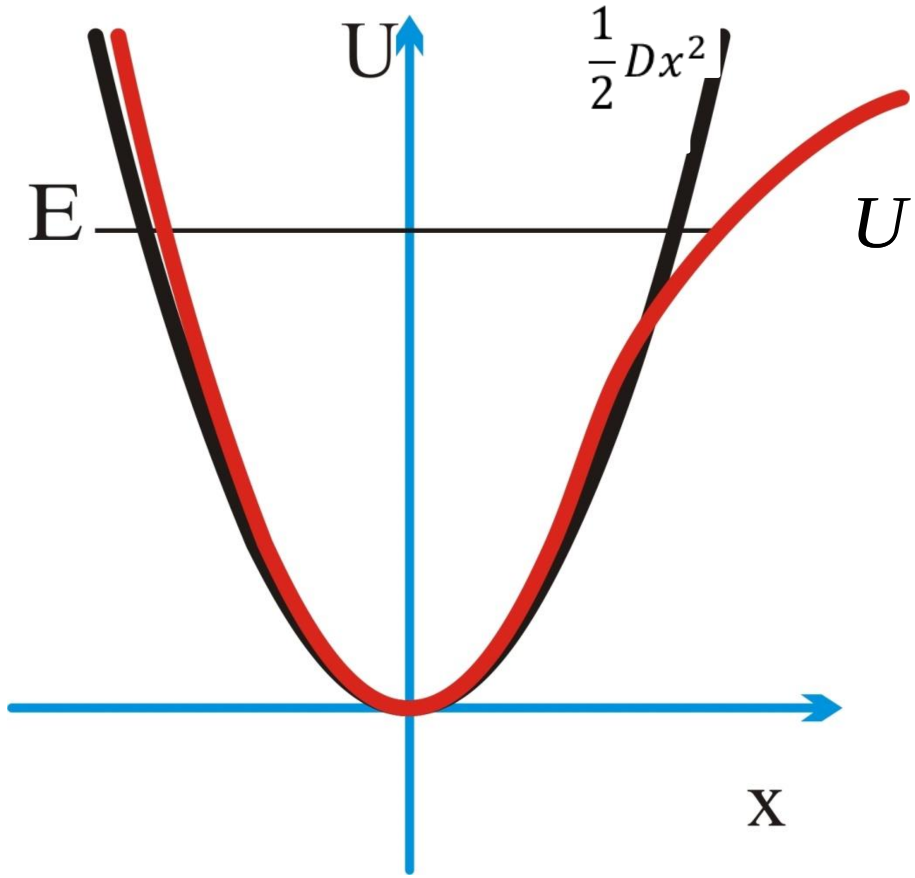
$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}\mathrm{m}(A\omega)^2 cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}DA^2 sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

A rezgő test potenciális energiája:

(A rugóban tárolt energiája)

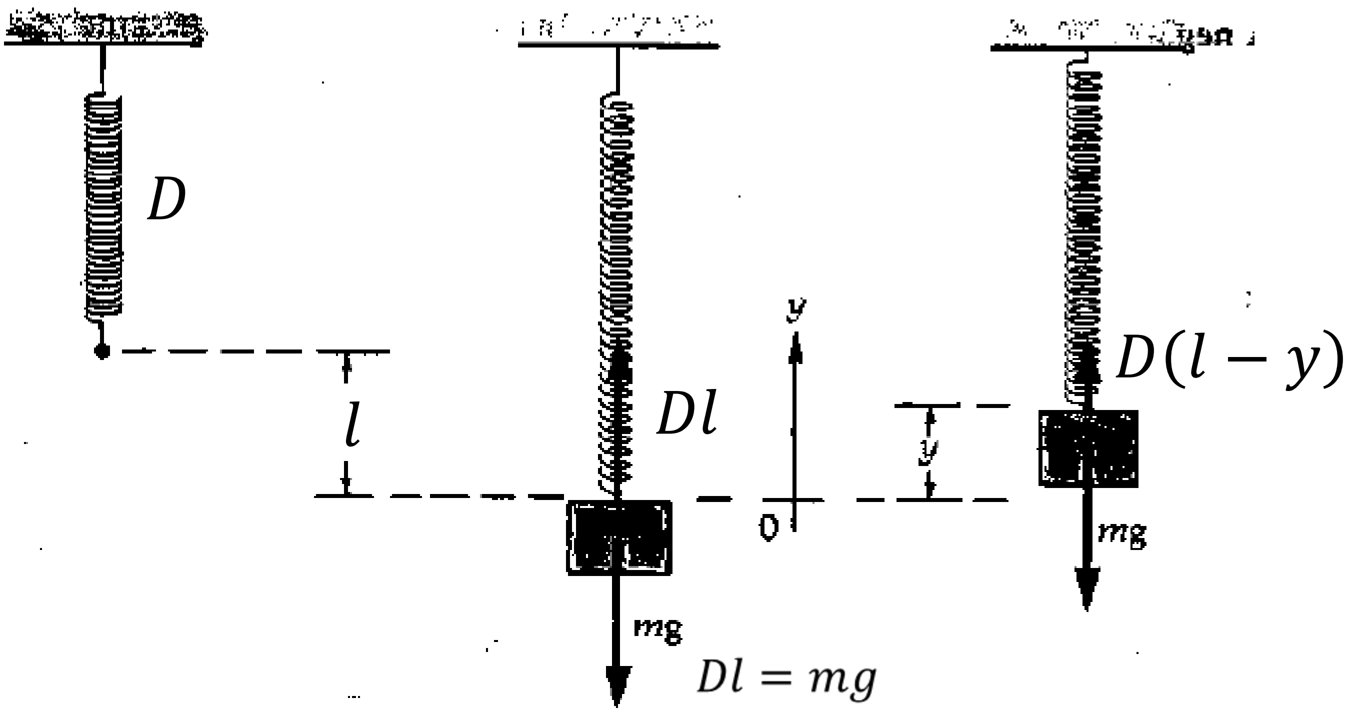


$$U'(x) = bx^2 + \ldots$$

Kis kitérésű rezgések

↓

harmonikus rezgőmozgás

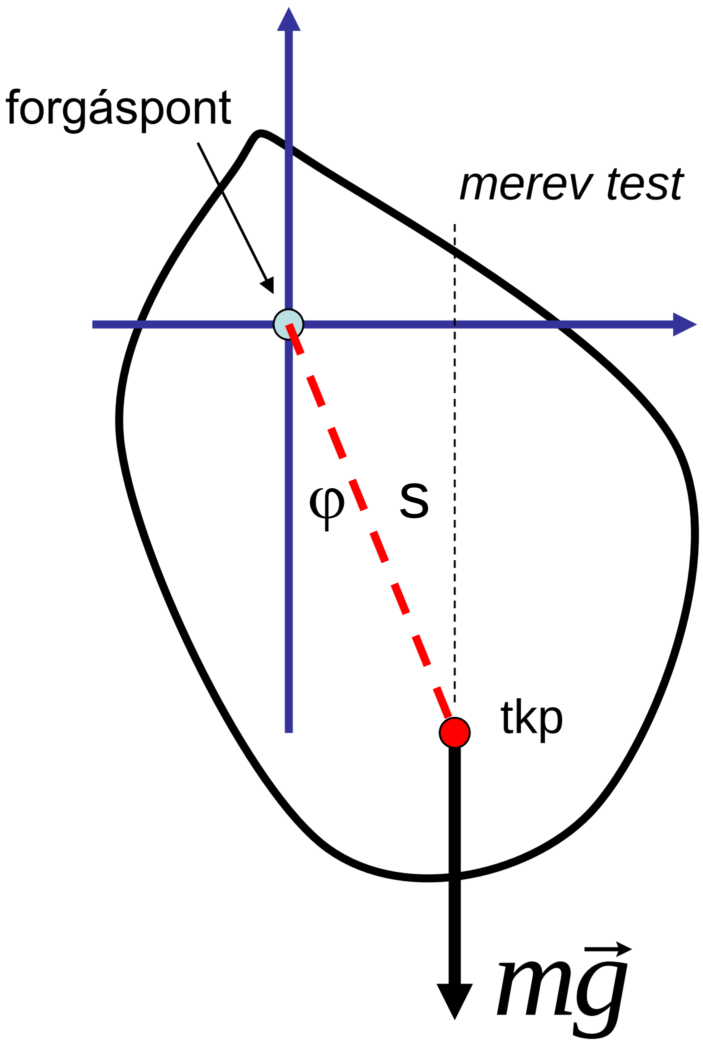


Mozgásegyenlet: $$ma = D(l - y) - mg$$

$$ma = -Dy$$

Megoldás: $$y(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Fizikai inga



$$\left|\vec{M}\right| = mgs \cdot \sin\varphi \qquad M = \Theta\beta$$

$$\Theta\beta = -mgs \cdot \sin\varphi$$

$$/\ \varphi << 1 rad \ \Rightarrow \ \sin\varphi \approx \varphi\ /$$

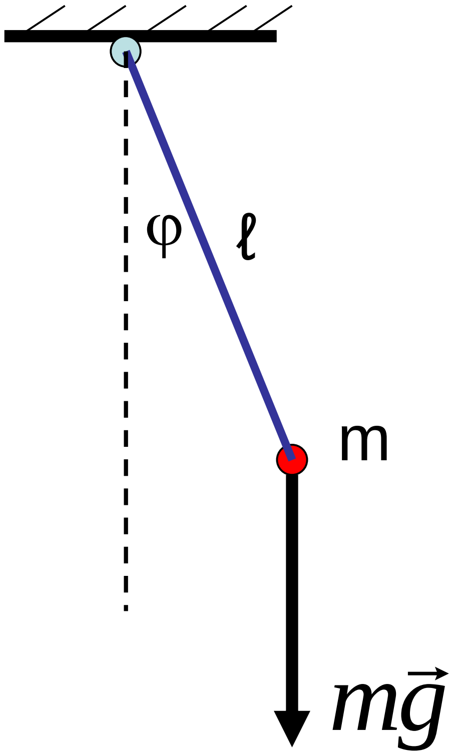
$$\Theta\beta = -mgs\varphi$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{mgs}{\Theta}\varphi$$

$$\ddot{x} = -\frac{D}{m}x \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgs}{\Theta}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{mgs}}}$$

Matematikai inga



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{mgs}}$$

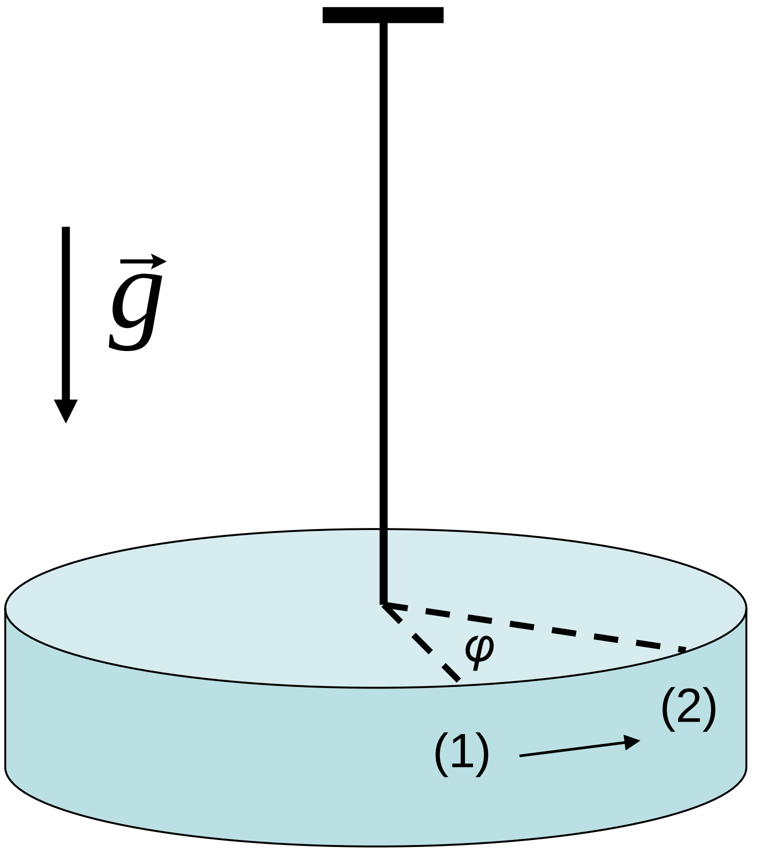
$$\Theta = m\ell^2$$

$$s = \ell$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$/\,\varphi << 1\,rad\,/$$

Torziós inga



$$M = -\kappa\varphi$$

$$M = \Theta\beta$$

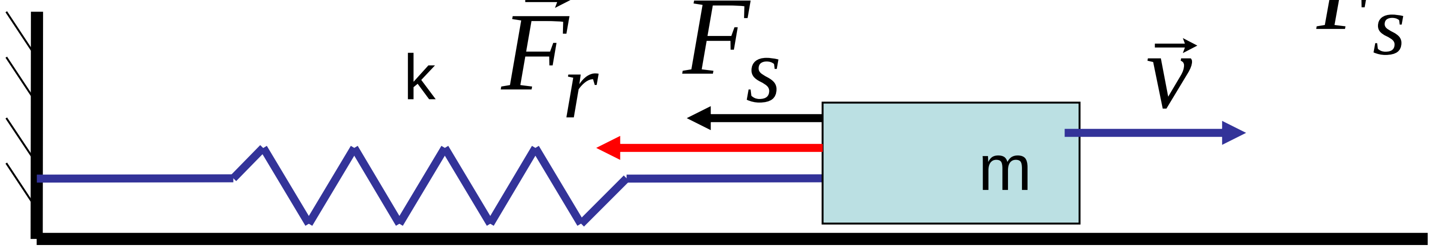
$$\Theta\beta = -\kappa\varphi$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{\kappa}{\Theta}\varphi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{\Theta}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{\kappa}}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Csillapított rezgőmozgás



$$\vec{F}_r \quad \vec{F}_s \quad \vec{v}$$

$$F_s = -\lambda v$$

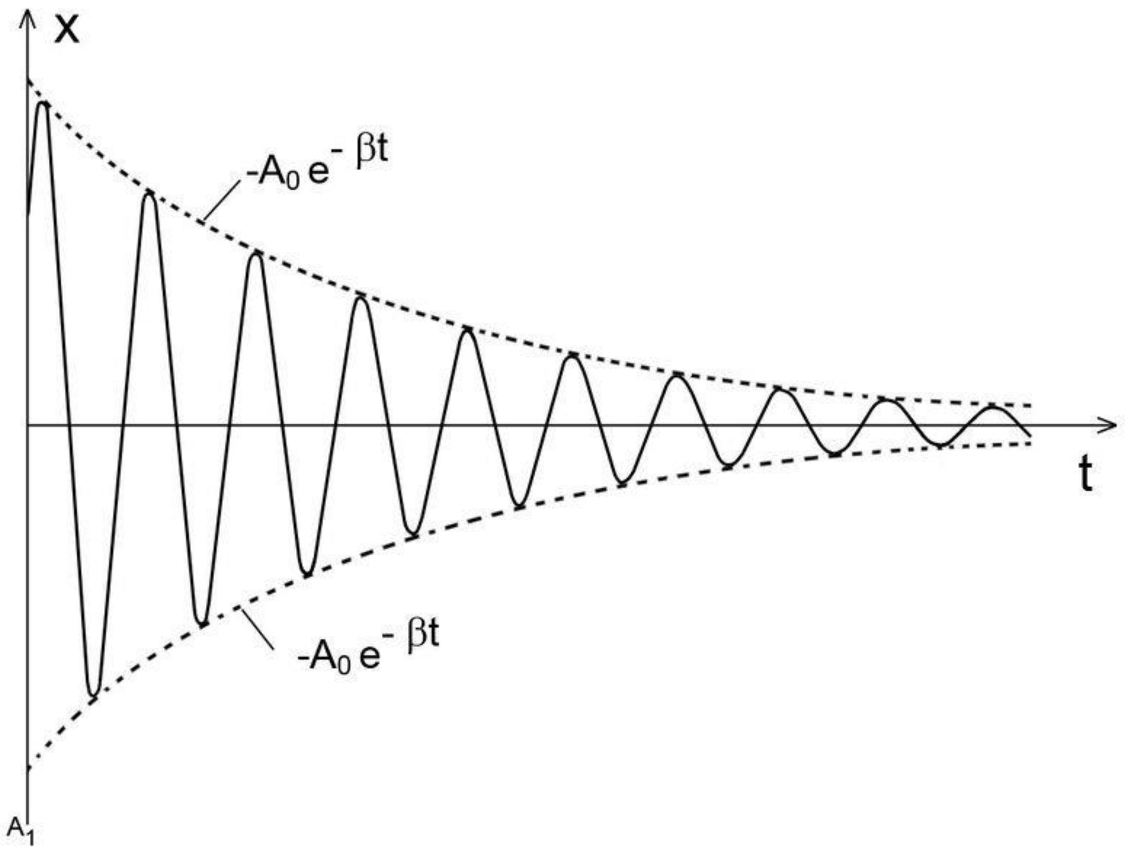
$$ma = -Dx - \lambda v \longrightarrow m\ddot{x} = -Dx - \lambda\dot{x}$$

$$\beta = \frac{\lambda}{2m} \quad \text{és} \quad \frac{D}{m} = \omega_o^2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_o^2 x = 0$$

Mozgástörvény: $$x(t) = Ae^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\omega_o > \beta \ !!! \qquad \omega = \sqrt{\omega_o^2 - \beta^2}$$

$$x(t) = Ae^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi)$$



Aperiódikus határeset

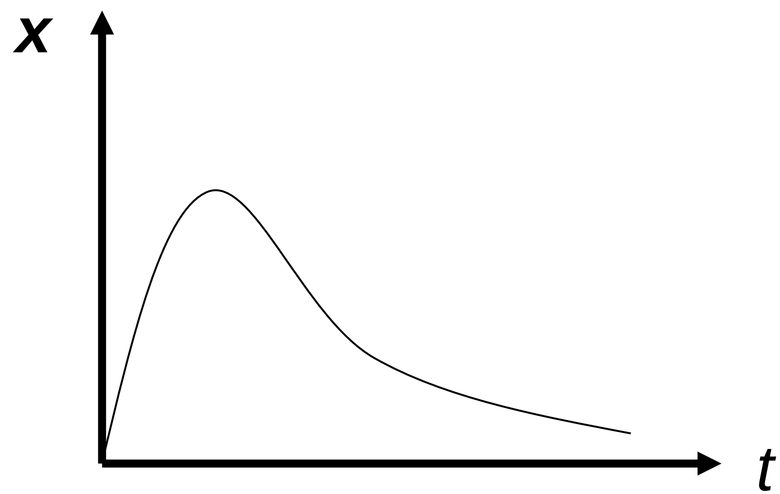
$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_o^2 x = 0 \qquad \omega_o = \beta \ !!!$$

$$x(t) = e^{-\beta t}(ct + a)$$

Kezdeti feltételek: $x(t=0) = x_o$ és $v(t=0) = v_o \Rightarrow$ c = … és a = …

Pl.: $x_o = 0$ és $v(t=0) = v_o$

$$x(t) = v_o t e^{-\beta t}$$



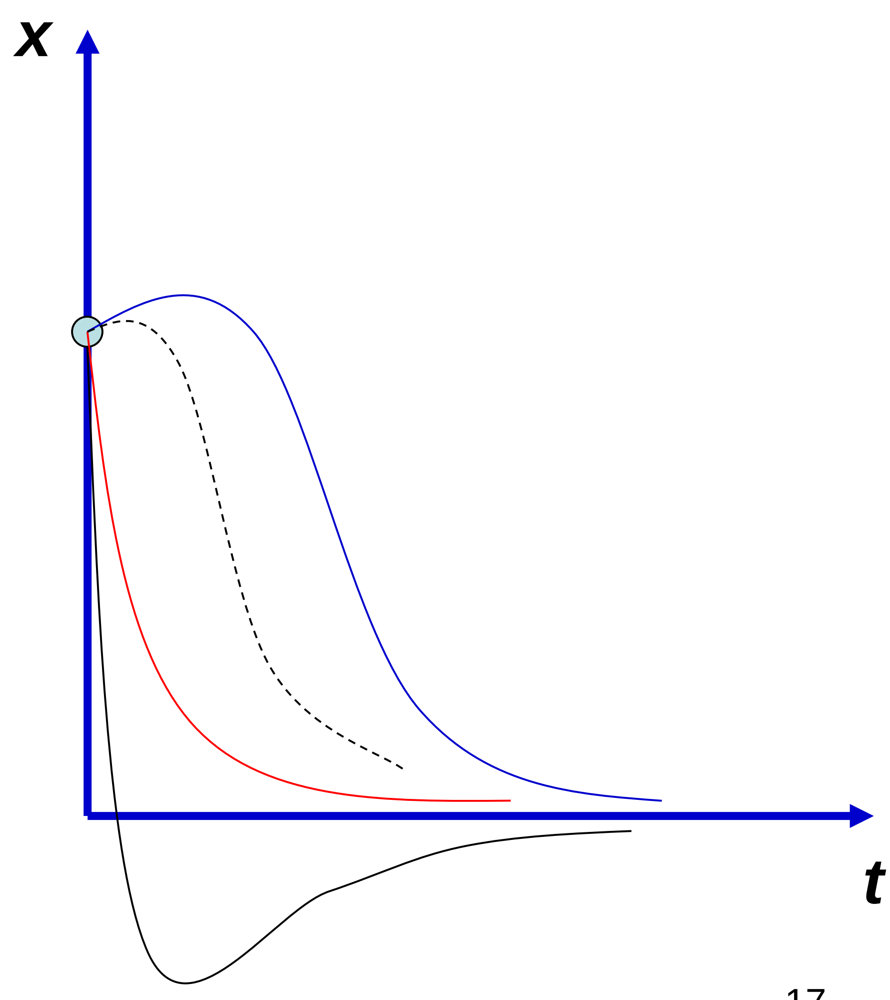
Túlcsillapított rezgés

$$\omega_o < \beta \quad !!!$$

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_o^2 x = 0$$

$$x(t) = ae^{\lambda_1 t} + be^{\lambda_2 t}$$

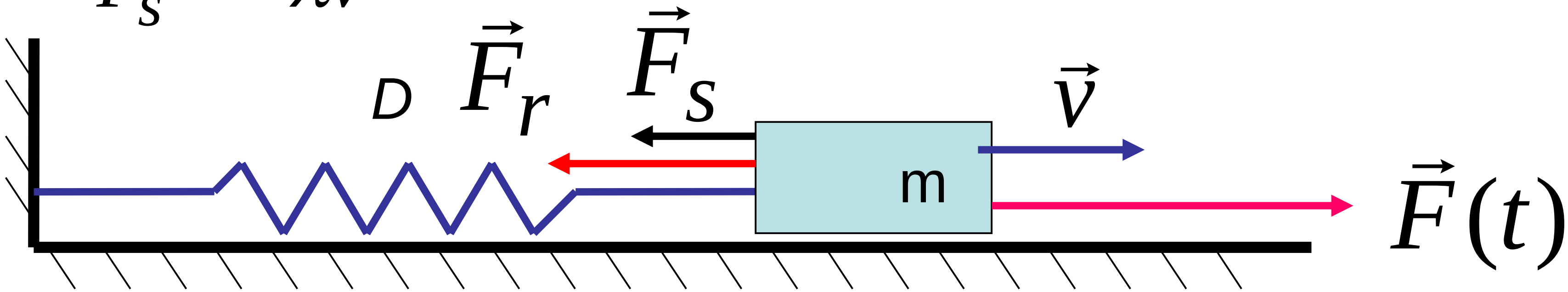
$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_o^2} < 0$$



Kényszerrezgés, rezonancia

$$F(t) = F_o \cos(\omega t)$$

$$F_s = -\lambda v$$



$$ma = -Dx - \lambda v + F_o \cos(\omega t)$$

$$f_o = \frac{F_o}{m}$$

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_o^2 x = f_o \cos(\omega t)$$

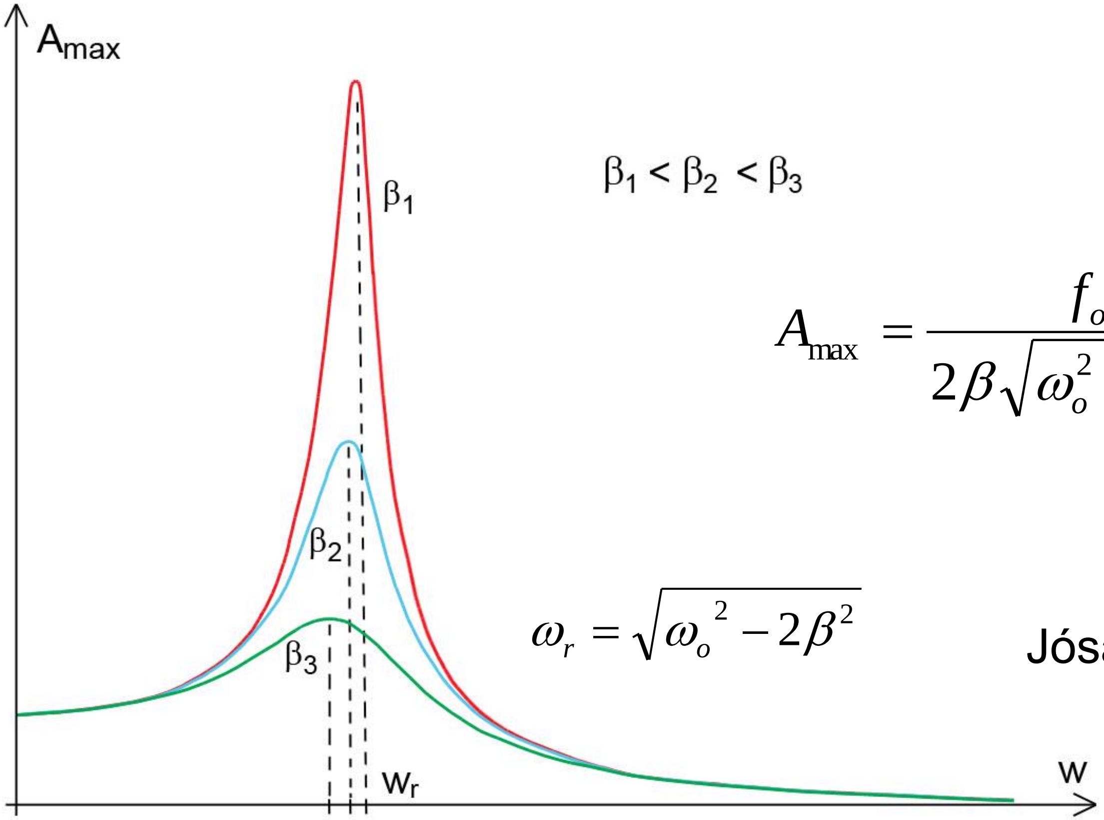
$$x(t) = A\cos(\omega t - \varphi) + a e^{-\beta t} \sin\left(\sqrt{\omega_o^2 - \beta^2}\, t + \alpha\right)$$

$$A = \frac{f_o}{\sqrt{\left(\omega_o^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

$$tg\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_o^2 - \omega^2}$$

Az amplitúdó frekvenciafüggése:

$$A = \frac{f_o}{\sqrt{\left(\omega_o^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$



$\beta_1 < \beta_2 < \beta_3$

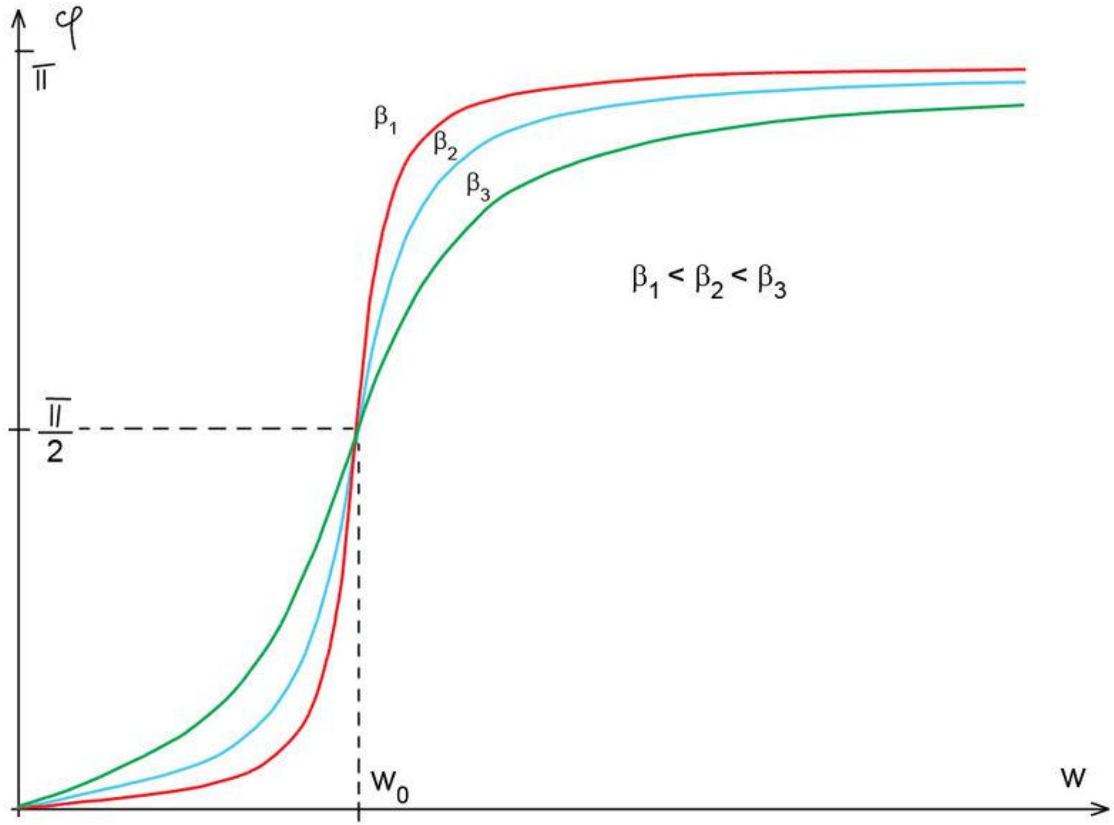
$$\omega_r = \sqrt{\omega_o^{\ 2} - 2\beta^2}$$

$$\omega_{max} = \sqrt{\omega_o^2 - 2\beta^2}$$

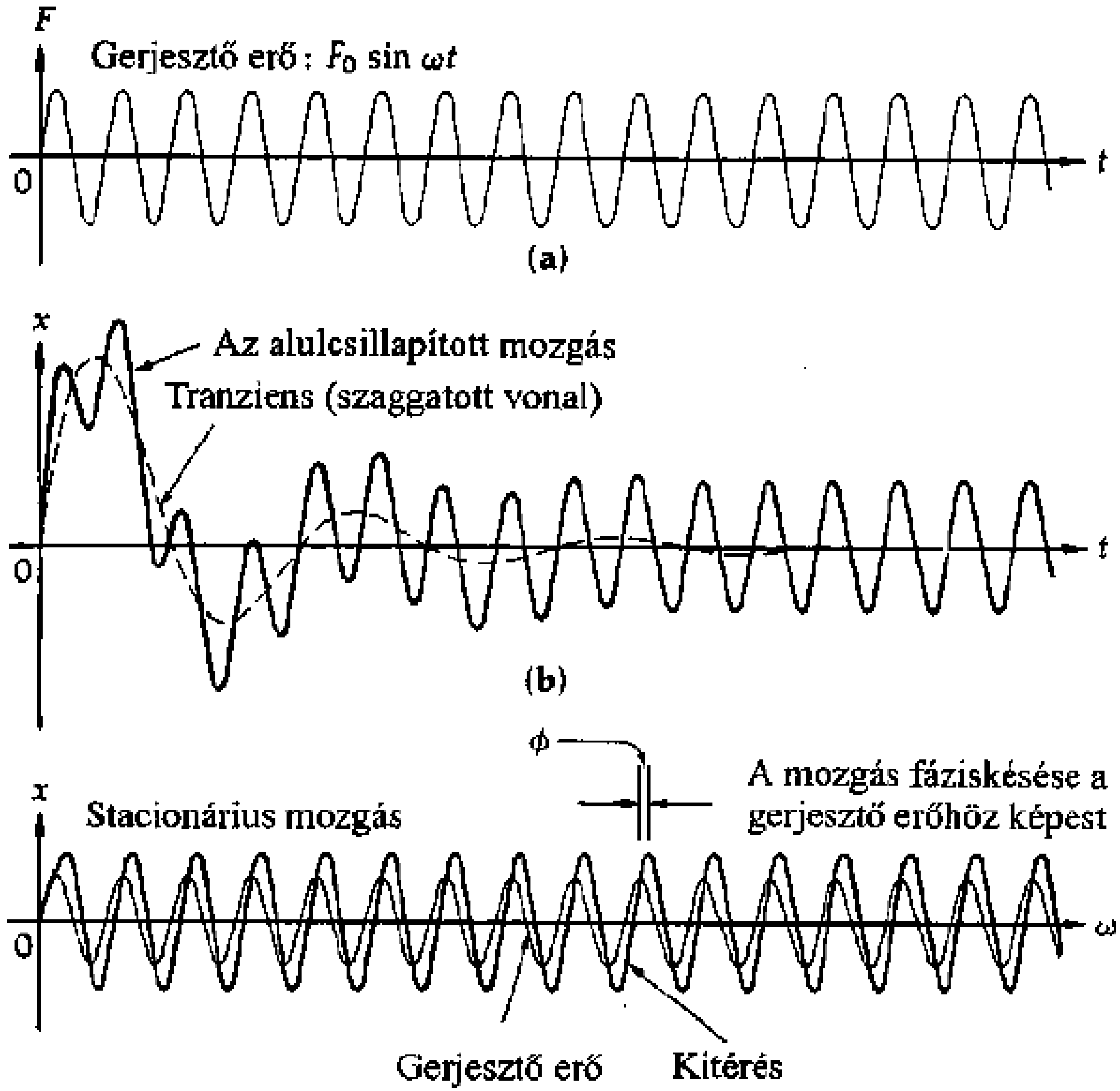
$$A_{max} = \frac{f_o}{2\beta\sqrt{\omega_o^2 - 2\beta^2}} \approx \frac{f_o}{2\beta\omega_o} \quad \text{ha} \quad \beta << \omega_o$$

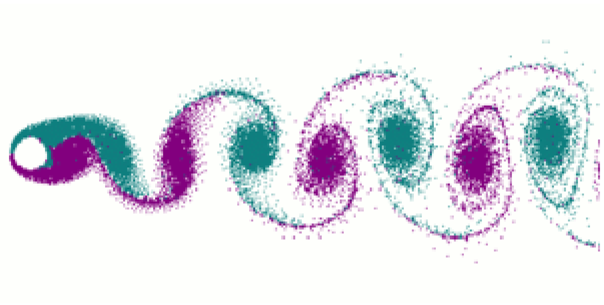
Jósági tényező: $$Q = \frac{\omega_o}{2\beta}$$

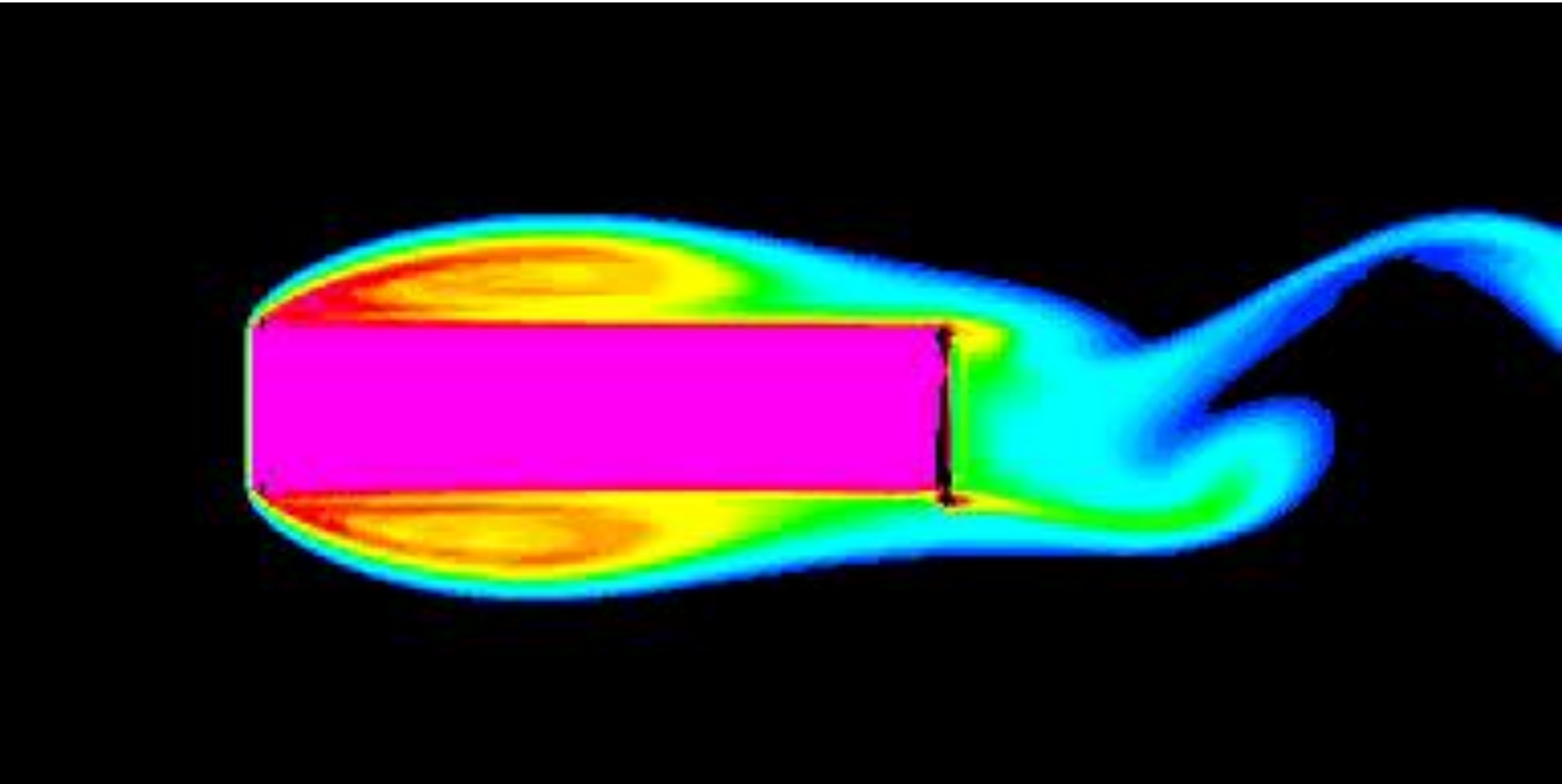
A fázis frekvenciafüggése:



$$tg\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_o^2 - \omega^2}$$

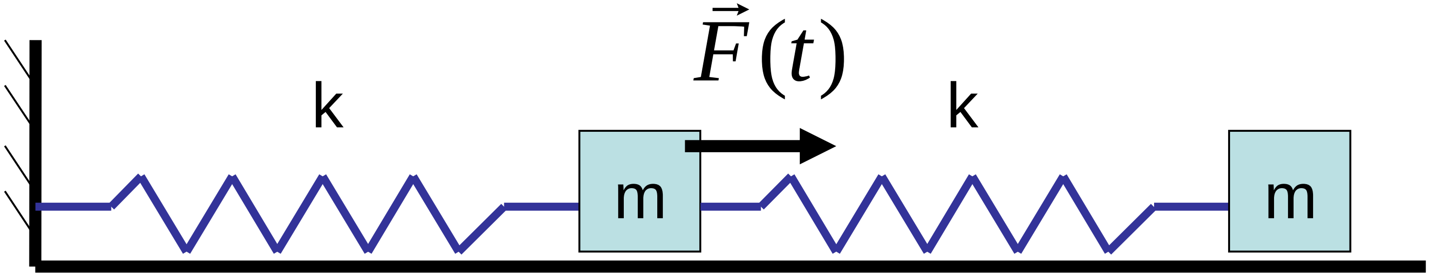

F
Gerjesztő erő : $F_0 \sin \omega t$
0
t
(a)
x
Az alulcsillapított mozgás
Tranziens (szaggatott vonal)
0
t
(b)
ϕ
x
Stacionárius mozgás
A mozgás fáziskésése a gerjesztő erőhöz képest
0
ωt
Gerjesztő erő
Kitérés





Rezonanciakatasztrófa:

Dinamikus csillapítás:



Felhőkarcoló kilengésének csökkentése dinamikus csillapítással: